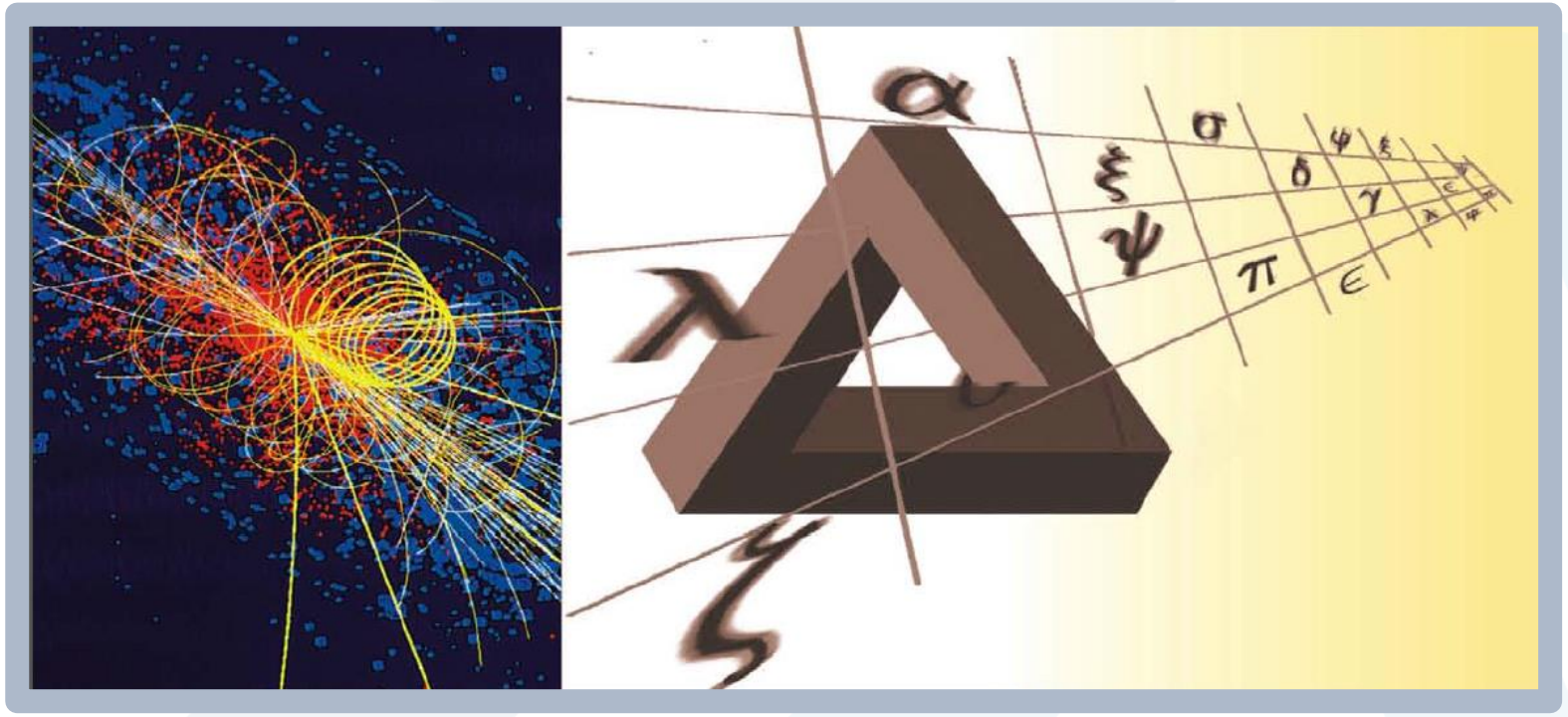
جامعة المنارة

كلية الهندسة

قسم الميكاترونكس

مقرر التحليل العددي

# Numerical Solutions of Nonlinear Equations with Matlab



د. محمد خيرعبدالله محمد

العام الدراسي 2023-2024

# Contents

# BISECTION METHOD

## طريقة التنصيف

لنفرض بأنه يوجد جذر للمعادلة في الفترة $[x_1, x_2]$ أي إن

$$f(x_1).f(x_2) < 0$$

في هذه الطريقة نحسب قيمة الدالة في نقطة تقع في منتصف المسافة بين $x_1$ و $x_2$ فإذا كانت إشارتها تختلف عن إشارة $f(x_1)$ فإن الجذر يقع بين $x_1$ والمنتصف. أما إذا تشابهت الإشارتان فإنها بالتأكيد ستكون مختلفة عن إشارة $f(x_2)$ وعليه يكون الجذر واقعاً بين المنتصف و $x_2$ ويمكن تكرار هذه العملية عدة مرات للحصول على فترة ضيقة حول الجذر المطلوب.

## خوارزمية طريقة التنصيف

لتكن f هي دالة مستمرة في الفترة $[a_0, b_0]$ بحيث أن: $f(a_0).f(b_0)< 0$

لقيم $i=0, 1,2, \ldots$ أوجد: $r = \frac{a_i + b_i}{2}$

إذا كان $f(a_i).f(r)=0$ فإن r هو الجذر المطلوب.

إذا كان $f(a_i).f(r)<0$ ضع: $a_{i+1}= a_i \ , \ b_{i+1}=r$

إذا كان $f(a_i).f(r)>0$ ضع: $a_{i+1}=r, \ b_{i+1}=b_i$

بتكرار الطريقة أعلاه نحصل على متتابعة من الفترات $[a_i, b_i]$ التي تحتوي على جذر المعادلة وتكون أطوالها أصغر كلما زادت قيمة i وعلى هذا الأساس إذا كان المطلوب إيجاد قيمة مقربة للجذر لا يتجاوز الخطأ فيها عن ε، نتوقف عندما تتحقق المتراجحة:

$$|b_i - a_i| \leq \varepsilon$$

مثال: جد جذر المعادلة $f(x)=x\log x-1=0$ بطريقة التنصيف وبخطأ $\varepsilon=0.001$ في الفترة $(1, 3)$

يلاحظ من الدالة أعلاه بأن $f(1).f(3)<0$. وهذا يعني بأن هناك جذراً في الفترة $(1, 3)$.

$f(1)=-1$

$f(3)=0.4314$

$\varepsilon=b_0-a_0=3-1=2$

$$r=\frac{a_0+b_0}{2}=\frac{1+3}{2}=2$$

$f(2)=-0.3979$

$a_1=r;\quad b_1=b_0;$

$\varepsilon=b_1-a_1=3-2=1$

$$r=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{2+3}{2}=2.5$$

$f(2.5)=-0.0051$

$a_2=r;\quad b_2=b_1;$

$\varepsilon=b_2-a_2=3-2.5=0.5$

$$r=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{2.5+3}{2}=2.75$$

$f(2.75)=2.2081$

$a_3=a_2;\quad b_3=r;$

$\varepsilon=b_3-a_3=2.75-2.5=0.25$

$$r=\frac{a_3+b_3}{2}=\frac{2.5+2.75}{2}=2.625$$

$f(2.625)=0.1002$

$a_4=a_3;\quad b_4=r;$

$\varepsilon=b_4-a_4=2.625-2.5=0.125$

وهكذا نستمر إلى أن نحصل على الجذر المطلوب أو نصل إلى قيمة خطأ $\varepsilon\leq0.001$.

## برمجة طريقة التنصيف باستخدام لغة Matlab
## (حلقة for)

```
f=inline('x*log10(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
            disp('the exact root is')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

| x1=1 | x1=1 | x1=1 | x1=1 | x1=1 |
|---|---|---|---|---|
| x2=3 | x2=3 | x2=3 | x2=3 | x2=3 |
| n=4 | n=6 | n=10 | n=15 | n=1000 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2.5000 | 2.5000 | 2.5000 | 2.5000 | 2.5000 |
| 2.7500 | 2.7500 | 2.7500 | 2.7500 | 2.7500 |
| 2.6250 | 2.6250 | 2.6250 | 2.6250 | 2.6250 |
| | 2.5625 | 2.5625 | 2.5625 | 2.5625 |
| | 2.5313 | 2.5313 | 2.5313 | 2.5313 |
| | | 2.5156 | 2.5156 | 2.5156 |
| | | 2.5078 | 2.5078 | 2.5078 |
| | | 2.5039 | 2.5039 | 2.5039 |
| | | 2.5059 | 2.5059 | 2.5059 |
| | | | 2.5068 | 2.5068 |

(حلقة for)

```
f=inline('x*log١٠(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
            disp('the exact root is')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

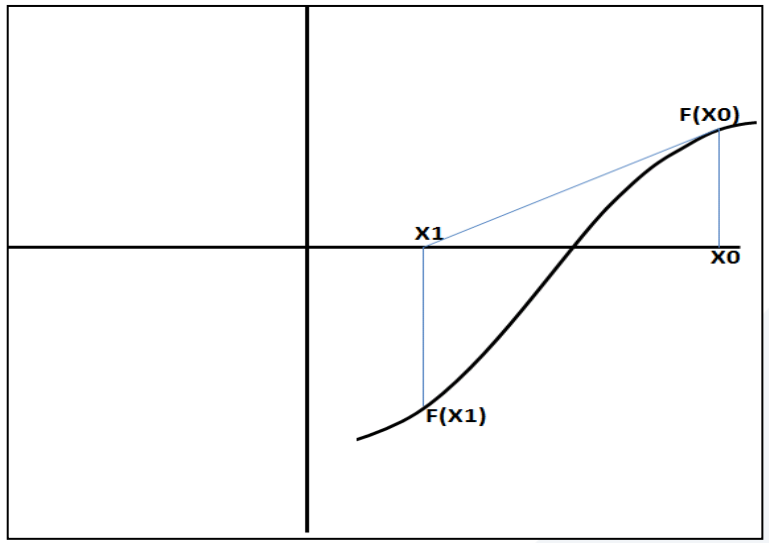
(حلقة while)

```
f=inline('x*log١٠(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
while abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
            disp('the exact root is ')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
end
```

# NEWTON RAPHSON METHOD

## طريقة نيوتن رافسون

اذا اخذنا X0 نقطة ليست بعيدة جدا عن جذر المعادلة ثم قمنا بايجاد صورة النقطة F(X0) الان نلاحظ ان F'(X) هو المماس للدالة F ويقطع محور X عند النقطة X1 . X1 هو القيمة التقريبية لجذر الدالة F . نستطيع ايجاد قيمة X1 من المثلث X0,X1,F(X0) بالشكل التالي




$$F'(X0)=F(X0)/X0-X_1$$

$$X1=X0-(F(X0)/F'(X0))$$

من ذلك نستطيع حساب قيمة X2

$$X2=X1-(F(X1)/F'(X1))$$

و

$$X3=X2-(F(X2)/F'(X2))$$

وبشكل عام

$$X_{N+1}=X_N-(F(X_N)/F'(X_N)) \qquad N=1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

مثال: جد جذر المعادلة $f(x)=x.\ \ln(x)-1=0$

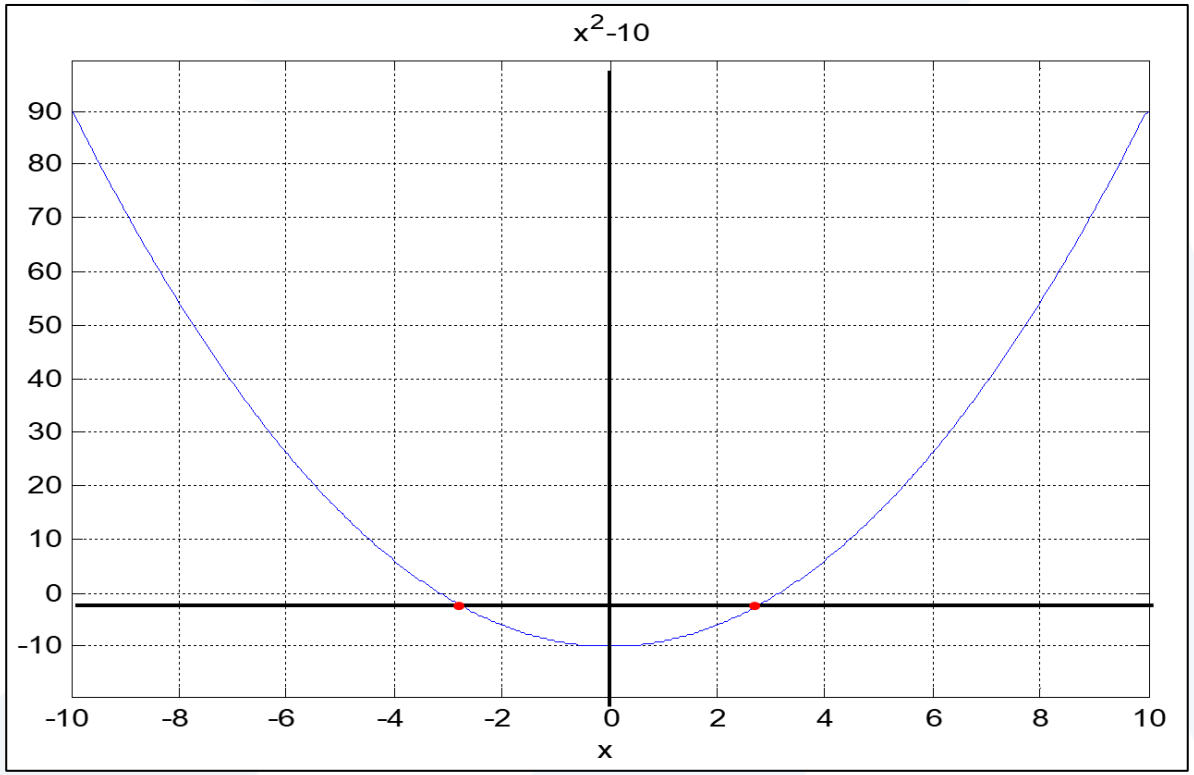
في الفترة [1, 2] وبمقدار خطأ $\varepsilon=0.001$.

```
syms x
f= x*log(x)-1;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
   w=a-(subs(f,a)/subs(u,a));
   v=double(w);
   disp(v)
   if abs(w-a)<= 0.001
      break
   else
      a=w;
   end
end
```

```
a=1.5
n=100

1.7788

1.7633

1.7632
```

إن الحل العددي لمعادلة ما بطريقة نيوتن رافسون قد يواجه إمكانية حصول عدم التعيين عند نقطة البدء

```
ezplot (' x^2-10',[-10 10])
grid
```



```
f=inline(' x^2-10')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (abs(y1*y) == 0)
            disp('the exact root is ')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

(' x^2-10')

المجال [-1 4]

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
```

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
if subs(u,a)==0;
    a=a+0.1;
end
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
```

انتهت المحاضرة