الجلسة الثالثة : توان الجسيم - عملي

د.نزار عبد الرحمن

تعريف الجسيم : عبارة عن جسم أبعاده وكتلته صغيرة جدا بحيث يمكن إهمالها

الشرط اللازم والكافي لتوازن الجسيم هو أن يكون المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على الجسيم مساويا الصفر.

*مراحل حل المسائل المتعلقة بتوازن الجسيم :

1.تحديد الجسيم

2. رسم مخطط الجسم الحر للجسيم : أي أننا نتخيّل الجسيم حراَ في الفراغ محررا من كافة قيوده ونستبدل عن هذه القيود بالقوى المناسبة .

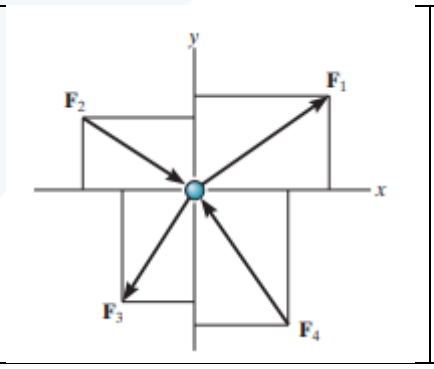
تعريف القيد : هو كل ما يمنع حركة الجسم في الفراغ (نابض ،حبل ، كبل ، نقاط وسطوح استناد .....).

3- كتابة معادلتين للتوازن :

نحل المعادلتين ونحسب المجاهيل ، وإذا نتج بعد الحساب أن إشارة إحدى القوى سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة هو عكس الاتجاه المفروض .

$$\sum \boldsymbol{F} = 0$$

$$\sum F_x . \boldsymbol{i} + \sum F_Y \ . \boldsymbol{J} = 0$$

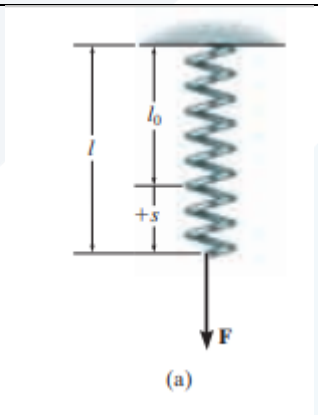


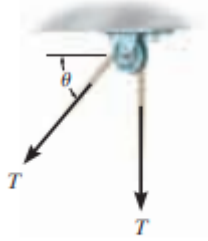
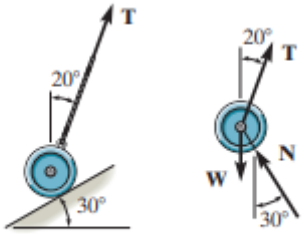
من هذه المعادلة الشعاعية ينتج شرطين لتوازن الجسيم : مركبات القوة وفق المحورين x y يجب أن تكون مساوية للصفر:

$$\sum F_x = 0$$

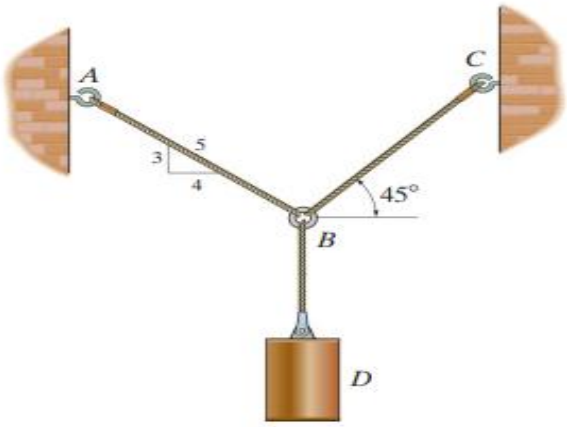
$$\sum F_Y = 0$$

بعض التطبيقات على توازن الجسيم :

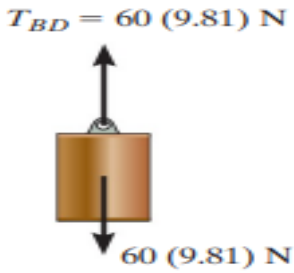
1- النوابض : نحسب القوة المؤثرة في النابض عن طريق العلاقة: $F = K.S$ **حيث K: ثابت استطالة النابض** $S = l - l_0$ **S مقدار الاستطالة** **= الطول النهائي – الطول الأصلي** l الطول النهائي l_0 الطول الأصلي	

2- الكابلات والحبال والبكرات: تستخدم الكابلات والحبال لنقل تأثير القوى والحمولات على طرفي البكرة ، ونعتبر أن الكبل أو الحبل يكون متوازنا على طرفي البكرة ، وفي أي مقطع من مقاطعه	 Cable is in tension (b)
نقاط الاستناد الملساء : عند الاستناد على سطح أملس ، عندها يكون رد فعل السطح عبارة عن قوة متعامدة مع سطح الاستناد عند نقطة الاستناد.	 (a) (b)

مسألة1 : أوجد القوة المؤثرة في الكبلين AB,BC من أجل تعليق اسطوانة كتلتها 60Kg كغ



(a)



(b)

$$\sum F_x = 0\,, T_{BC}.\cos 45 - T_{AB}\left(\frac{4}{5}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_Y = 0\,, T_{BC}.\sin 45 + T_{AB}(\tfrac{3}{5}) = 0\ , \quad (2)$$

من المعادلة (1) نكتب :

$$T_{AB} = 0.883 T_{BC}$$

نعوض في المعادلة (2) :

$$T_{BC}.\sin 45 + (\frac{3}{5})(0.833 T_{BC}) - 60(9.81) = 0$$

ينتج $T_{BC} = 476\text{N}$, $T_{AB} = 420\ \text{N}$

مسألة (2) : أوجد الطول اللازم للحبل AC،من أجل تعليق مصباح كتلته $8Kg$ في وضعية التوازن. الطول الأصلي للنابض $L'_{AB} = 0.4m$ ،ثابت استطالة النابض $k_{AB} = 300N/m$

الحل : إذا علمنا قيمة القوة المؤثرة في النابض ، نستطيع حساب استطالة النابض عن طريق المعادلة : $F= K.S$، عنها نستطيع حساب طول الحبل من الشكل الهندسي .

الحل :مخطط الجسم الحر: مخطط الجسم الحر للجسيم A مبيّن في الشكل(b) وزن المصباح : $W=8(9.81)=78.5\ N$

كتابة معادلات التوازن :

$$\sum F_x = 0 \, , T_{AB} - T_{AC}.\cos 30 = 0 \quad (1)$$

$$= 0 \sum F_Y = 0 \, , T_{AC}.\sin 30 - 78.5$$

بحل المعادلتين ينتج :

$$T_{AC} = 157N, T_{AB} = 136N$$

استطالة النابض AB : $T_{AB} = K_{AB}.S_{AB}$

الطول النهائي للنابض : $L_{AB} = L'_{AB} + S_{AB}$

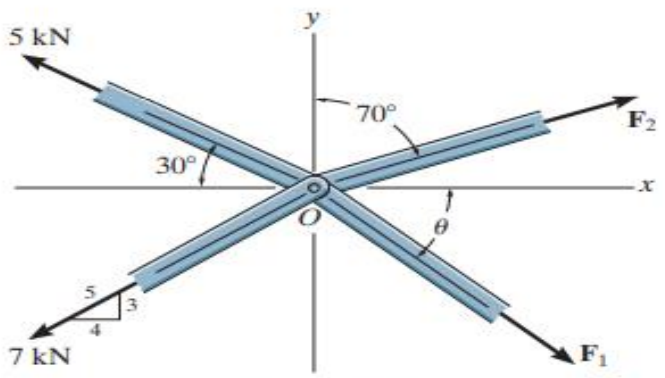
$$L_{AB} = 0.4m + 0.453m = 0.853m$$

المسافة الكلية من C إلى B:

$$2m = l_{AC}.cos30 + \quad 0.853m$$

$$l_{AC} = 1.32m$$

مسألة 3:عناصر من جائز شبكي , متمفصلة عند النقطة O. أوجد مقدار القوة F1 والزاوية θ من أجل التوازن . F2=6KN.



$$(40)\ ,\Rightarrow\ x_{AD}= 0.4905\text{m}F_{AD} = 2(9.81) = x_{AD}$$

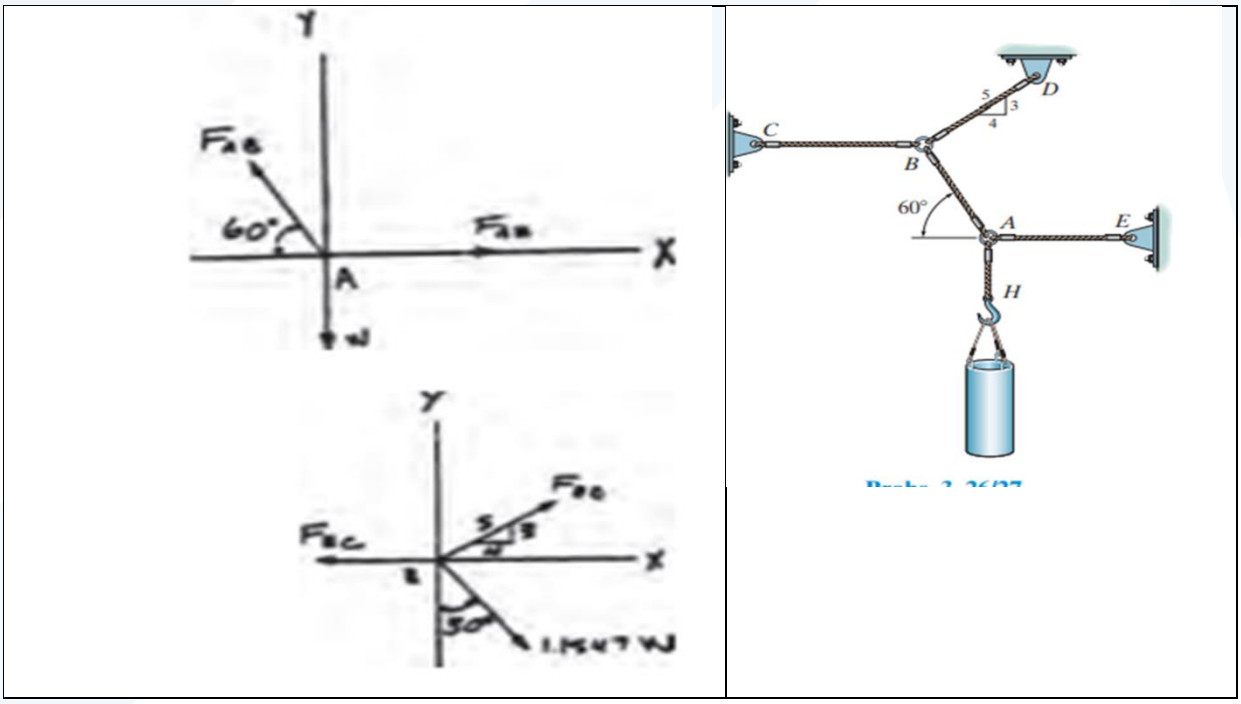
$$\sum FX = 0 \Rightarrow F_{AB}(\frac{4}{5}) - F_{AC}(\frac{1}{\sqrt{2}})=0 \quad ,(1)$$

$$\sum FY = 0 \Rightarrow F_{AB}(\frac{3}{5})+F_{AC}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 2(9.81) = 0(2)$$

$$F_{AC} = 15.86\text{KN},\ x_{AD}=\frac{15.86}{20}=0.793\text{m},$$

$$= 14.01\text{N}, x_{AB} = \frac{14.01}{30} = 0.467\ \text{m}F_{AB}$$

- **مسألة 4:** اسطوانة كتلتها 30 Kg. احسب القوة المؤثرة في كل حبل من أجل التوازن



العقدة A

$$\sum FX = 0 \Rightarrow T_{AE} - T_{AB}.COS60 = 0\ ,(1)-$$

$$\sum FY = 0 \Rightarrow T_{AB}.SIN60 - 30(9.81) = 0\ ,(2)$$

- العقدة B

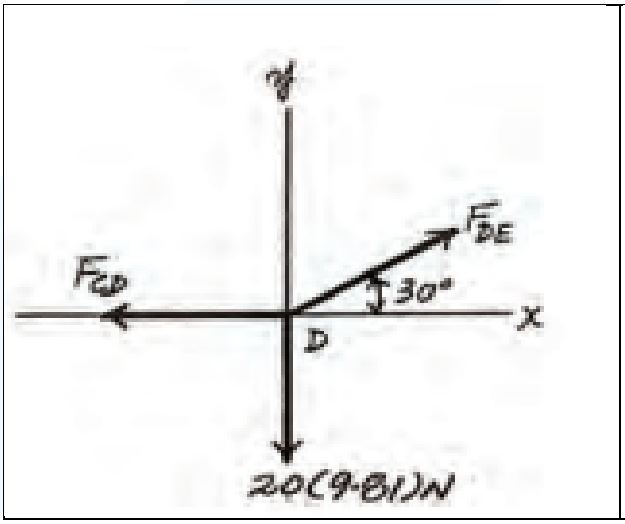
$$\sum FX = 0 \Rightarrow -T_{BC} + T_{AB}.COS60 + T_{BD}(\frac{4}{5}) = 0\ ,(3)$$

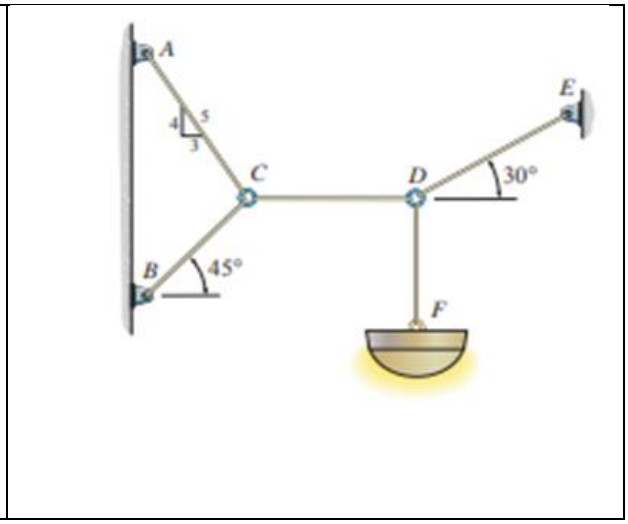
$$\sum FY = 0 \Rightarrow -T_{AB}.SIN60 - T_{BD}(\frac{4}{5}) = 0\ ,(4)$$

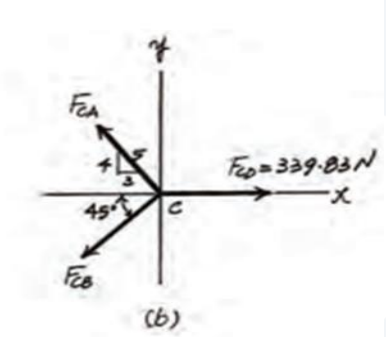
T_{HA}=30(9.81)=294 N, $T_{AE} = 170N$

$T_{AB} = 340$ N, $T_{BD} = 490N, T_{BC} = 562N$

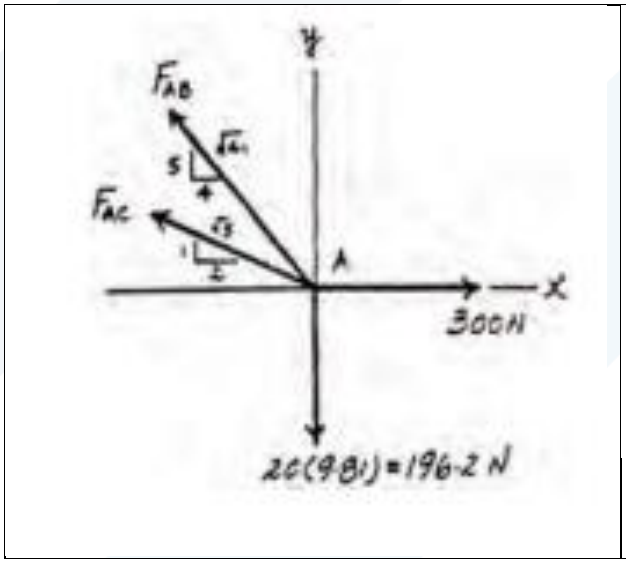
مسألة 5: احسب القوة المؤثرة في كل حبل من أجل تعليق مصباح كتلته Kg20 في وضعية التوازن .

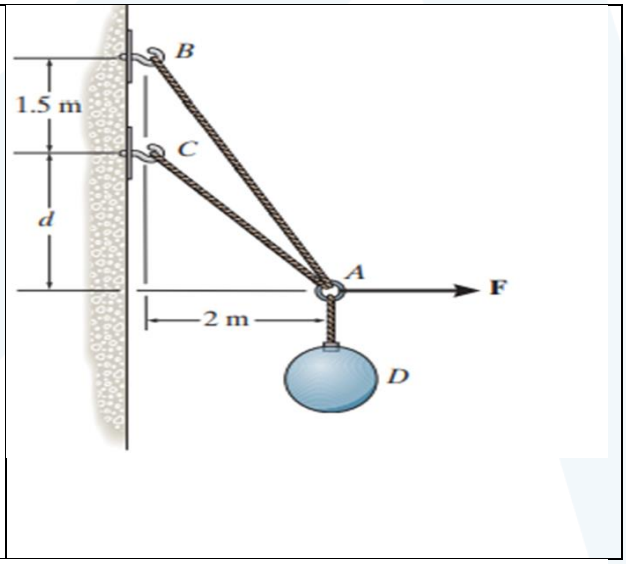






مسألة 6: احسب القوى المؤثرة في الكبلين ABوAC اللازمة لتعليق كرة كتلتها 20 كغ في وضعية التوازن ، F= 300N.





SOLUTION

Equations of Equilibrium:

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad 300 - F_{AB}\left(\frac{4}{\sqrt{41}}\right) - F_{AC}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = 0$$

$$06247F_{AB} + 0.8944F_{AC} = 300$$

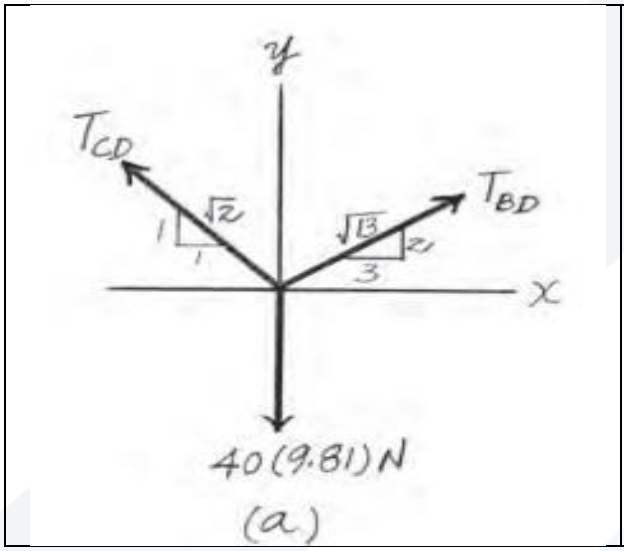
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_{AB}\left(\frac{5}{\sqrt{41}}\right) + F_{AC}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) - 196.2 = 0$$

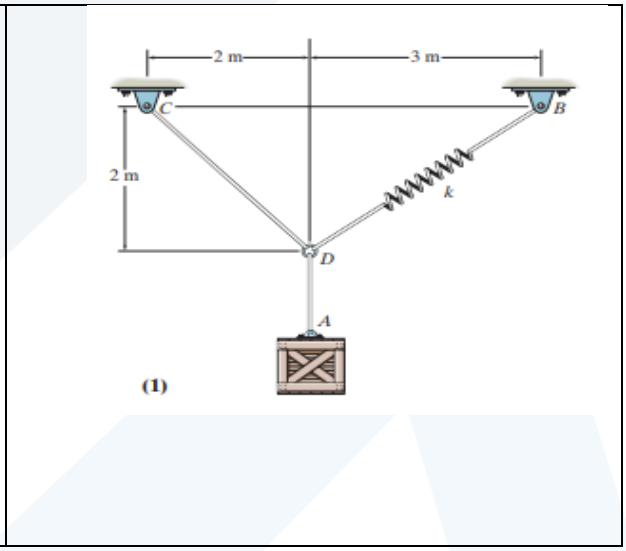
$$0.7809F_{AB} + 0.4472F_{AC} = 196.2$$

Solving Eqs. (1) and (2) yields

$$F_{AB} = 98.6 \text{ N} \qquad F_{AC} = 267 \text{ N}$$

مسألة 7 : أوجد الطول الأصلي للنابض DB،من أجل تعليق صندوق كتلته 40 كغ في وضعية التوازن .K=180N/m.





SOLUTION

Equations of Equilibrium. Referring to the *FBD* shown in Fig. *a*,

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) - T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) + T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 40(9.81) = 0$$

Solving Eqs (1) and (2)

$$T_{BD} = 282.96 \text{ N} \qquad T_{CD} = 332.96 \text{ N}$$

The stretched length of the spring is

$$l = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

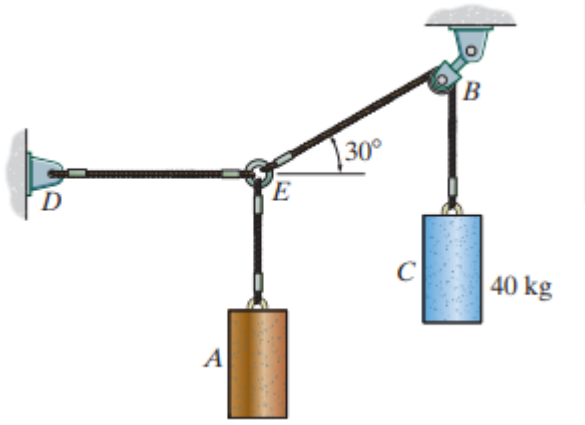
Then, $x = l - l_0 = \sqrt{13} - l_0$. Thus

$$F_{sp} = kx; \qquad 282.96 = 180(\sqrt{13} - l_0)$$

$$l_0 = 2.034 \text{ m} = 2.03 \text{ m}$$

مسألة 8: إذا كانت الكتلة الاسطوانة C 40Kg، احسب كتلة الاسطوانة A

لتعليق المجموعة في وضعية التوازن



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad (392.4\ \text{N})\sin 30^\circ - m_A(9.81) = 0$$

$$m_A = 20\ \text{kg} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة9 : احسب قوى الشد في الكبلات AB و BCو CD، اللازمة لتعليق اشارات المرور

ذات الكتل 10kgو 15 kg عند النقطتين Bو Cعلى التوالي . واحسب قيمة الزاوية θ.

$$\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad T_{AB}\sin 15^\circ - 10(9.81)\ \text{N} = 0$$

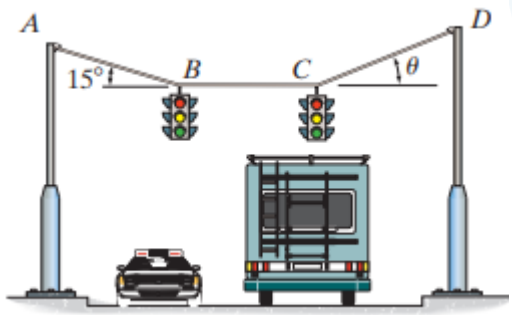
$$T_{AB} = 379.03\ \text{N} = 379\ \text{N}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad T_{BC} - 379.03\ \text{N}\cos 15^\circ = 0$$

$$T_{BC} = 366.11\ \text{N} = 366\ \text{N}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad T_{CD}\cos\theta - 366.11\ \text{N} = 0$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad T_{CD}\sin\theta - 15(9.81)\ \text{N} = 0$$

$$T_{CD} = 395\ \text{N}$$

$$\theta = 21.9^\circ$$