بيانيات الحاسوب
Computer Graphics

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

Dr.-Eng. Samer Sulaiman

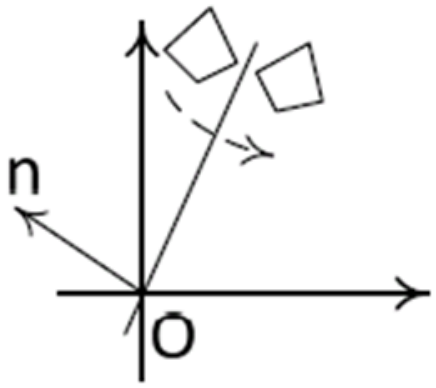
2022-2023

مفردات المنهاج

- **أساسيات بيانيات الحاسوب**
  - مقدمة: مفاهيم أساسية
  - التحويلات ثنائية البعد 2D
  - التحويلات ثلاثية البعد 3D
- **خوارزميات بيانيات الحاسوب**
  - الخوارزميات الهندسية
  - الخوارزميات النقطية الأساسية
  - خوارزميات إزالة الأسطح المخفية
- **نماذج بيانيات الحاسوب**
  - الألوان ونماذج الألوان
  - المنحنيات والأسطح: النمذجة الهندسية
  - نماذج الإضاءة والتظليل
  - عناصر التركيب والنمذجة الإجرائية

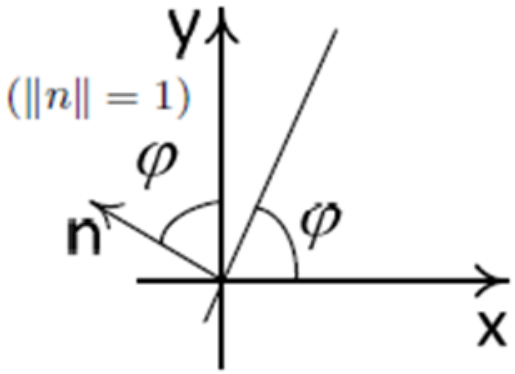
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - التحويلات الخطية:
    - انعكاس بالنسبة لمستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات
      - يشكل هذا المستقيم الزاوية φ مع المحور X



$$(u, n) = 0.$$

$$\cos\phi = n_y,\ \cos(\phi + \frac{\pi}{2}) = n_x.$$
$$\sin\phi = -n_x$$



- تدوير المستقيم في اتجاه عقارب الساعة بزاوية φ
- سينطبق المستقيم على المحور X
- الانعكاس بالنسبة لمحور X
- بعد ذلك نحتاج إلى التدوير العكسي ، أي بالزاوية −φ

$$R_\phi = \begin{pmatrix} n_y & -n_x \\ n_x & n_y \end{pmatrix}$$

$$R_{-\phi} = \begin{pmatrix} n_y & n_x \\ -n_x & n_y \end{pmatrix}$$

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

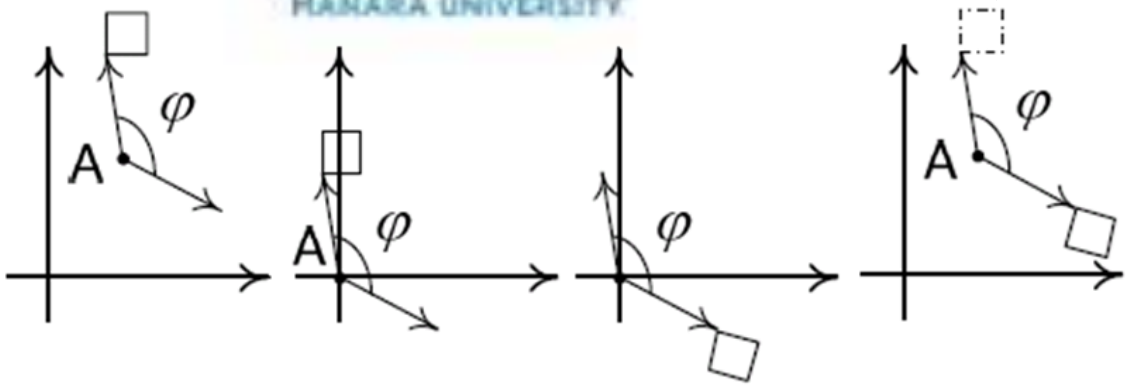
$$R = R_{-\phi} R_x R_\phi = \begin{pmatrix} n_y^2 - n_x^2 & -2n_x n_y \\ -2n_x n_y & n_x^2 - n_y^2 \end{pmatrix}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - إحداثيات متجانسة:
    - على سبيل المثال: الدوران بالزاوية φ حول نقطة معينة A
      - الحل: يمكن حل هذه المشكلة بسهولة عن طريق
        - الازاحة بالاتجاه السالب لموقع A
        - الدوران بالزاوية φ المطلوبة
        - الازاحة بالاتجاه الموجب لموقع A
        - نعلم أن الإزاحة ليست تحويلاً خطياً:
          - $f(2u) = (2u+t) \neq 2f(u) = 2(u + t)$
      - استخدام التحويل affine الذي يمكن كتابته كمزيج من التحويل الخطي والإزاحة
      - لذلك غالبًا ما يستخدم مبرمجو الرسوميات ما يسمى بالإحداثيات المتجانسة

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY



أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - إحداثيات متجانسة:
    - على سبيل المثال: الدوران بالزاوية φ حول نقطة معينة A
    - يمكن تمثيل الاحداثيات المتجانسة لشعاع النقطة المراد الدوران حولها على الشكل التالي:

$$u = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad h = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & x_t \\ a_{21} & a_{22} & y_t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + t_x \\ a_{21}x + a_{22}y + t_y \\ 1 \end{pmatrix}$$

    - وبالتالي تصبح الإحداثيات x', y' للشعاع u' على الشكل التالي:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + t_x \\ a_{21}x + a_{22}y + t_y \end{pmatrix}$$

جامعة المنارة

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - إحداثيات متجانسة:
    - على سبيل المثال: الدوران بالزاوية φ حول نقطة معينة A
    - وعليه يمكن كتابة التحويلات المطلوبة لعملية الدوران حول نقطة على الشكل التالي:
      - انسحاب النقطة إلى مبدأ الاحداثيات:

$$T_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_a \\ 0 & 1 & y_a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

      - دوران حول مبدأ الإحداثيات:

$$R_\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

      - وبالتالي مصفوفة التحويل النهائية:

$$R_{A,\phi} = T_A R_\phi T_{-A} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & -x_a\cos\phi - y_a\sin\phi + x_a \\ -\sin\phi & \cos\phi & x_a\sin\phi - y_a\cos\phi + y_a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - إحداثيات متجانسة:
    - على سبيل المثال: الانعكاس حول مستقيم يمر من مبدأ الاحداثيات
      - في البداية يجب مطابقة هذا المستقيم مع إحدى محاور الاحداثية وليكن المحور X
        - وبالتالي يجب دوران الشكل مع المستقيم لكي ينطبق مع المحور X
        - وبعدها نقوم بعملية الانعكاس بالنسبة للمحور X
        - وفي النهاية إعادة المستقيم إلى وضعه السابق عن طريق عملية دوران معاكسة
        - هنا لا نحتاج للإحداثيات المتجانسة لان العمليتين خطيتين
    - على سبيل المثال: الانعكاس حول مستقيم لا يمر من مبدأ الاحداثيات
      - يمكن تمثيل المستقيم على الشكل التالي:

$$(p,n)+d=0 \qquad ax+by+c=0. \qquad a=n_x, b=n_y, c=d$$

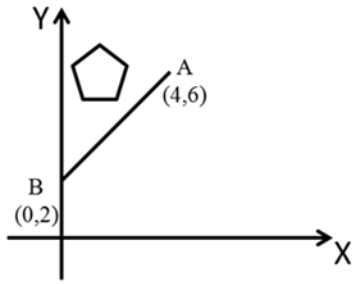
- في حال كان المستقيم يوازي إحدى المحاور وليكن مثلاً المحور X
  - يتم تطبيق عملية إزاحة الشكل لينطبق على المحور X
  - تنفيذ عملية الانعكاس
  - تطبيق عملية إزاحة معاكسة لإعادة المستقيم إلى مكانة الأصلي
- والا فنحن بحاجة لإيجاد حالة المستقيم مع إحدى محاور الإحداثيات والتي ستستخدم في عملية الإزاحة ليمر المستقيم من مبدأ الاحداثيات وبعدها يتم تطبيق خطوات الانعكاس حول مستقيم يمر من مبدأ الاحداثيات

$$x=-\frac{d}{n_x} \qquad \begin{pmatrix} -\frac{d}{n_x} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad R_{n,d}=\begin{pmatrix} n_y^2-n_x^2 & -2n_xn_y & (n_x^2-n_y^2)\frac{d}{n_x} \\ -2n_xn_y & n_x^2-n_y^2 & 2n_xn_y\frac{d}{n_x} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - مثال تدريب:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمطلوب إيجاد مصفوفة التحويل لانعكاس المضلع بالنسبة للقطعة المستقيمة المعرفة بالنقطتين A(4,6) وB(0,2) (بالقيم العددية) وذلك باستخدام الإحداثيات المتجانسة ((Homogeneous Coordinates، علماً أن مصفوفات التحويل للنظام ثنائي البعد 2 D تعطى بالشكل التالي:



$$R_L = \begin{pmatrix} \cos^2\emptyset - \sin^2\emptyset & 2\sin\emptyset\cos\emptyset \\ 2\sin\emptyset\cos\emptyset & \sin^2\emptyset - \cos^2\emptyset \end{pmatrix}$$

$$T_{AH} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad T_A = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$R_\emptyset = \begin{pmatrix} \cos\emptyset & \sin\emptyset \\ -\sin\emptyset & \cos\emptyset \end{pmatrix} \quad R_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- حيث RLمصفوفة التحويل لإنعكاس مضلع بالنسبة إلى مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات
- الحل: لتحقيق عملية الانعكاس للمضلع بالنسبة لقطعة مستقيمة يجب أولاً إزاحة هذه القطعة لتمر من مبدأ الإحداثيات ومن ثم تدويرها لتنطبق على إحدى محاور الإحداثيات ومن ثم تطبيق عملية الانعكاس بالنسبة لمحور الاحداثيات المنطبق عليه وأخيراً إعادة الشكل إلى وضعه السابق عن طريق عملية جوران معاكسة وازاحة معاكسة بالشكل التالي: R=T-AR-ΦRXRΦTA.
بناءاً على المعطيات يمكن استخدام مصفوفة التحويل لإنعكاس مضلع بالنسبة لمستقيم يمر من مبدأ الاحداثيات على الشكل التالي: R=T-ARLTA
وبما أن عملية الإزاحة تعتبر عملية غير خطية لذلك سنقوم باستخدام الإحداثيات المتجانسة على الشكل التالي: RH=T-AHRLHTAH.
كما ويمكن حساب زاوية الدوران على الشكل التالي:
Φ=tan-1(dy/dx)=tan-1(1)=45°

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثنائية البعد 2D
  - مثال تدريب:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمطلوب إيجاد مصفوفة التحويل لانعكاس المضلع بالنسبة للقطعة المستقيمة المعرفة بالنقطتين A(4,6) وB(0,2) (بالقيم العددية) وذلك باستخدام الإحداثيات المتجانسة (Homogeneous Coordinates)، علماً أن مصفوفات التحويل للنظام ثنائي البعد 2D تعطى بالشكل التالي:

$$R_H = T_{-AH} R_L T_{AH} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & X_B \\ 0 & 1 & Y_B \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 \emptyset - \sin^2 \emptyset & 2\sin \emptyset \cos \emptyset & 0 \\ 2\sin \emptyset \cos \emptyset & \sin^2 \emptyset - \cos^2 \emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -X_B \\ 0 & 1 & -Y_B \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 45 - \sin^2 45 & 2\sin 45 \cos 45 & 0 \\ 2\sin 45 \cos 45 & \sin^2 45 - \cos^2 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 45 - \sin^2 45 & 2\sin 45 \cos 45 & -4\sin 45 \cos 45 \\ 2\sin 45 \cos 45 & \sin^2 45 - \cos^2 45 & 2\cos^2 45 - 2\sin^2 45 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2 45 - \sin^2 45 & 2\sin 45 \cos 45 & -4\sin 45 \cos 45 \\ 2\sin 45 \cos 45 & \sin^2 45 - \cos^2 45 & 2\cos^2 45 - 2\sin^2 45 + 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - يمكن تعميم معظم المفاهيم والعمليات من 2D بسهولة في الحالة ثلاثية الأبعاد ، وخاصة المتجهات (الأشعة) والمصفوفات
  - المتجه (الشعاع) ثلاثي الأبعاد u يمكن تمثيله بمصفوفة أحادية عمودية (أو أفقية) تحتوي على ثلاثة أرقام x_u وy_u وz_u
  - عمليات المتجهات ثلاثية الأبعاد:

$$\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_u + x_v \\ y_u + y_v \\ z_u + z_v \end{pmatrix}$$

$$\alpha \cdot \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot x_u \\ \alpha \cdot y_u \\ \alpha \cdot z_u \end{pmatrix}.$$

- 3D dot product

$$(u, v) = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v + z_u \cdot z_v$$

- Cross-product

$$[u, v] = \begin{pmatrix} y_u z_v - y_v z_u \\ x_v z_u - x_u z_v \\ x_u y_v - x_v y_u \end{pmatrix}$$

$$w_x = \det \begin{pmatrix} y_u & z_u \\ y_v & z_v \end{pmatrix},$$

$$w_y = \det \begin{pmatrix} z_u & x_u \\ z_v & x_v \end{pmatrix},$$

$$w_z = \det \begin{pmatrix} x_u & y_u \\ x_v & y_v \end{pmatrix}.$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - عمليات المتجهات ثلاثية الأبعاد:
    - Cross-product:
      - الخصائص:
        - عمودي على كلا المتجهين وطوله هو حاصل ضرب أطوالهما في جيب الزاوية α بينهما

$$[u,v] = -[v,u],$$

$$[u,u] = 0,$$

$$([u,v],u) = ([u,v],v) = 0,$$

$$|[u,v]| = \|u\|\|v\| \sin\alpha.$$

- المصفوفة ثلاثية البعد: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\alpha \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{21} & \alpha a_{31} \\ \alpha a_{12} & \alpha a_{22} & \alpha a_{32} \\ \alpha a_{13} & \alpha a_{23} & \alpha a_{33} \end{pmatrix}$$

$$(Au, v) = (u, A^T v)$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

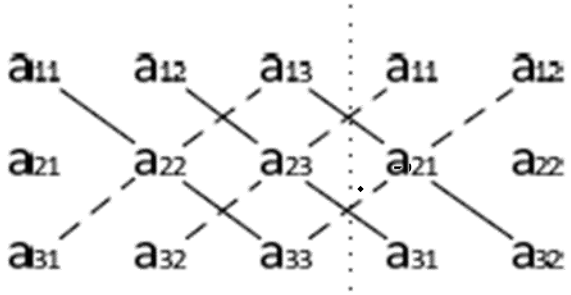
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - عمليات المتجهات ثلاثية الأبعاد:
    - المصفوفة ثلاثية البعد:

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = a_{11}\cdot\det\begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - a_{12}\cdot\det\begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} + a_{13}\cdot\det\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}.$$

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$



أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - التحجيم

$$S_{\lambda\mu\nu} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{pmatrix}, \lambda, \mu, \nu > 0, \qquad S^{-1}_{\lambda\mu\nu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu} \end{pmatrix}$$

    - الانعكاس

$$R_{xy} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad R_{yz} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R_{xz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

    - الدوران

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \qquad R_y(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \qquad R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

    - القص
      - $H_{xy}(\lambda)$, $H_{xz}(\lambda)$, $H_{yx}(\lambda)$, $H_{zx}(\lambda)$, $H_{yz}(\lambda)$ and $H_{zy}(\lambda)$
      - يشير الدليل الأول إلى الإحداثي الذي سيتم تغييره عن طريق القص
      - يُظهر الدليل الثاني الإحداثي الذي سيقوم بهذا التغيير

$$H_{xz}(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$