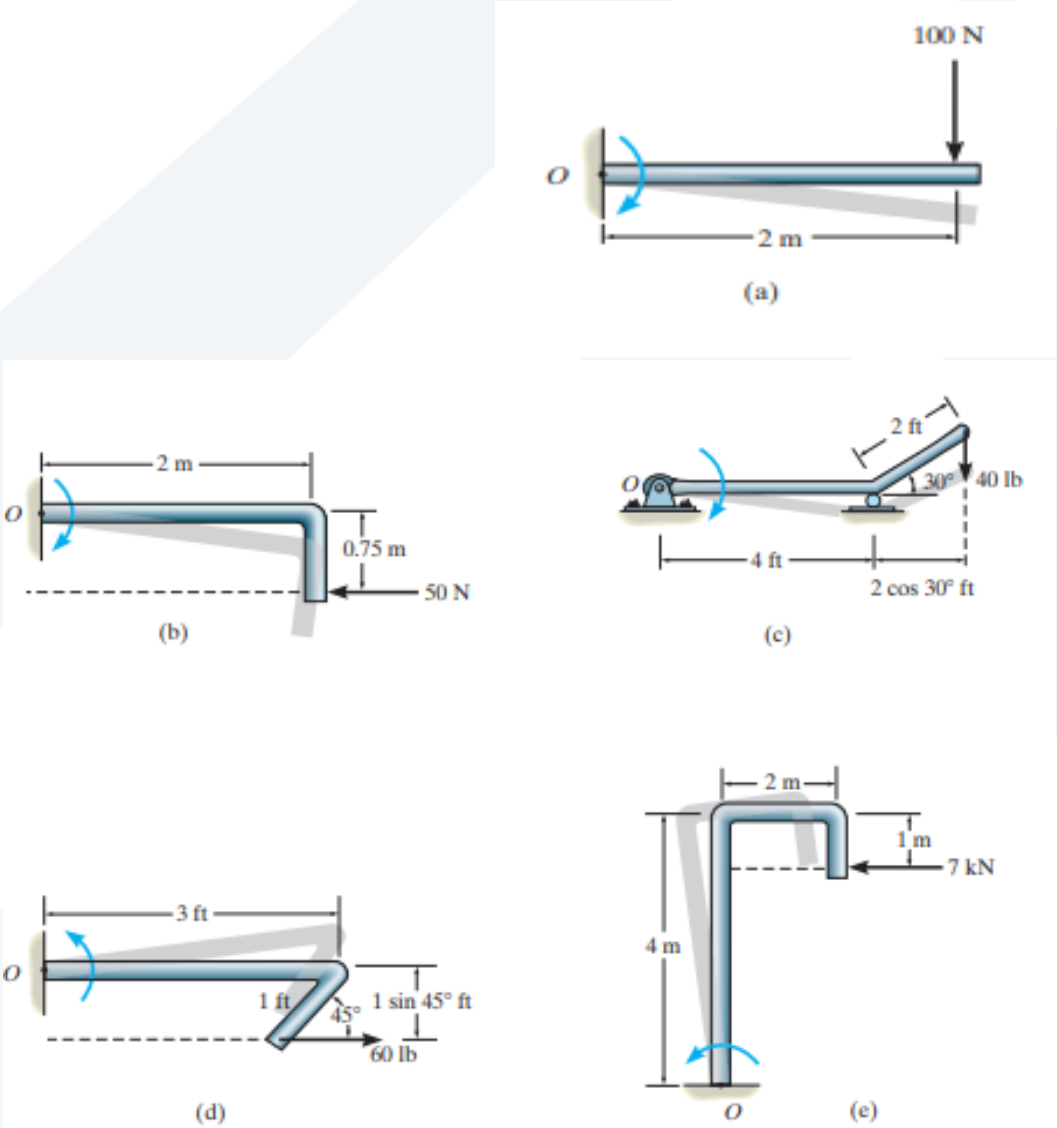
الجلسة الرابعة – عملي : عزم القوة – الإرجاع إلى محصلة قوة وحيدة وعزم مزدوجة .

- د.نزارعبد الرحمن -

مسألة (1) : من أجل الأشكال المبين احسب عزم القوة حول النقطة O



a $M_O = (100\text{ N})(2\text{ m}) = 200\text{ N}\cdot\text{m}$ ↻ *Ans.*

b $M_O = (50\text{ N})(0.75\text{ m}) = 37.5\text{ N}\cdot\text{m}$ ↻ *Ans.*

c $M_O = (40\text{ lb})(4\text{ ft} + 2\cos 30^\circ\text{ ft}) = 229\text{ lb}\cdot\text{ft}$ ↻ *Ans.*

d $M_O = (60\text{ lb})(1\sin 45^\circ\text{ ft}) = 42.4\text{ lb}\cdot\text{ft}$ ↺ *Ans.*

e $M_O = (7\text{ kN})(4\text{ m} - 1\text{ m}) = 21.0\text{ kN}\cdot\text{m}$ ↺ *Ans.*

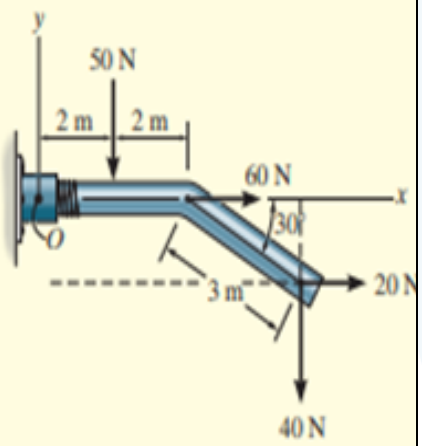
مسألة (2) : احسب عزم محصلة القوى المؤثرة على الجائز.

$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma Fd;$$

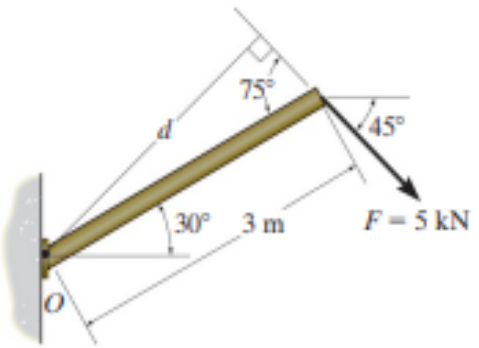
$$(M_R)_O = -50\text{ N}(2\text{ m}) + 60\text{ N}(0) + 20\text{ N}(3\sin 30^\circ\text{ m})$$

$$-40\text{ N}(4\text{ m} + 3\cos 30^\circ\text{ m})$$

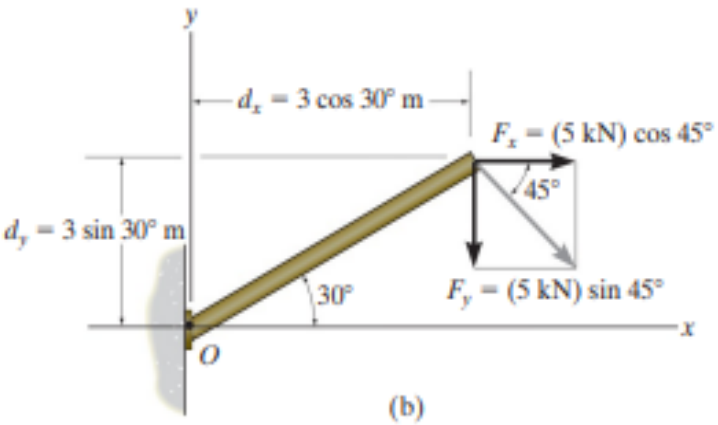
$$(M_R)_O = -334\text{ N}\cdot\text{m} = 334\text{ N}\cdot\text{m}\circlearrowright$$



مسألة(3) : احسب عزم القوة حول النقطة O



(a)



(b)

الحل الأول : نحسب الذراع d من الشكل الهندسي :

$$d = (3m)sin75 = 2.898\ m$$

$$M_0 = F.d = -5KN(2.898) = -14.5KN.m$$

الحل الثاني : نحلل القوة إلى مركبتين متعامدتين ونحسب شدة العزم لكل مركبة حول النقطة o.

$$M_0 = -F_x\, d_y - F_y d_x$$

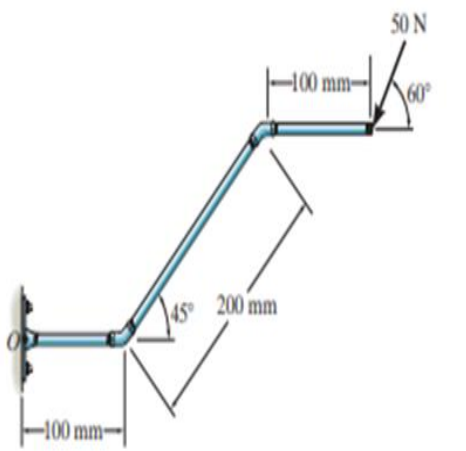
$$-(5cos45)(3sin30) - (5sin45)(3cos30) = -14.5\ KN\ .m$$

الحل الثالث : نختار محاور جديدة x-y على استقامة الجسم ، ومتعامدة معه .

هنا تكون شدة المركبة FX مساويا للصفر، يبقى حساب عزم المركبة FY.

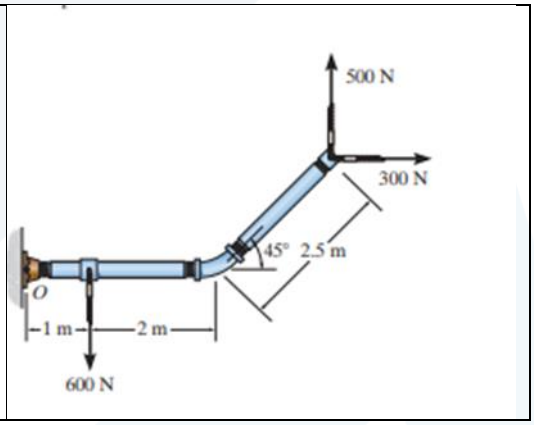
$$M_0 = -F_y d_x = -(5sin75)(3m) = -14.5KN.m$$

مسألة (4): احسب عزم القوة حول النقطة O

$\circlearrowleft + M_O = 50 \sin 60^\circ (0.1 + 0.2 \cos 45^\circ + 0.1) - 50 \cos 60^\circ (0.2 \sin 45^\circ) = 11.2\ \mathrm{N \cdot m}$	

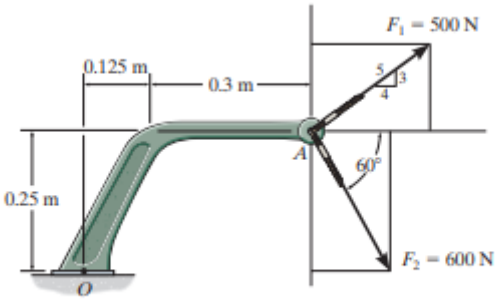
مسألة (5): احسب عزم المحصلة حول النقطة 0.

$$(M_R)_O = \Sigma Fd;$$
$$(M_R)_O = -(600\text{ N})(1\text{ m}) + (500\text{ N})[3\text{ m} + (2.5\text{ m})\cos 45^\circ] - (300\text{ N})[(2.5\text{ m})\sin 45^\circ]$$
$$= 1254\text{ N}\cdot\text{m} = 1.25\text{ kN}\cdot\text{m}$$



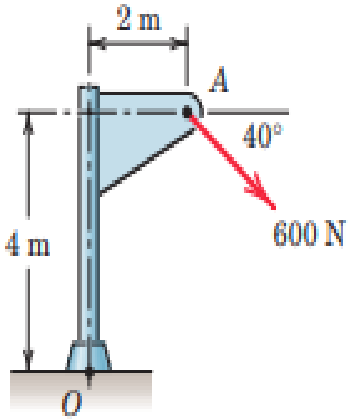
مسألة (6): احسب عزم المحصلة حول النقطة O.

$$+(M_R)_O = \Sigma Fd;$$
$$(M_R)_O = \left[\left(\tfrac{3}{5}\right)500\text{ N}\right](0.425\text{ m}) - \left[\left(\tfrac{4}{5}\right)500\text{ N}\right](0.25\text{ m}) - [(600\text{ N})\cos 60^\circ](0.25\text{ m}) - [(600\text{ N})\sin 60^\circ](0.425\text{ m})$$
$$= -268\text{ N}\cdot\text{m} = 268\text{ N}\cdot\text{m}\ \circlearrowright$$



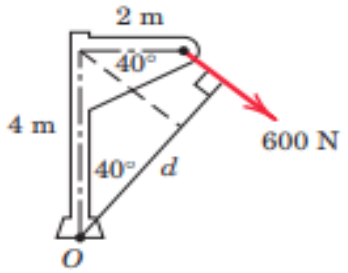
Prob. F4–8

مسألة (7): احسب عزم القوة حول النقطة O.



الطريقة الأولى : حساب ذراع القوة

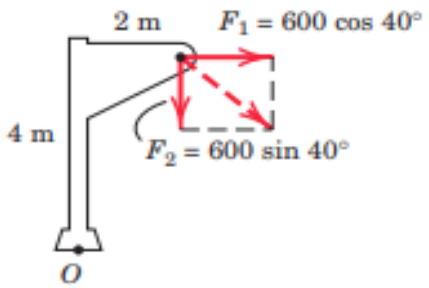
$$d = 4\cos 40° + 2\sin 40° = 4.35 \text{ m}$$



$$M_O = 600(4.35) = 2610 \text{ N}\cdot\text{m}$$

الطريقة الثانية : بتطبيق مبدأ العزوم ، نحلل القوة إلى مركبتين متعامدتين ونحسب عزم كل مركبة .

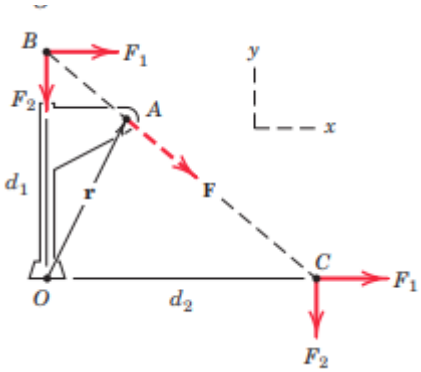
$$F_1 = 600\cos 40° = 460 \text{ N}, \qquad F_2 = 600\sin 40° = 386 \text{ N}$$



$$M_O = 460(4) + 386(2) = 2610 \text{ N}\cdot\text{m}$$

الطريقة الثالثة : مبدأ سحب القوة . نقوم بسحب القوةإلى النقطة B ونحلل القوة إلى مركبتين متعامدتين ونحسب عزم كل مركبة .

$$d_1 = 4 + 2\tan 40^\circ = 5.68 \text{ m}$$



$$M_O = 460(5.68) = 2610 \text{ N}\cdot\text{m}$$

الطريقة الرابعة : سحب القوة إلى النقطة C، وتحليلها إلى مركبتين متعامدتين .

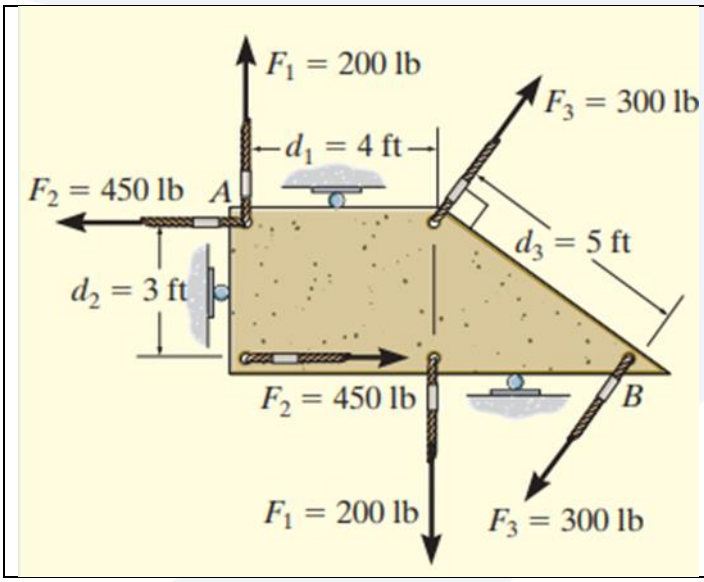
$$d_2 = 2 + 4\cot 40^\circ = 6.77 \text{ m}$$

$$M_O = 386(6.77) = 2610 \text{ N}\cdot\text{m}$$

الطريقة الخامسة : كتابة العزم بالطريقة الشعاعية

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) \times 600(\mathbf{i}\cos 40^\circ - \mathbf{j}\sin 40^\circ)$$
$$= -2610\mathbf{k} \text{ N}\cdot\text{m}$$

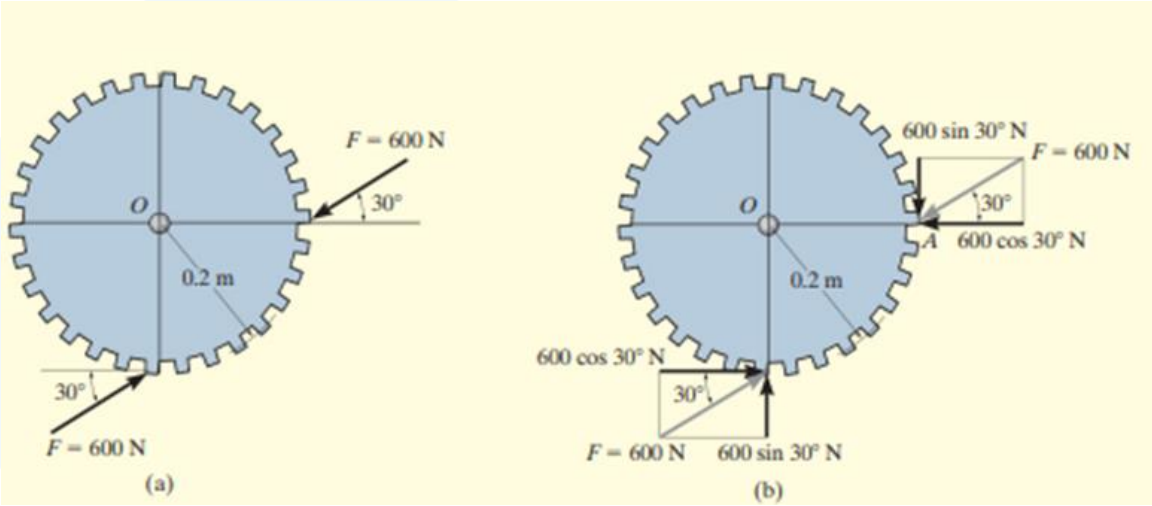
مسألة (8) احسب عزم محصلة المزدوجات الثلاث المؤثرة على الصفيحة .

	المسافات العمودية بين كل زوجي لقوى المزدوجة هي : d1=4ft, d2=3ft, d3=5ft

$$M_R = \sum M \, , M_R = -F_1 d_1 + F_2 d_2 - F_3 d_3$$

$$= -(200)(4) + (450)(3) - (300)(5) = -900 lb.ft$$

مسألة (9) : احسب الشدة والمنحى لعزم المزدوجة المؤثرة على المسنن



الحل : من أجل سهولة الحل نحلّل كل قوة إلى مركبتين متعامدتين ، ونحسب العزم حول أية نقطة اختيارية مثل النقطة Oأو A.

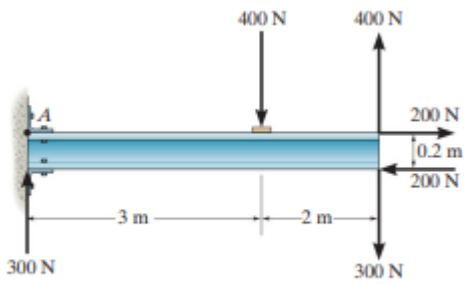
العزم محول النقطة O :

$$M = \sum M_O = (600cos30)(0.2m) - (600sin30)(0.2m)$$
$$= 43.9N.m$$

أو: حول النقطة A:

$$M = \sum M_A$$
$$=(-(600sin30)(0.2m) - 600cos30)(0.2m)\ M$$
$$= 43.9N.m$$

مسألة (10): احسب عزم مزدوجة المحصلة المؤثرة على العتبة .



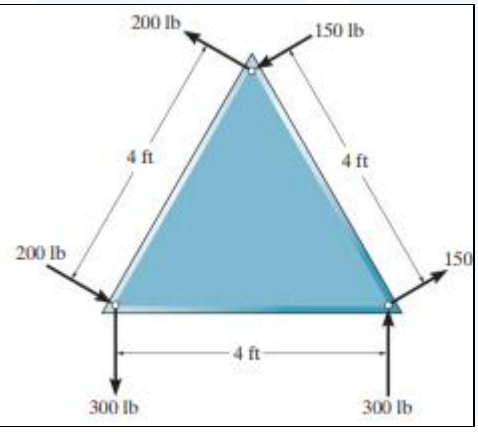
Prob. F4–19

$$\circlearrowleft + M_{C_R} = \Sigma M_A = 400(3) - 400(5) + 300(5) + 200(0.2) = 740\ \text{N}\cdot\text{m}$$

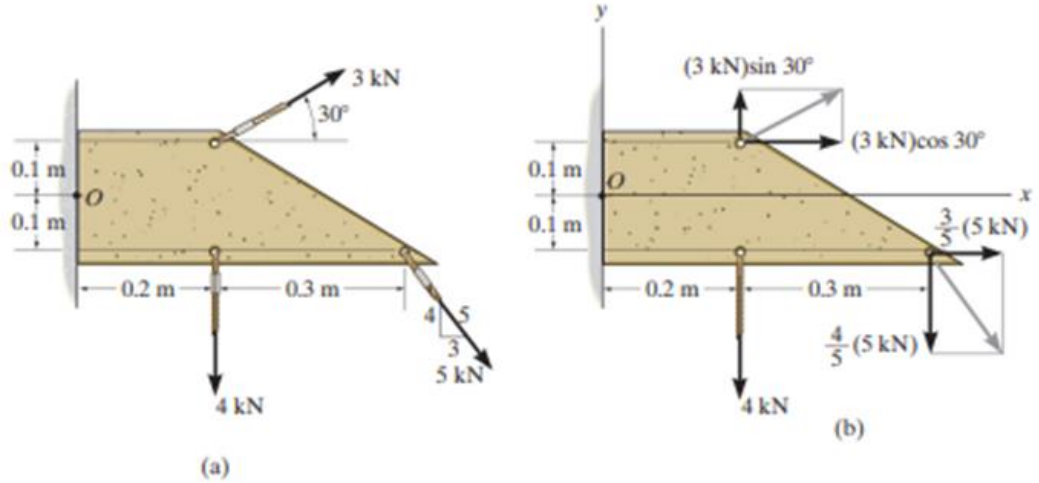
Also,

$$\circlearrowleft + M_{C_R} = 300(5) - 400(2) + 200(0.2) = 740\ \text{N}\cdot\text{m}$$

مسألة (11) : احسب عزم مزدوجة المحصلة المؤثرة على الصفيحة .

$\circlearrowleft + M_{C_R} = 300(4) + 200(4) + 150(4) = 2600\ \text{lb}\cdot\text{ft}$	

مسألة 12: المطلوب ارجاع نظام القوى والعزوم المؤثرة ،إلى قوة مكافئة وحيدة وعزم مزدوجة تؤثرعند النقطة O.



الحل : مجموع القوى : نحلل القوتين 5 و 3 KN إلى مركبتين متعامدتين

$$\overset{+}{\rightarrow}(F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = (3\text{ kN})\cos 30^\circ + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN}) = 5.598\text{ kN} \rightarrow$$

$$+\uparrow(F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = (3\text{ kN})\sin 30^\circ - \left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN}) - 4\text{ kN} = -6.50\text{ kN} = 6.50\text{ kN}\downarrow$$

شدة المحصلة :

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{(5.598\text{ kN})^2 + (6.50\text{ kN})^2} = 8.58\text{ kN}$$

منحى المحصلة :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.50\text{ kN}}{5.598\text{ kN}}\right) = 49.3^\circ$$

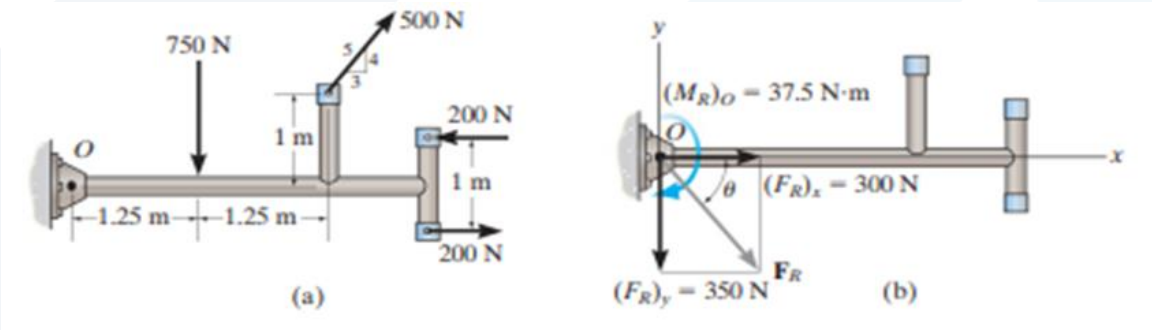
مجموع العزوم :

$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O;$$

$$(M_R)_O = (3\text{ kN})\sin 30^\circ(0.2\text{ m}) - (3\text{ kN})\cos 30^\circ(0.1\text{ m}) + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN})(0.1\text{ m}) - \left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN})(0.5\text{ m}) - (4\text{ kN})(0.2\text{ m})$$

$$= -2.46\text{ kN}\cdot\text{m} = 2.46\text{ kN}\cdot\text{m}\circlearrowright \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (13) : المطلوب ارجاع نظام القوى والعزوم المؤثرة ،إلى قوة مكافئة وحيدة وعزم مزدوجة حول النقطة O.



مجموع القوى : المزدوجة 200 N مؤلفة من قوتين متساويتين بالشدة ومتعاكستين بالاتجاه ، وبالتالي لا توجد حاجة لكتابة القوتين في حساب مجموع القوى ، وتدخل المزدوجة في حساب العزوم فقط .

$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x;\ (F_R)_x = \left(\tfrac{3}{5}\right)(500\text{ N}) = 300\text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;\ (F_R)_y = (500\text{ N})\left(\tfrac{4}{5}\right) - 750\text{ N} = -350\text{ N} = 350\text{ N}\downarrow$$

شدة المحصلة :

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$= \sqrt{(300\text{ N})^2 + (350\text{ N})^2} = 461\text{ N}$$

منحى المحصلة :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{350\text{ N}}{300\text{ N}}\right) = 49.4^\circ$$

مجموع العزوم : عزم المزدوجة عبارة عن شعاع حريمكنه أن يؤثرفي أية نقطة من الجسم .

$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M$$

$$(M_R)_O = (500\text{ N})\left(\tfrac{4}{5}\right)(2.5\text{ m}) - (500\text{ N})\left(\tfrac{3}{5}\right)(1\text{ m})$$

$$- (750\text{ N})(1.25\text{ m}) + 200\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$= -37.5\text{ N}\cdot\text{m} = 37.5\text{ N}\cdot\text{m}\circlearrowright$$