كلية الهندسة

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

قسم الروبوت و الأنظمة الذكية

عميد الكلية
د. إياد حاتم

النماذج الديناميكية والاستجابة الديناميكية

Dynamic Models and Dynamic Response

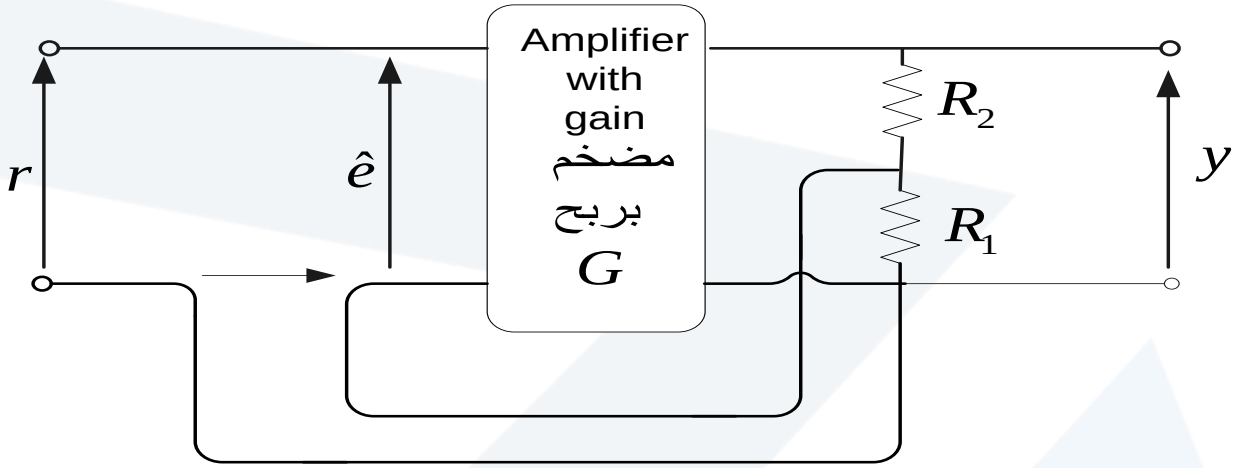
تحكم آلي سنة ثالثة ميكاترونيك- مميزون د.بلال شيحا

المحاضرة الثانية

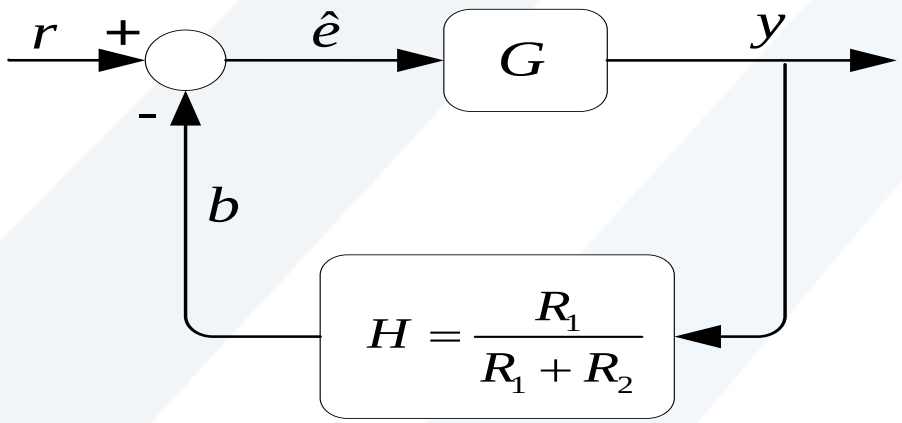
- البنية الأساسية لنظام تحكم بتغذية خلفية
- تكوين وجوهر نظرية التحكم بالتغذية الخلفية
- نماذج استجابة النبضة Impulse Response Models
- نماذج دالة الانتقال Transfer Function Models
- نمذجة النظم الفيزيائية
- نموذج دالة الانتقال العام

تكوين وجوهر نظرية التحكم بالتغذية الخلفية

Genesis and Essence of Feedback Control Theory



(a)



(b)

تكوين وجوهر نظرية التحكم بالتغذية الخلفية

Genesis and Essence of Feedback Control Theory

تشترك نظم التحكم الآلي بالمميزات العامة التالية:

١- مبدأ عمل نظام ما يستخدم فكرة التغذية الخلفية (ويعني هذا أنه توجد حلقة مغلقة):

خطأ ⟵ متغير مشغّل ⟵ متغير متحكم به ⟵ خطأ.

٢- الغرض الأولي من النظام هو خطأ صفري.

$$y = G(r - Hy)$$

- ربح الحلقة المغلقة هو:

$$M = \frac{y}{r} = \frac{1}{\frac{1}{G} + H}$$

$$M \cong \frac{1}{H} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad for \quad \frac{1}{G} << H \quad or \quad GH >> 1$$

ويعني هذا أنّه باستخدام التغذية الخلفية أصبح بالإمكان تحويل مضخم مرتفع جداً بربح غير ثابتٍ إلى مضخمٍ منخفض لكن بربحٍ ثابتٍ. وإنّ الربح G الأكثر ارتفاعاً يقابله M أكثر استقراراً، ومن جهة أخرى فإنّ الزيادة الكبيرة في G تؤدي إلى عدم الاستقرار. إن التوافق بين متطلبات الأداء المرغوب وهوامش الاستقرار الكافية كان المسألة المركزية الأولى وأصبح لاحقاً الإنجاز الأساسي لنظرية التحكم بالتغذية الخلفية.

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

الحالة الابتدائية $X(0)=0$. النظام *relaxed* عند $t_0=0$ إذا كان $X(0)=0$.

سوف نهتم فقط بعلاقة الدخل_الخرج.

يمكن وصف الدخل $r(t)$ والخرج $y(t)$ لأي نظام خطي ثابت مع الزمن و *relaxed* عند $t_0=0$، عن طريق معادلة من الشكل:

$$y(t)=\int_0^t g(t-\tau)\,r(\tau)\,d\tau=\int_0^t g(\tau)\,r(t-\tau)\,d\tau$$

ويُدعى هذا بالتكامل الالتفافي convolution integral،

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

وتُعرّف الدالة $y(t)$ فقط من أجل $t \geq 0$ وتدعى بالاستجابة النبضية impulse response للنظام.

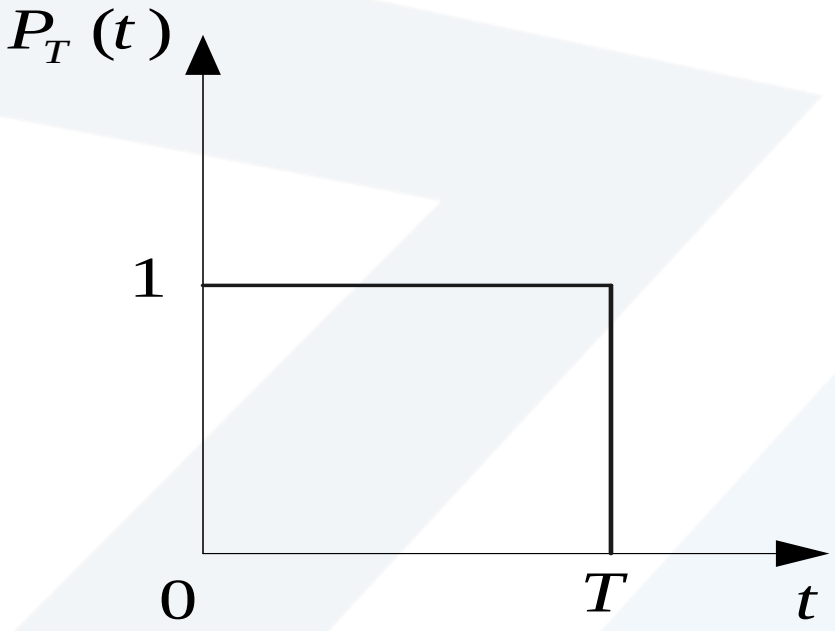
وإعطاء تفسير للدالة $g(t)$ نحتاج إلى مفهوم دالة النبضة. وتعرّف دالة النبضة المستطيلة كما يلي:

$$P_T(t) = \begin{cases} 1 & for \quad 0 < t < T \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$AP_T(t - t_0)$ هي نبضة مستطيلة ارتفاعها A وعرضها T تحدث عند $t = t_0$:

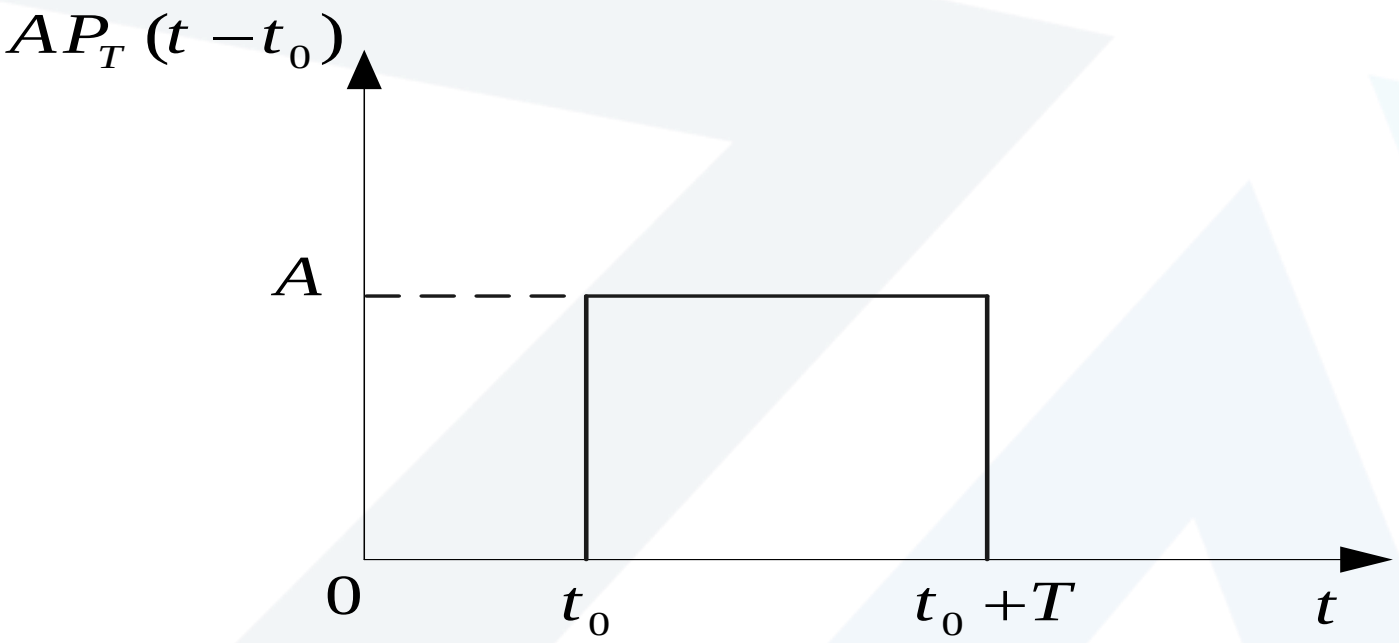
$$AP_T(t - t_0) = \begin{cases} A & for \quad 0 < t - t_0 < T \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models



(a)

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models



(b)

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

بفرض دالة النبضة المستطيلة الواحدية هي:

$$\delta_{\Delta}(t) = \frac{1}{\Delta} P_{\Delta}(t)$$

ارتفاع النبضة المستطيلة هو $\frac{1}{\Delta}$ وعرضها Δ (وهذا يعني مساحة واحدية) وتحدث عند $t = 0$.

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_{\Delta}(t)$$

التي تدعى دالة النبضة الواحدية Unit impulse function أو دالة_δ $\delta - function$،

خواص الدالة_δ هي:

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0 & for \quad t \neq 0 \\ \infty & for \quad t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{\Delta \to 0} \delta_{\Delta}(t)dt = 1$$

نماذج استجابة النبضة

Impulse Response Models

لا يمكن تعريف الدالة $\delta(t)$ ولكن يتم تعريف $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt$.

وإنه لا يمكن تعريف $\delta(t)f(t)$ لكن يتم تعريف $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt$ كما يلي:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{\Delta\to 0} \delta_{\Delta}(t)f(t)dt = \lim_{\Delta\to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Delta} P_{\Delta}(t)f(t)dt$$

$$= \lim_{\Delta\to 0} \frac{1}{\Delta} \int_{0}^{\Delta} f(t)dt = f(0)$$

مع افتراض أنّ $f(t)$ مستمر عند $t = 0$.

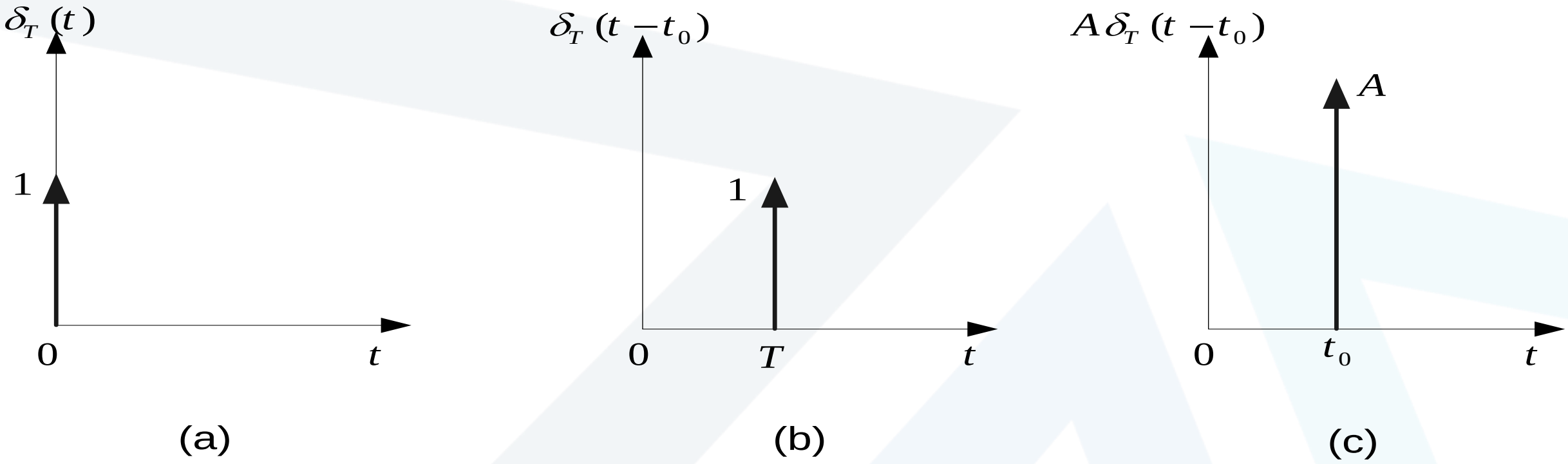
نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

تعريف النبضة $\delta(t-t_0)$ التي تحدث عند $t=t_0$ يعتمد على الخواص التالية:

$$(i)\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)dt = 1$$

$$(ii)\ \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

نماذج استجابة النبضة Impulse Response Models



نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

من أجل أي قيمة للدالة $f(t)$ والمستمرة عند $t = t_0$.

$A\delta(t - t_0)$ هي نبضة بمساحة A (Aمطال النبضة) وتحدث عند $t = t_0$.

الآن نستطيع استنتاج معادلة التكامل الالتفافي ،

ولكي يتم ذلك يمكن تقريب دالة الدخل $r(t)$ بواسطة قطار من النبضات.

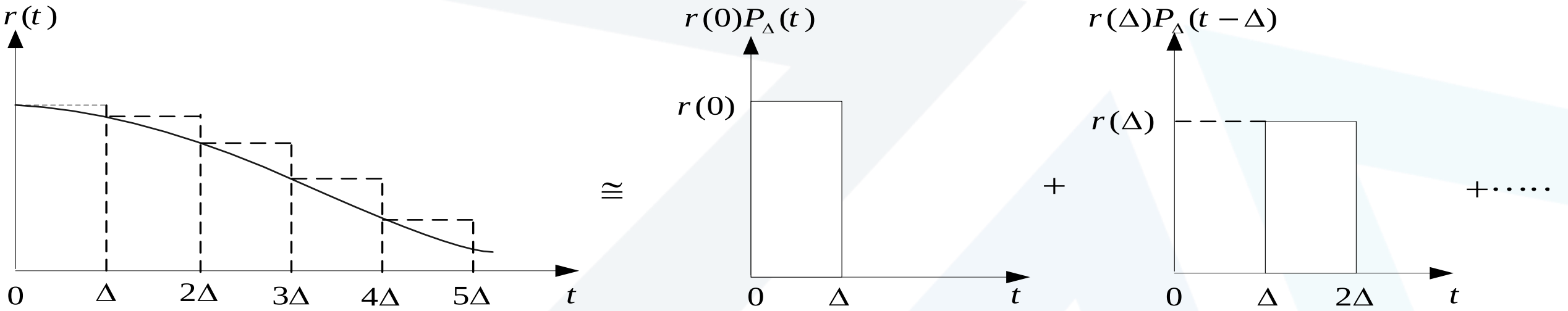
من المناسب أخذ عرض نبضة منتظم Δ من أجل قطار النبضة.

يمكن التعبير عن $r(t)$ كما يلي:

$$r(t) \cong \sum_{i=0}^{\infty} r(\Delta i) P_{\Delta}(t - \Delta i) \cong \sum_{i=0}^{\infty} r(\Delta i) \delta_{\Delta}(t - \Delta i)\Delta$$

نماذج استجابة النبضة

Impulse Response Models



نماذج استجابة النبضة

Impulse Response Models

الآن إذا رمزنا لخرج النظام الخطي الثابت مع الزمن الناتج عن الدخل $\delta_{\Delta}(t)$ بالرمز $g_{\Delta}(t)$ ، عندئذٍ الخاصة الخطية وخاصية الثبات مع الزمن تجعل خرج النظام الناتج عن الدخل $r(t)$ يُعطى بما يلي:

$$y(t) \cong \sum_{i=0}^{\infty} r(\Delta i)\, g_{\Delta}(t-\Delta i)\,\Delta$$

ومن أجل $\Delta \to 0$ فإن دالة النبضة المستطيلة تصبح دالة نبضية،

ويزداد عدد النبضات مما يجعل (Δi) تتجه لتصبح متغيراً مستمراً τ ،

والمجموع في المعادلة السابقة يقترب من التكامل،

وبالتالي الخرج $y(t)$ الناتج عن دخل $r(t)$ يكون:

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} r(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau$$

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

حيث:

$$g(t) = \lim_{\Delta \to 0} g_{\Delta}(t)$$

وهي استجابة النظام لدخل نبضة واحدية مطبقة عند $t = 0$.

عندئذٍ تُدعى الدالة $g(t)$ بالاستجابة النبضية impulse response للنظام.

حيث $g(t-\tau)$ هي الاستجابة العائدة لدخل مطبق عند $t = \tau$،

وهو غير معرّف من أجل $t < \tau$ أي:

$$g(t-\tau) = 0 \qquad for \quad t < \tau$$

وحسب هذه الخاصة :

$$y(t) = \int_0^t g(t-\tau) r(\tau) d\tau$$

وهكذا تم البرهان.

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

بتطبيق تحويل لابلاس على معادلة التكامل الالتفافي نحصل على:

$$Y(s) = \ell\left[y(t)\right] = \int_0^\infty y(t)e^{-st}dt$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_0^t g(t-\tau)r(\tau)d\tau\right]e^{-st}dt$$

حيث $g(t-\tau)=0$ من أجل $\tau > t$ وبالتالي يمكن وضع الحد الأعلى للتكامل مساوياً ∞ ، فنحصل على:

$$Y(s) = \int_0^\infty \left[\int_0^\infty g(t-\tau)r(\tau)d\tau\right]e^{-st}dt$$

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

بتغيير ترتيب التكاملات نجد:

$$Y(s)=\int_0^\infty\left[\int_0^\infty g(t-\tau)e^{-st}dt\right]r(\tau)d\tau$$

$$=\int_0^\infty\left[\int_0^\infty g(t-\tau)e^{-s(t-\tau)}dt\right]e^{-s\tau}r(\tau)d\tau$$

وبتعويض $\theta=t-\tau$ يمكن التعبير عن المعادلة السابقة كما يلي:

$$Y(s)=\int_0^\infty\left[\int_{-\tau}^\infty g(\theta)e^{-s\theta}d\theta\right]e^{-s\tau}r(\tau)d\tau$$

نماذج استجابة النبضة
Impulse Response Models

وباستخدام حقيقة أن $g(\theta)=0$ من أجل $\theta<0$ ، نجد أن:

$$Y(s)=\int_0^\infty\left[\int_0^\infty g(\theta)e^{-s\theta}d\theta\right]e^{-s\tau}r(\tau)d\tau=\left[\int_0^\infty g(\theta)e^{-s\theta}d\theta\right]\left[\int_0^\infty r(\tau)e^{-s\tau}d\tau\right]$$

أو:

$$Y(s)=G(s)R(s)$$

حيث أن:

$$R(s)=\ell\left[r(t)\right]$$

و:

$$G(s)=\ell\left[g(t)\right]$$

نماذج دالة الانتقال
Transfer Function Models

ويمكن أيضاً تعريف دالة الانتقال كما يلي :

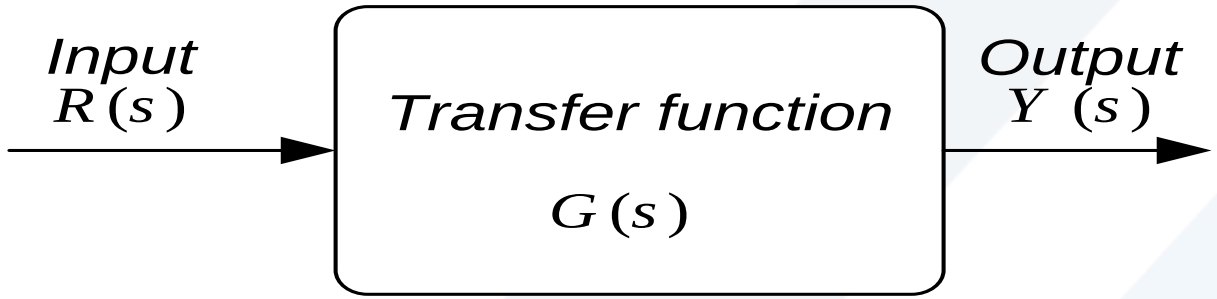
$$G(s)=\left.\frac{\ell\left[y(t)\right]}{\ell\left[r(t)\right]}\right|_{\substack{system\\ relaxed\\ at\ t_0=0}}=\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{\substack{system\\ relaxed\\ at\ t_0=0}}$$

حيث:

$Y(s)$: تحويل لابلاس لمتغير الخرج $y(t)$.

$R(s)$: تحويل لابلاس لمتغير الدخل $r(t)$.

$G(s)$: دالة انتقال النظام.



نماذج دالة الانتقال

Transfer Function Models

وتوجد طريقتين مختلفتين تستخدمان عادةً للحصول على نماذج دالة الانتقال.

(i) من أجل النظم الخطية الثابتة زمنياً يُبنى النموذج الرياضي اعتماداً على القوانين الفيزيائية،
في الحالة العامة إذا كان لدينا نظام ثابت بالزمن خطي معرّف بالمعادلة التفاضلية التالية:

$$y^{(n)} + a_{11}y^{(n-1)} + \dots\dots\dots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 u^{(n)} + b_1 u^{(n-1)} + \dots\dots + b_{n-1}\dot{u}$$

باستخدام مفهوم دالة الانتقال يمكن تمثيل ديناميكية (حركة)
النظام بمعادلات جبرية بدلالة المتحول العقدي s.

(ii) ويمكن التعرف على نموذج دالة الانتقال من معطيات الدخل_الخرج والتي تم الحصول عليها تجريبياً.

نماذج دالة الانتقال

Transfer Function Models

ملاحظات حول دالة الانتقال:

1- دالة الانتقال لنظام ما هي نموذج رياضي يعبّر عن المعادلة التفاضلية التي تربط متغير الخرج بمتغير الدخل.

2- دالة الانتقال هي خاصة بالنظام نفسه، وهي مستقلة عن مطال وطبيعة الدخل أو تابع القيادة.

3- دالة الانتقال تتضمن الوحدات الضرورية لربط الدخل بالخرج، وهي على أية حال لا تعطي أية معلومات متعلقة بالبناء الفيزيائي للنظام (حيث أن دوال الانتقال للعديد من الأنظمة الفيزيائية المختلفة يمكن أن تتماثل).

4- إذا كانت دالة الانتقال لنظام ما معروفةً فيمكن دراسة الخرج أو الاستجابة من أجل أشكال مختلفة للدخل مع نظرة متقدمة في فهم طبيعة النظام.

5- إذا كانت دالة الانتقال لنظام ما غير معروفة فيمكن إيجادها بشكل تجريبي بواسطة تعريض النظام لدخل معروف ودراسة الخرج.

نمذجة النظم الفيزيائية

- النظم الميكانيكية
  - الأنظمة الانتقالية — مثال
  - الأنظمة الدوارة — مثال
- النظم الكهربائية

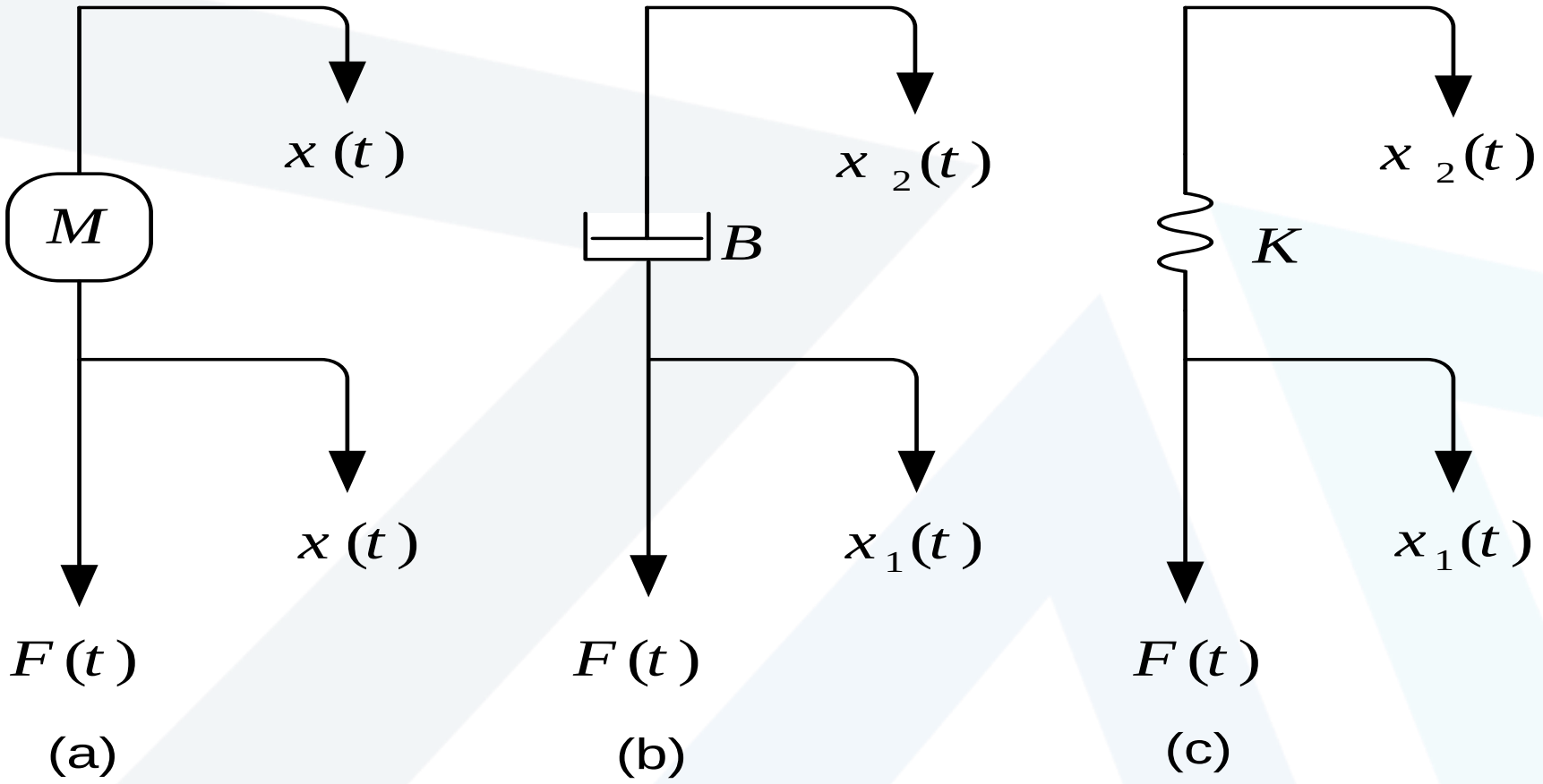
النظم الميكانيكية

- في البداية سوف نعرّف مفهوم الكتلة والقوة .

- كتلة جسم ما هي كمية المادة فيه ويفترض أنها ثابتة. وفيزيائياً كتلة جسم ما هي الخاصة التي تعطيه العطالة.

- وتعرّف القوة على أنها السبب الذي يؤدي إلى إجراء تغير في حركة الجسم نتيجةً لتأثيرها. أي لتحريك جسم ما يجب أن نطبق عليه قوة.

الأنظمة الانتقالية



الأنظمة الانتقالية

$$F(t) = Ma(t) = M\frac{dv(t)}{dt} = M\frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$F(t) = B(v_1(t) - v_2(t) = B(\frac{dx_1(t)}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt})$$

$$F(t) = K(x_1(t) - x_2(t))$$

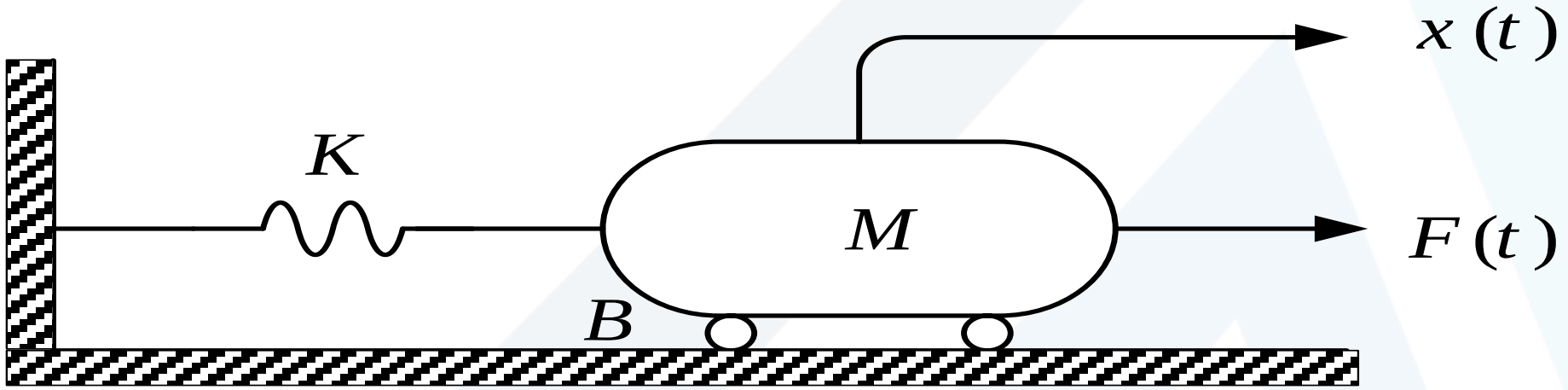
الأنظمة الانتقالية

ولرسم الدارة المكافئة فإننا نمثل العنصر الأول وهو الكتلة بين الانتقال الذي تتعرض له وبين النقطة المشتركة بينما العنصر الثاني وهو الاحتكاك والثالث وهو النابض فيمثلان بين الانتقال الأول $x_1(t)$ وبين الانتقال الثاني $x_2(t)$ ، وفي حال لم يكن هناك إلا انتقال وحيد فإنهما يمثلان بينه وبين النقطة المشتركة. والقوة تمثَّل كدخل على الدارة المكافئة وهي تكون بين الانتقال حيث تطبيقها وبين النقطة المشتركة.

وبعد اكتمال رسم الدارة المكافئة فإنه لإيجاد المعادلة التفاضلية (دالة الانتقال) التي تصف النظام الميكانيكي نشكل المعادلات عند كل عقدة والتي تمثل انتقالاً ما (النقطة المشتركة هي العقدة المشتركة) بحيث أن مجموع القوى عند كل عقدة يساوي الصفر أي مجموع القوى الداخلة يساوي مجموع القوى الخارجة.

مثال

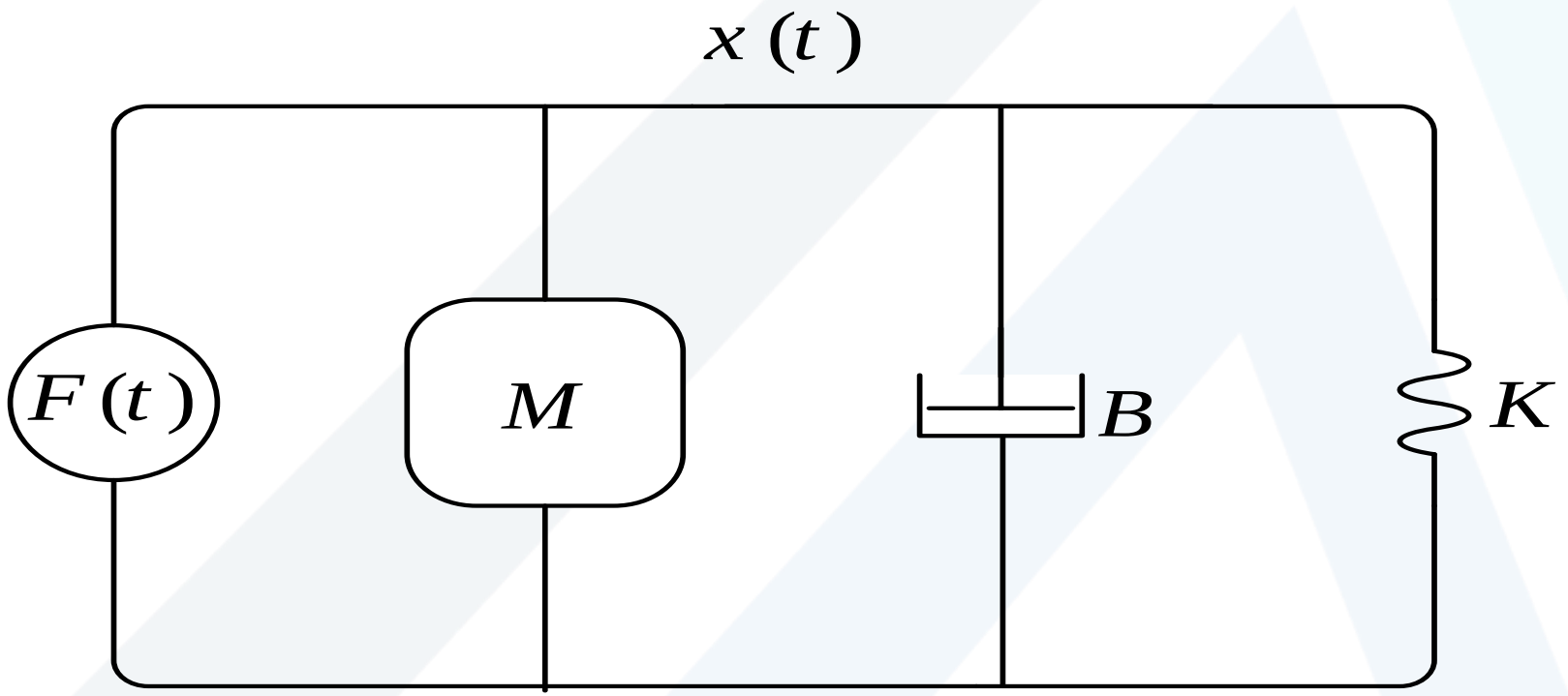
لدينا نظام ميكانيكي مؤلف من عربة كتلتها M ونابض ثابت مرونته K وتتعرض العربة لاحتكاك B عند انتقالها بمقدار $x(t)$ ناتج عن تطبيق قوة عليها مقدارها $F(t)$.



المطلوب إيجاد دالة الانتقال

مثال

لإيجاد دالة الانتقال نجد المعادلة التفاضلية التي تصف حركة النظام، ولذلك نقوم برسم الدارة الميكانيكية المكافئة. وبما أنّ مجموع القوى الداخلة على العقدة $x(t)$ يساوي مجموع القوى الخارجة نحصل على:



مثال

باعتبار الشروط الابتدائية صفرية يصبح تحويل لابلاس هو:

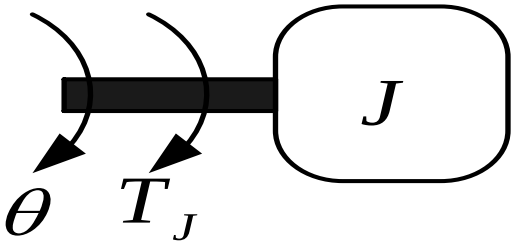
$$M\left[s^2X(s)\right]+B\left[sX(s)\right]+KX(s)=F(s)$$

$$X(s)=\frac{F(s)}{Ms^2+Bs+K}$$

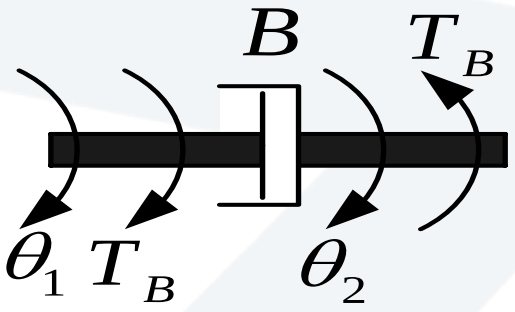
وبذلك تكون دالة الانتقال $G(s)$ لنظام التخميد المؤلف من كتلة ونابض هي:

$$G(s)=\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{Ms^2+Bs+K}$$

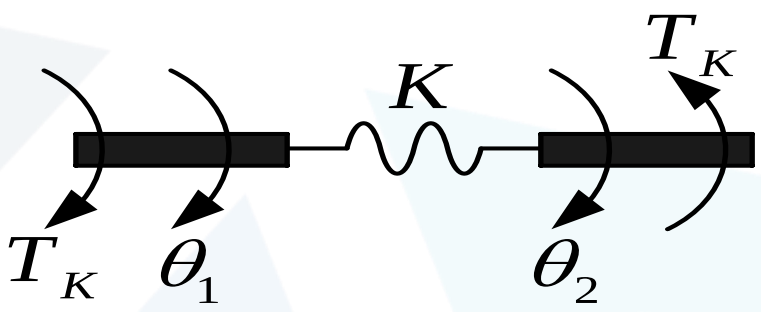
الأنظمة الدوارة



Moment of inertia
(a)



Viscous friction
(b)



Torsion
(c)

الأنظمة الدوارة

يؤدي تطبيق مزدوجة على جسم ما له عزم عطالة J إلى تدويره بتسارع زاوي $\alpha(t)$ وتكون مزدوجة رد الفعل $T_J(t)$ معاكسة لاتجاه المزدوجة المطبقة وتساوي إلى حاصل ضرب عزم العطالة بالتسارع لذلك فإن:

$$T_J(t) = J\,\alpha(t) = J\,\frac{d\,\omega(t)}{dt} = J\,\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

حيث $\omega(t)$ هي السرعة الزاوية و $\theta(t)$ هي الزاوية.

الأنظمة الدوارة

أما بالنسبة للعنصر الثاني فإنّه يعبر عن التخامد بثابت تخامد B ، وتساوي مزدوجة التخامد $T_B(t)$ إلى حاصل جداء ثابت التخامد B بفرق السرعة الزاوية على طرفي عنصر الاحتكاك، أي:

$$T_B(t) = B(\omega_1(t) - \omega_2(t))$$

$$= B\left(\frac{d\theta_1(t)}{dt} - \frac{d\theta_2(t)}{dt}\right)$$

عند تطبيق مزدوجة على نابض فإنه سيدور بزاوية مقدارها $\theta(t)$ وتنتقل هذه المزدوجة عبر النابض لتظهر عند نهايته وتساوي المزدوجة المعاكسة إلى حاصل ضرب قساوة النابض بفوق زاوية اللف على طرفي النابض:

$$T_K(t) = K(\theta_1(t) - \theta_2(t))$$

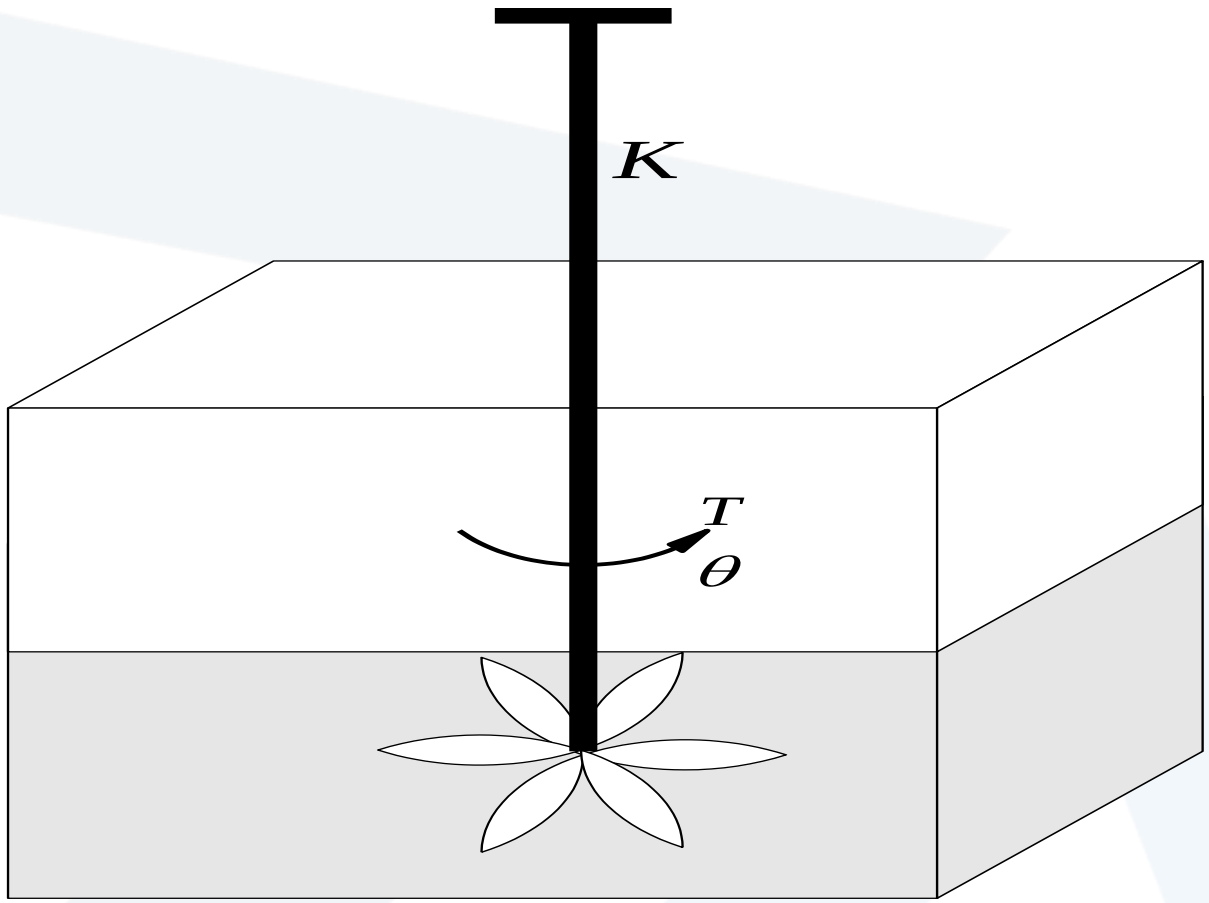
الأنظمة الدوارة

يمكن تبسيط كتابة المعادلات التفاضلية للأنظمة الدوارة برسم الدارة الميكانيكية المكافئة للنظام. وكل انزياح زاوي يمثل عقدة في الدارة المكافئة ثم نصل كل عنصر بين العقدتين الموافقتين للانزياح الزاوي على طرفي هذا العنصر، فتوصل عناصر العطالة من العقدة الممثلة لحركتها إلى العقدة المشتركة، بينما توصل عناصر التخامد والاحتكاك إلى العقدتين الممثلتين للانزياح الزاوي على طرفيها. ثم نكتب معادلة المزدوجة (العزم) لكل عقدة وذلك بمساواة مجموع العزوم عند كل عقدة بالصفر أو مجموع العزوم الداخلة على العقدة تساوي مجموع العزوم الخارجة منها.

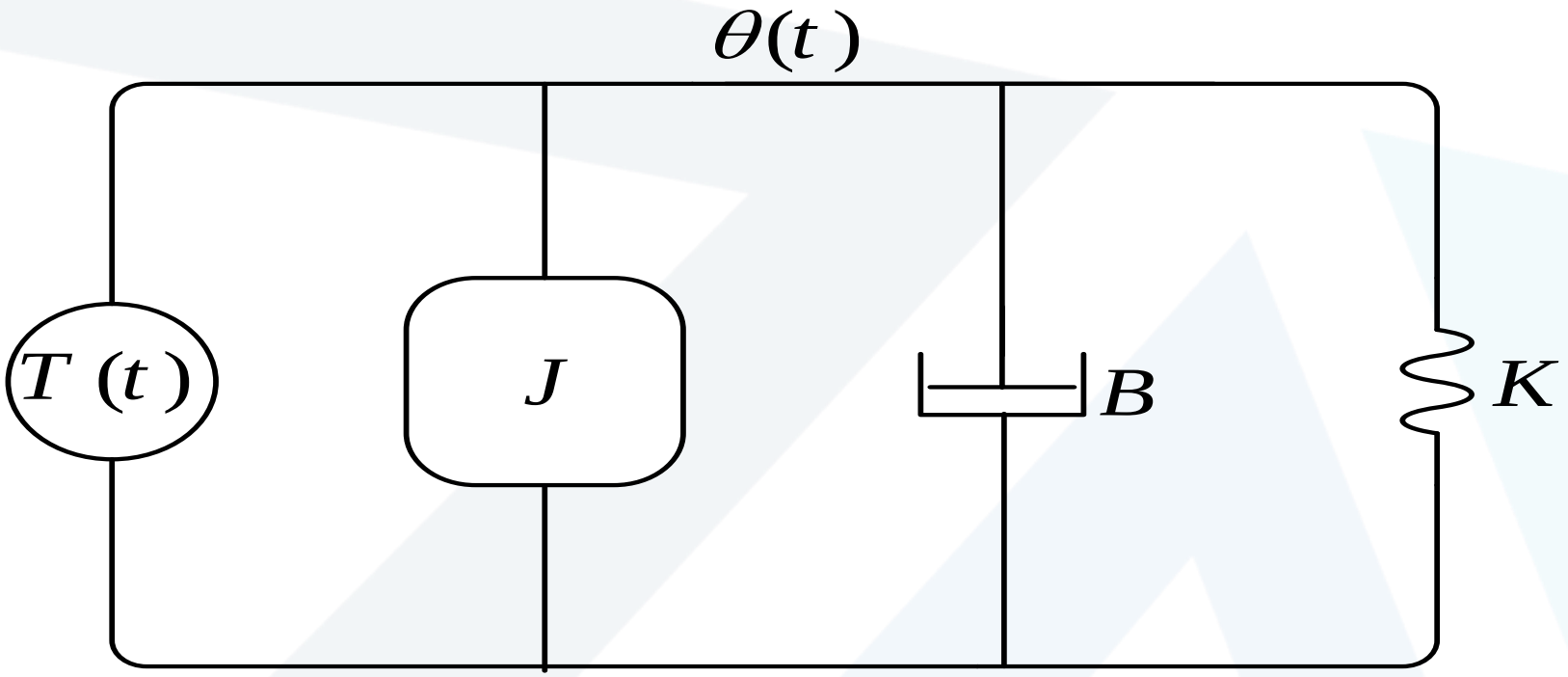
مثال

يبين الشكل كتلة بعزم عطالة J موضوعة ضمن سائل ولهذه الكتلة شفرات فعند تعرض هذه الكتلة لعزم T فإنّه يتولد في السلك الحامل لها مزدوجة معاكسة تتناسب مع ثابت المرونة K وزاوية الانزياح $\theta(t)$ وأيضاً تتعرض الشفرات المتحركة عبر السائل لاحتكاك بثابت تخامد B وبالتالي تولد مزدوجة معاكسة للحركة .

مثال



مثال



مثال

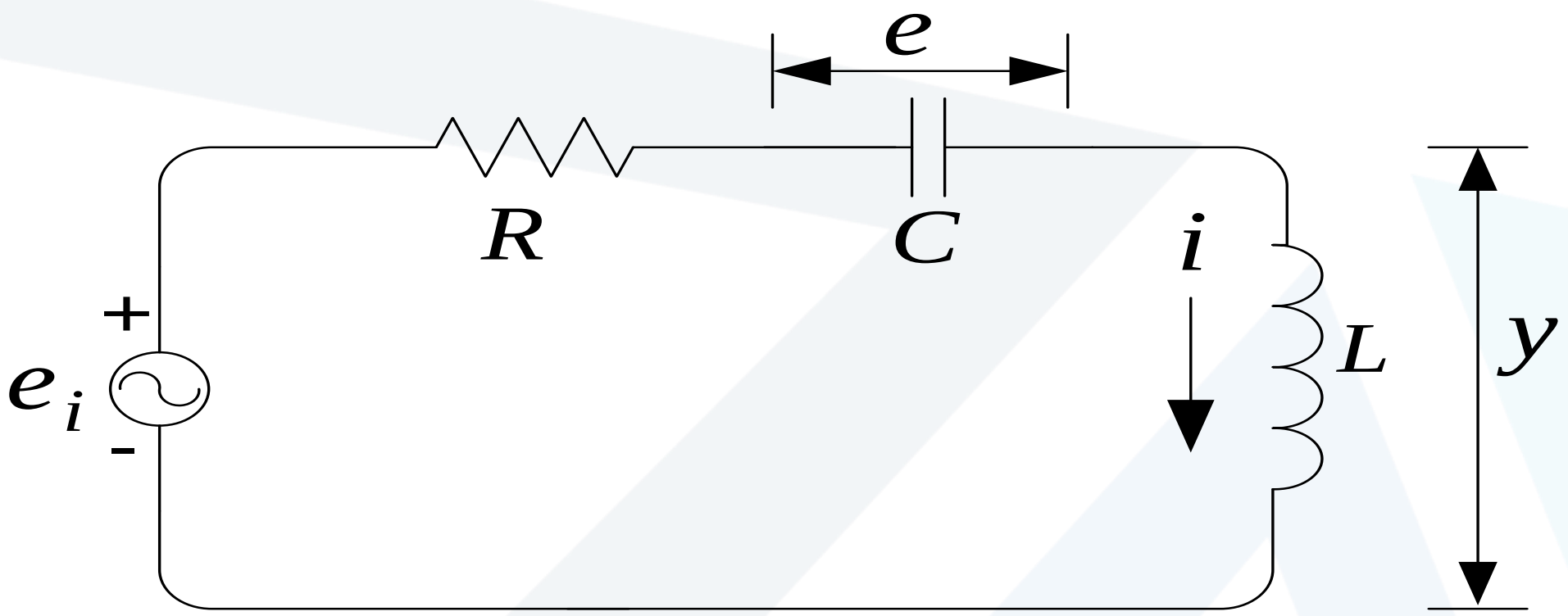
المعادلة التفاضلية التي تمثل النظام الميكانيكي هي:

$$T(t) = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B\frac{d\theta(t)}{dt} + K\theta(t)$$

بأخذ تحويل لابلاس للطرفين وبفرض الشروط الابتدائية صفرية نجد دالة الانتقال لهذه الجملة:

$$\frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2 + Bs + K}$$

النظم الكهربائية



النظم الكهربائية

$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)+e(t)=e_i(t)$$

$$C\frac{de(t)}{dt}=i(t)$$

$$\left(R+sL+\frac{1}{sC}\right)I(s)=E_i(s)$$

$$y(t)=L\frac{di}{dt}$$

$$Y(s)=sLI(s)$$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{E_i(s)}==\frac{s^2}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$$

نموذج دالة الانتقال العام

$$G(s)=\frac{X(s)}{R(s)}=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+b_{m-1}s+b_m}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+a_{n-1}s+a_n};m\le n$$

$$G(s)=\frac{N(s)}{\Delta(s)}$$

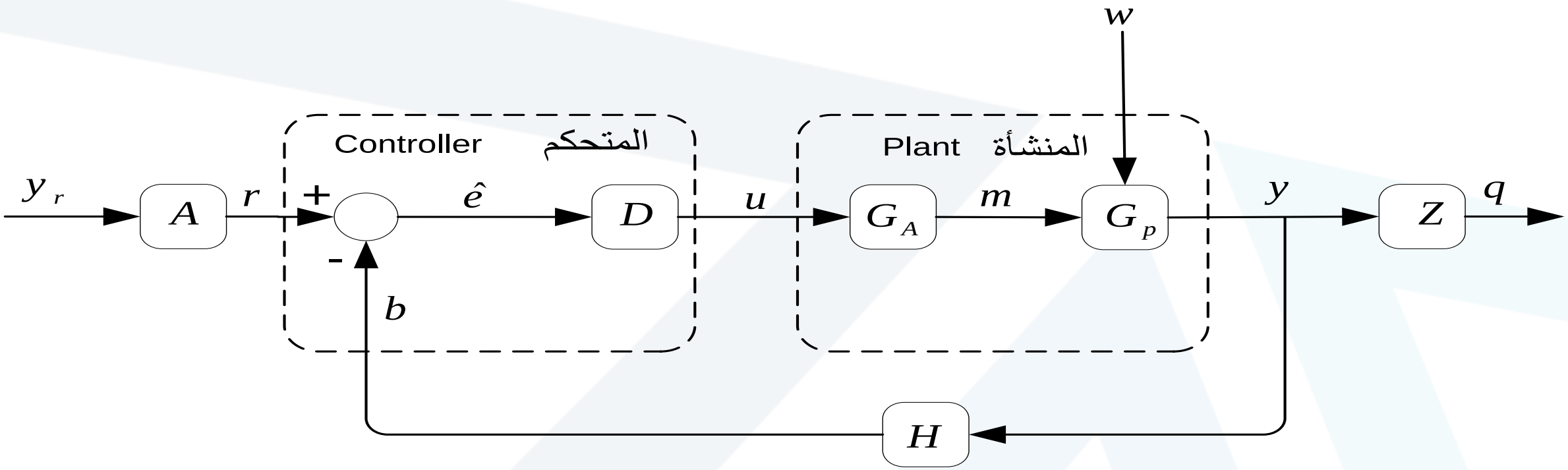
$$\Delta(s)=0 \qquad N(s)=0$$

$$G(s)=\frac{K(s+z_1)(s+z_2)\ldots\ldots\ldots\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\ldots\ldots\ldots(s+p_n)};m\le n$$

نموذج دالة الانتقال العام

$$G(s)=\frac{K(s+z_1)(s+z_2)\ldots\ldots\ldots\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)^{\nu}(s+p_{\nu+1})\ldots\ldots\ldots(s+p_n)}\quad ;m\le n$$

البنية الأساسية لنظام تحكم بتغذية خلفية



البنية الأساسية لنظام تحكم بتغذية خلفية

العناصر

A : عناصر الدخل المرجعي

D : عناصر منطق التحكم

G_A : عناصر المنفذ

(عناصر التحكم النهائي)

G_P : عناصر النظام المتحكم به

Z : عناصر النظام المتحكم به

غير المباشرة

H : عناصر التغذية الخلفية

الإشارات

b : إشارة التغذية الخلفية

y : المتغير المتحكم به(الخرج)

w: دخل الاضطراب

$\hat{e}$: إشارة الخطأ المنفذ

u: إشارة التحكم

m : المتغير المعالج

r : الدخل المرجعي

y_r : الدخل المطلوب

q : المتغير المتحكم به غير المباشر