6- المكثفات الكهربائية Capacitors

6-1- سعة ناقل معزول في الخلاء capacitance of an electrical conductor in vacuum

إذا أخذنا ناقلاً معزولاً مشحوناً بشحنة كهربائية ولتكن Q_1 فيكون كمونه V_1 وإذا أصبح كمون هذا الناقل V_2 بوصله بمنبع كهربائي فإننا سوف نحصل على انتقال للشحنات عبر المنبع إلى أن نصل إلى حالة توازن جديدة أي يصبح الناقل مشحون بشحنة Q_2 وهكذا .... ، أي أن:

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \cdots = \frac{Q}{V} = cte$$

نسمي هذا الثابت سعة الناقل ونرمز له بالرمز C.

$$Q = C \,.\, V \qquad (42)$$

نعرف السعة الكهربائية بأنها مقدار يصف قدرة الناقل (عندما يشحن إلى كمون معين) على اختزان الشحنة الكهربائية. أي أن السعة الكهربائية: هي النسبة بين الشحنة الكهربائية التي يحملها هذا الناقل وكمونه. وواحدتها هي الفاراد Farad. الفاراد عبارة عن سعة ناقل معزول والذي إذا رفع إلى كمون قيمته فولط واحد يشحن شحنة قدرها كولوم واحد. تجدر الإشارة إلى أن سعة الناقل تتعلق بنصف القطر اي تعتمد على السطح الخارجي للناقل.

6-2- طريقة حساب سعة مكثفة لسطوح هندسية منتظمة

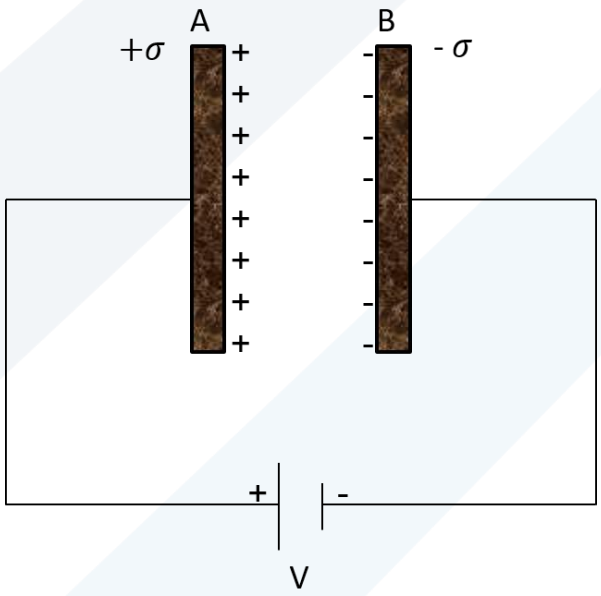
1- حساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة بين اللبوسين (من قانون غوص مثلاً).

2- حساب فرق الكمون بين اللبوسين بالاستفادة من علاقة الحقل بالكمون $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ ويعطي هذا الحساب معادلة تحتوي على V وعلى Q.

3- استخراج النسبة $\frac{Q}{V}$ من المعادلة السابقة والتي تمثل السعة المطلوبة.

3-6- حساب سعة المكثفة المستوية the capacitance of a parallel-plate capacitor

تعرف المكثفة المستوية بأنها عبارة عن مستويين متوازيين سطح كل منهما S والمسافة بينهما d صغيرة جداً بالمقارنة مع أبعاد اللبوسين (المستويين).



الشكل (13): مكثفة مستوية.

بتطبيق قانون غوص :

$$\emptyset = \oiint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E.S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

نحسب فرق الكمون V من جولان الحقل بين اللبوسين من A إلى B :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \quad \rightarrow \quad \int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E}\overrightarrow{dl}$$

$$\rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

نضرب ونقسم على S:

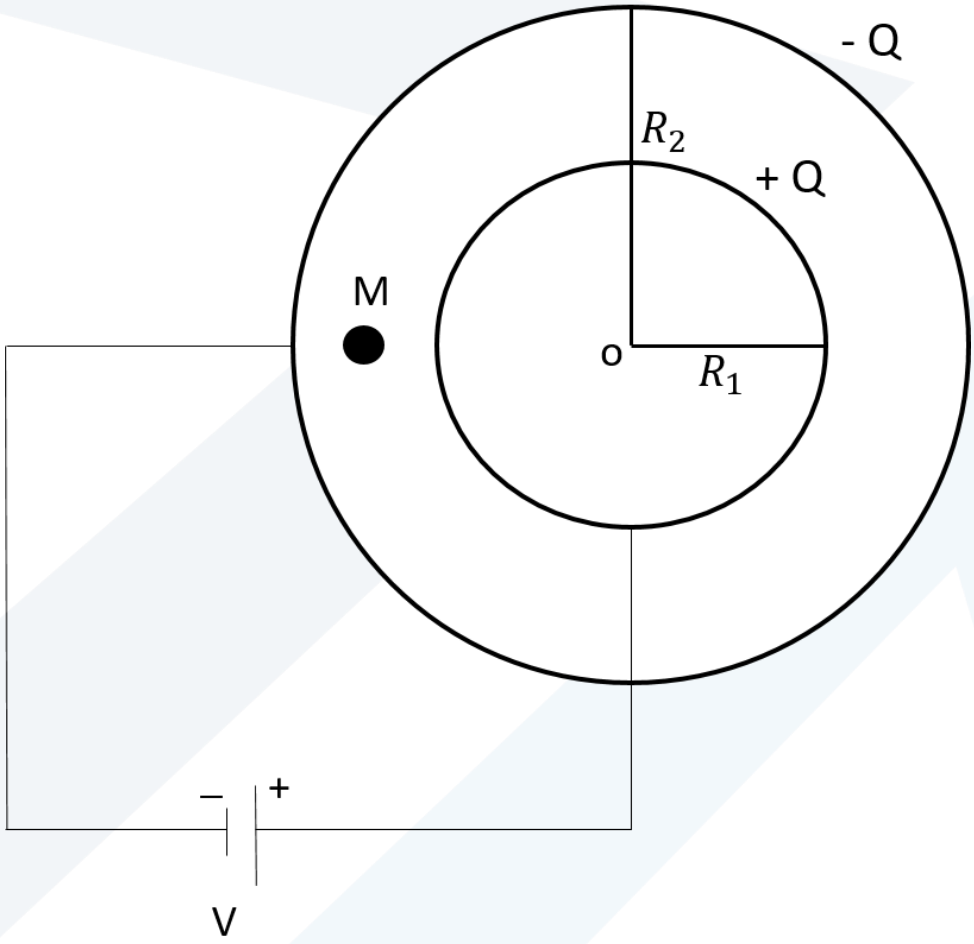
$$V_A - V_B = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$$

إذن سعة المكثفة المستوية:

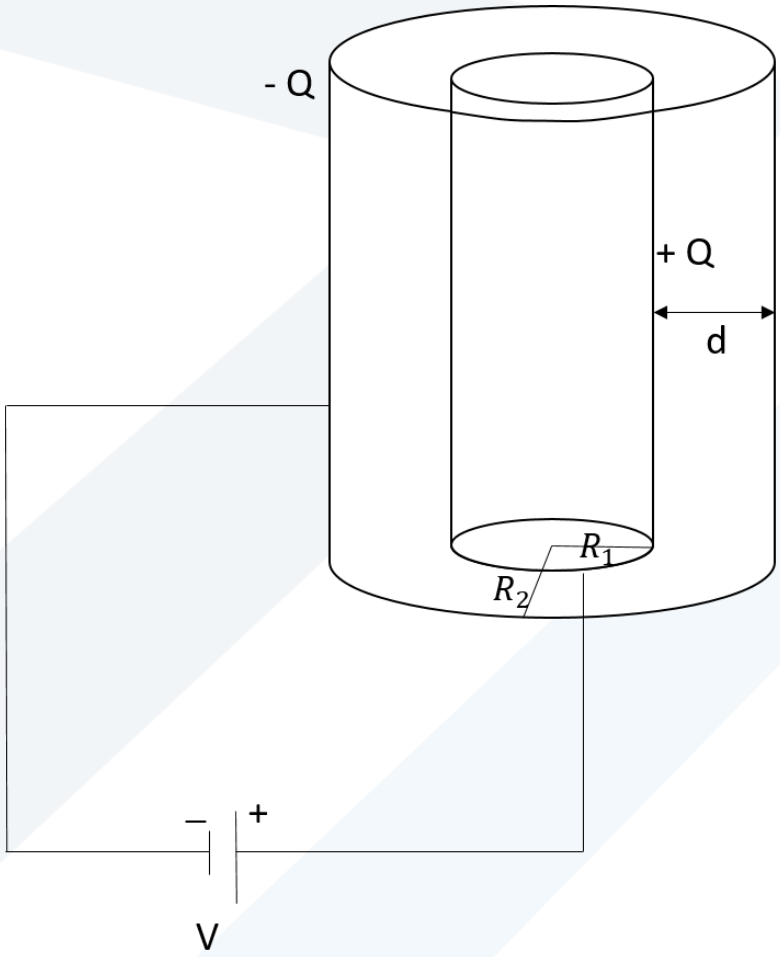
$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \qquad (43)$$

تمارين Exercises

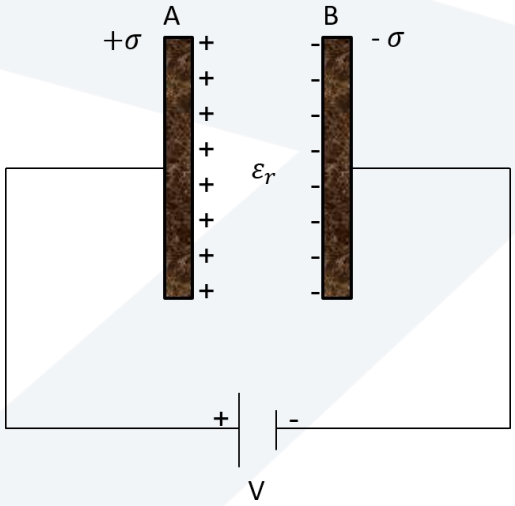
<u>مسألة 1</u>: استنتج علاقة سعة المكثفة الكروية المبينة بالشكل التالي:



مسألة 2: استنتج علاقة سعة المكثفة الاسطوانية المبينة بالشكل التالي:



1-3-6- حساب سعة مكثفة مستوية بوجود عازل insulator كامل يملأ الفراغ بين اللبوسين



الشكل (14): مكثفة مستوية بوجود عازل يملأ الفراغ بين اللبوسين.

تصبح قيمة الحقل الكهربائي في المادة العازلة:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\rightarrow \quad \sigma = \varepsilon_r \sigma_0$$

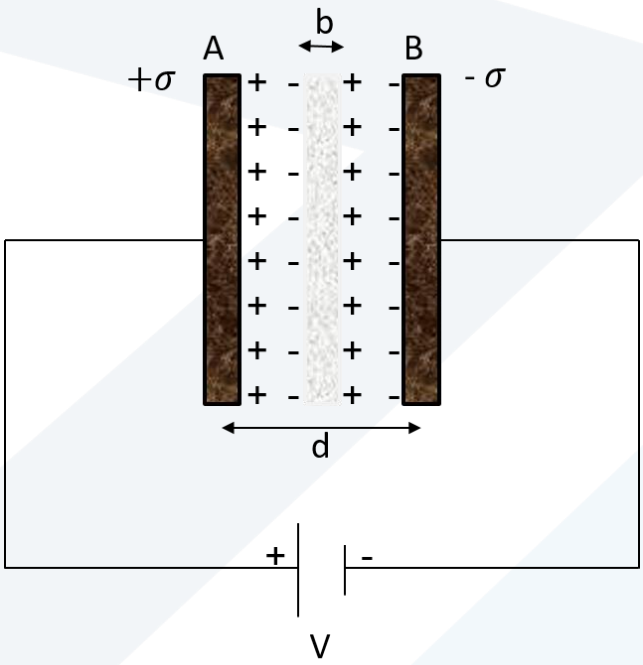
حيث نفوذية العازل هي ε_r.

أي أن شحنة المكثفة تزداد عند وضع مادة عازلة ب ε_r مرة بينما فرق الكمون ثابت، وتصبح السعة:

$$C = \varepsilon_r C_0 \tag{44}$$

6-3-2- حساب سعة مكثفة مستوية بوجود صفيحة عازلة electrically insulating plate سماكتها أصغر من البعد بين اللبوسين

ليكن لدينا مكثفة مستوية سطح كل لبوس S والبعد بين اللبوسين هو d. (الشكل 15).



الشكل (15): مكثفة مستوية بوجود عازل سماكته $b < d$ بين اللبوسين وموازٍ له.

نشحن هذه المكثفة تحت فرق في الكمون قدره V ثم نقطع اتصالها بالمولد ونضع بين لبوسيها صفيحة من مادة عازلة سماكتها b ونفوذيتها ε_r موازية للبوسين.

فرق الكمون بين اللبوسين:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \quad \rightarrow \quad \int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E}\,\overrightarrow{dl}$$

$$V_A - V_B = E_0(d-b) + Eb$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(d - b + \frac{b}{\varepsilon_r}\right)$$

وسعة المكثفة بدلالة الكثافة السطحية σ تعطى بالعلاقة:

$$C = \frac{\sigma S}{V}$$

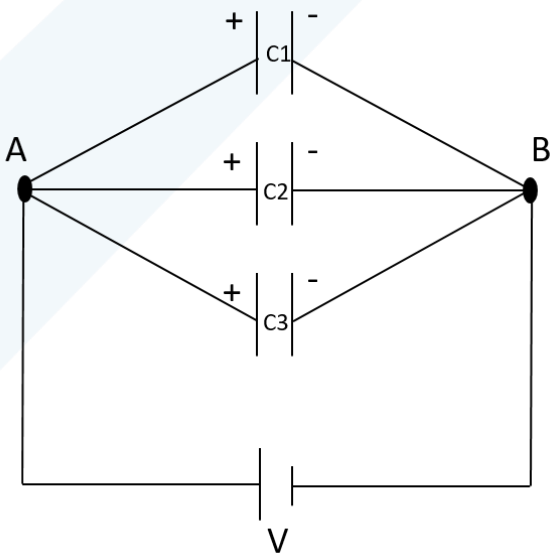
$$\rightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d - b + \frac{b}{\varepsilon_r}} \qquad (45)$$

7- وصل المكثفات circuit analysis

يمكن وصل المكثفات على التفرع أو على التسلسل

7-1- وصل المكثفات على التفرع capacitors in parallel

نصل أحد اللبوسين في كل مكثفة إلى نقطة معينة ونصل اللبوس الآخر من كل مكثفة في الطرف الآخر إلى نقطة معينة أخرى كما في الشكل (16).



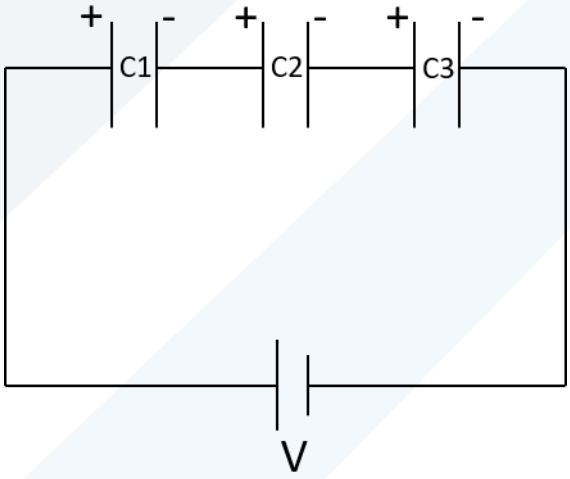
الشكل (16): وصل المكثفات على التفرع.

فتكون السعة المحصلة:

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (46)$$

2-7- وصل المكثفات على التسلسل Capacitors in series

في هذا النوع من الوصل نصل نهاية المكثفة الأولى ببداية المكثفة الثانية وهكذا ... (الشكل 17).



الشكل (17): وصل المكثفات على التسلسل.

من أجل n مكثفة موصولة على التسلسل يكون:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (47)$$

أي أن مقلوب سعة المكثفة المكافئة في حالة الوصل على التسلسل يكون مجكموع مقلوب سعات المكثفات الموصولة على التسلسل.

8- التيار الكهربائي electric current

هو عبارة عن حركة منتظمة لحاملات الشحنة الكهربائية (سالة أو موجبة) تحت تأثير الحقل الكهربائي (كمون كهربائي).

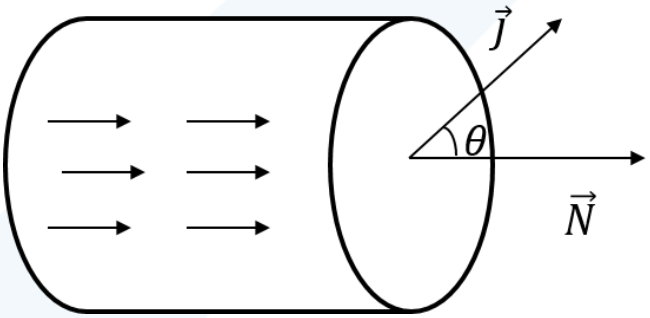
كثافة التيار الكهربائي: نرمز له ب $\vec{J}$ وهي تساوي شدة التيار بواحدة السطح الذي تجتازه الشحنات الكهربائية، أي أن:

$$j = \frac{dI}{dS} \tag{48}$$

$$\rightarrow \quad dI = \vec{j}d\vec{S}$$

$$\rightarrow I = \oiint \vec{j}d\vec{S} = \oiint j dS \cos\theta$$

$$\rightarrow I = \oiint j_n dS \tag{49}$$



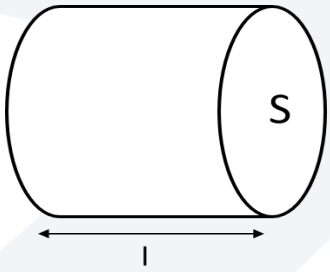
الشكل (18): شكل يوضح اتجاه كثافة التيار الكهربائي.

حيث j_n مسقط المتجه $\vec{J}$ على الناظم $\vec{N}$ و θ الزاوية المحصورة بين $\vec{J}$ و $\vec{N}$.

وبالتالي التيار هو تدفق متجهة كثافة التيار من خلال السطح المغلق العمودي على حركة حاملات الشحنة الكهربائية على سطح الناقل.

لا بد من الإشارة إلى أن واحدة التيار الكهربائي هي الأمبير A، بينما واحدة كثافة التيار الكهربائي هي $\frac{A}{m^2}$.

1-8- علاقة شدة التيار الكهربائي بسرعة حاملات الشحنة charge carrier



$$dl = vdt$$

ولكن الحجم يعطى بالعلاقة:

$$V = Sl$$

$$\rightarrow n.V = n.S.l$$

$$dn = n.dV = n.S.v.dt \qquad (50)$$

حيث n عدد حاملات الشحنة الكهربائية، v السرعة، S مساحة السطح وV الحجم.

وبالتالي فإن:

$$d\emptyset = n.q.v.S.dt \qquad (51)$$

ولكن حسب تعريف التيار نكتب:

$$I = \frac{d\emptyset}{dt} = \frac{n.q.v.S.dt}{dt} \qquad (52)$$

$$\rightarrow I = n.q.v.S \qquad (53)$$

نلاحظ من العلاقة السابقة أنه عندما $v = 0$ فإن $I = 0$ أما كثافة التيار فتعطى بالعلاقة:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{n.q.v.S}{S}$$

$$\rightarrow j = n.q.v \qquad (54)$$

ملاحظة: نعرف $\rho = n.q$ بالكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية.

9- قانون أوم Ohm's law

ليكن لدينا مادتين مختلفتين لهما نفس الأبعاد الهندسية (نفس الطول ونفس سطح المقطع). نطبق فرق في الكمون بين طرفي هاتين المادتين المختلفتين بخواصهما الفيزيائية والمتشابهان بأبعادهما الهندسية، عندئذٍ نلاحظ اختلاف مرور التيار الكهربائي في كل منهما، تسمى هذه الظاهرة المميزة بين هاتين المادتين بالمقاومة. نلاحظ أنه كلما زاد فرق الكمون زاد التيار الكهربائي بشكل طردي، وبالتالي نكتب:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \cdots = \frac{V_n}{I_n} = R \qquad (61)$$

تدعى R في العلاقة الأخيرة بالمقاومة وواحدتها هي الأوم Ω. بينما يدعى مقلوب المقاومة بالناقلية G. $G = \frac{1}{R}$ وواحدتها هي Ω^{-1}.

إذن:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{E.x}{j.S} = \frac{E.l}{j.S} \qquad (62)$$

ولكن المقاومة النوعية تعطى بالعلاقة $\rho = \frac{E}{j}$ وواحدتها هي Ωm وبالتالي:

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad (63)$$

ملاحظة: يدعى مقلوب المقاومة النوعية بالناقلية النوعية $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ويرمز لها ، واحدها $(\Omega m)^{-1}$.

الشكل التفاضلي لقانون أوم

$$R = \frac{V}{I} \quad \rightarrow \quad \rho \frac{l}{S} = \frac{E.l}{j.S}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{E}{j} \quad \rightarrow \quad j = \frac{E}{\rho}$$

$$\rightarrow j = \sigma . E \tag{64}$$

وهو الشكل التفاضلي لقانون أوم.