المحاضرة الخامسة – ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب

د. نزار عبد الرحمن

توازن الجسم الصلب في المستوي Equilibrium of a -Rigid Body

a- شروط توازن الجسم الصلب .

b- مخطط الجسم الحر.

c- معادلات التوازن .

d-العناصر المتوازنة تحت تأثير قوتين ، وثلاث قوى .

الشرطين اللازمين والكافيين من أجل توازن الجسم الصلب هما :

1- أن يكون المجموع الشعاعي لكافة القوى الخارجية المؤثرة على الجسيم ، مساويا للصفر.

2- أن يكون مجموع العزوم حول نقطة محددة مساويا للصفر.

أي أن :

$$\sum F = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

مراحل دراسة توازن الجسم الصلب :

أولا : رسم مخطط الجسم الحر Free-Body Diagrams

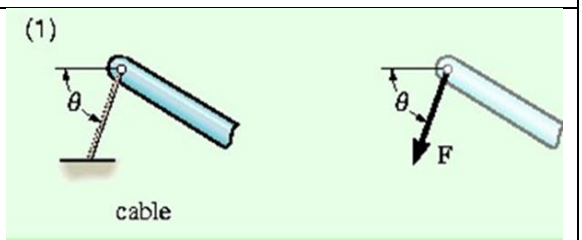
نتخيّل الجسم حراً في الفراغ محرراً من كافة قيوده ونستبدل عن هذه القيود بالقوى وردود الأفعال المناسبة ، وفق قواعد رسم مخطط الجسم الحر المبينة في الجدول التالي .

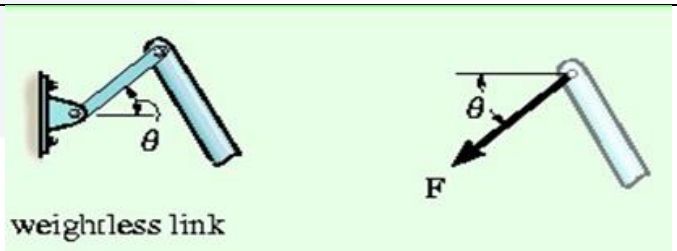
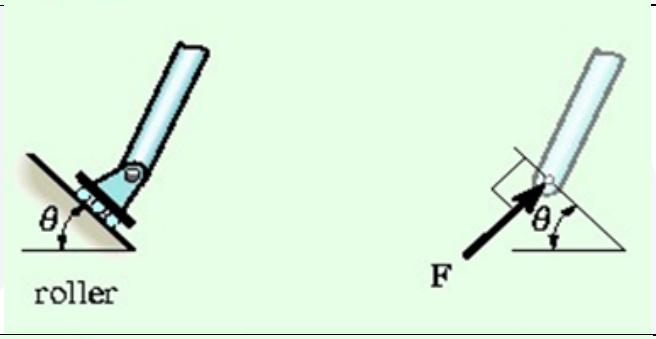
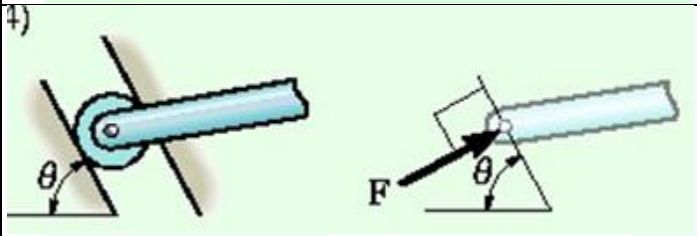
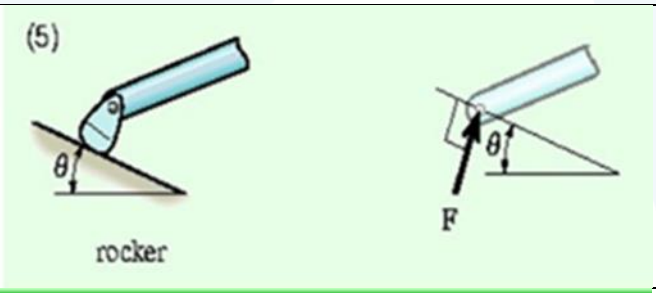
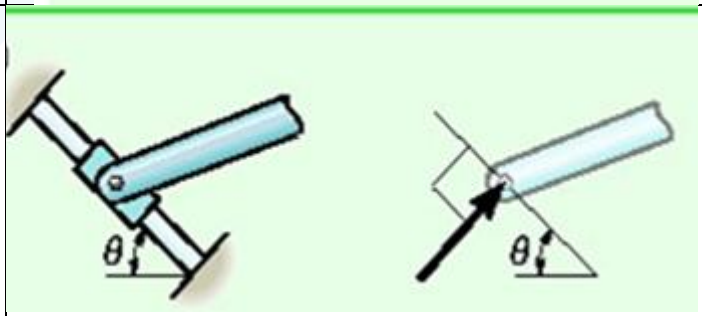
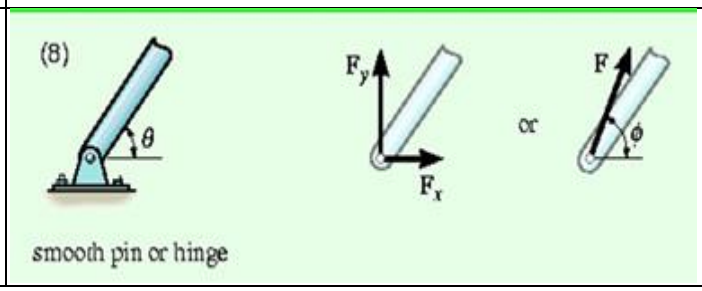
القيد : هو كل ما يمنع حركة الجسم في الفراغ (كبل ، حبل ، سطح أو نقطة استناد ، مفصل .....)

مراحل رسم مخطط الجسم الحر :

1. ارسم الاطار الخارجي للجسم.
2. تخيّل الجسم حرّا في الفراغ محررا من كافة قيوده
3. مثّل على المخطط كافة القوى الخارجية وعزوم المزدوجات ووزن الجسم.
4. استبدل عن القيود بالقوى وردود الأفعال المناسبة وفق قواعد رسم مخطط الجسم الحر
5. حدّد محاور الاحداثيات من أجل كتابة معادلات الاسقاط.
6. حدّد النقطة المراد حساب العزم حولها بحيث يلتقي فيها أكبر عدد من المجاهيل.

قواعد رسم مخطط الجسم الحر :

نوع الاستناد ورسم المخطط	عدد المجاهيل
	كبل أو حبل : رد فعل وحيد باتجاه اكبل أو الحبل .

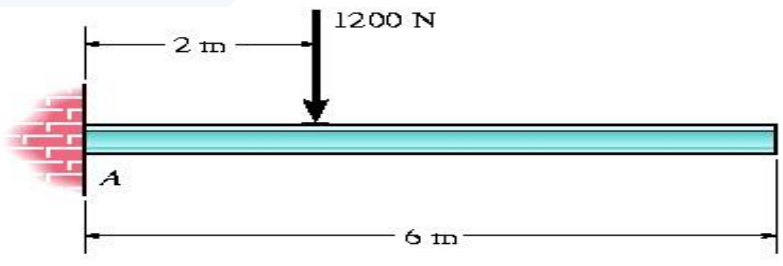
وصلة مفصلية قصيرة مهملة الكتلة : رد فعل وحيد باتجاه الوصلة.	
مفصل متحرك (كرات): رد فعل وحيد عمودي عبى سطح الاستناد .	
مفصل متحرك (عجلة) : رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد .	
مفصل متحرك (ذراع متأرجح): رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد .	
الاستناد على دليل أملس مع قابلية الدوران : رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد.	
وصلة مفصلية : مركبتين لرد الفعل وفق الاتجاهين الأفقي والعمودي .	

الاستناد على دليل أملس بدون دوران :رد فعل عمودي على الدليل وعزم مزدوجة	
التثبيت التام (وثاقة) : مركبتين لرد الفعل تمنعان الجسم من الحركة وفق الاتجاهين الأفقي والعمودي ، وعزم مزدوجة تمنع دوران العتبة	

إذا كان القيد يمنع انتقال الجسم وفق اتجاه معيّن ، عندها يوجد رد فعل للقيد ،نفرضه عكس الاتجاه الذي يمنع فيه القيد الجسم من الحركة .

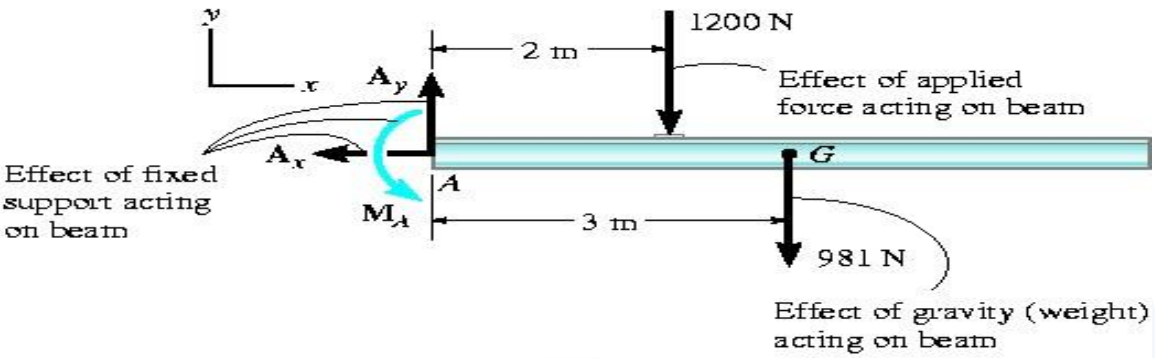
إذا كان القيد يمنع الجسم من الدوران ، عندها يوجد عزم مزدوجة تؤثر على الجسم ونفرض جهة دورانها بعكس الاتجاه الذي يمنع في القيد الجسم من الدوران .

مثال 1 : ارسم مخطط الجسم الحر للعتبة المبينة . كتلة العتبة 100kg.



(a)

الحل: Free-Body Diagram

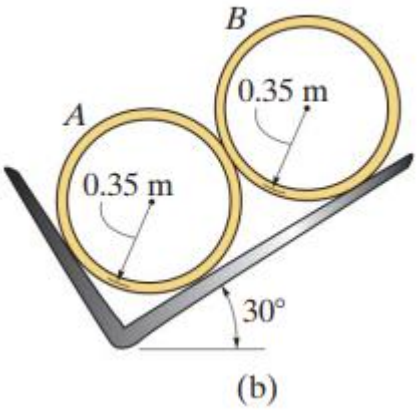


(b)

القيد عند Aتثبيت تام : لدينا مركبتين لرد الفعل وفق : X-Y،تمنعان حركة الانتقال للعارضة وفق المستويين الأفقي والعمودي Ax,Ay .وعزم مزدوجة MAتمنع العارضة من الدوران .

مثال 2 : انبوبين لنقل النفط على شكل اسطوانة ذات سطوح ملساء ، يستندان على شوكة رافعة ،كتلة كل انبوب 300 كيلوغرام ،

ارسم مخطط الجسم الحر لكل انبوب ، وللأنبوبين معاً .

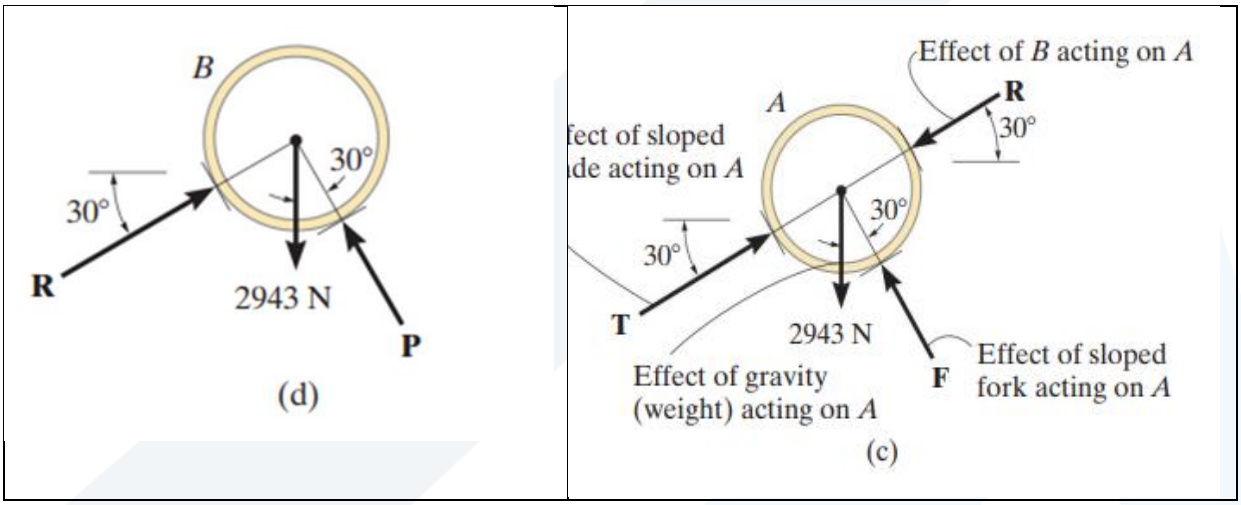


(b)

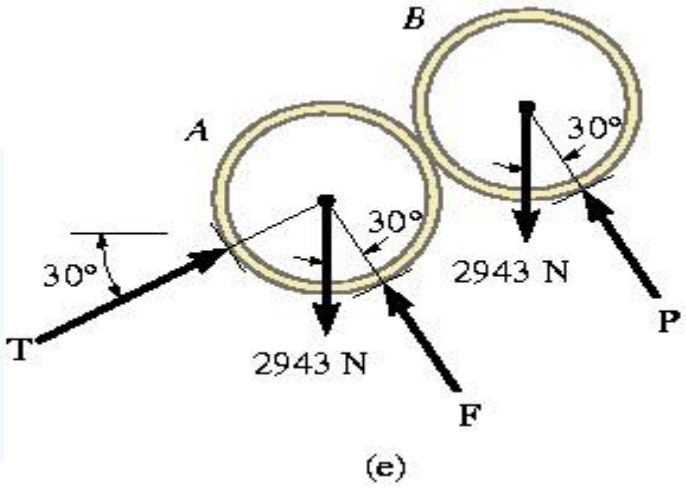
(a)

الحل : وزن كل انبوب W = 300(9.81) = 2943N ، لدينا ثلاث قوى T ,R,F

تكون عمودية على المماس عند سطوح الاستناد .



مخطط الجسم الحر للأنبوب A مخطط الجسم الحر للأنبوب B



مخطط الجسم الحر لكلا الأنبوبين

ثانيا : كتابة معادلات التوازن

الشكل الأول لمعادلات التوازن

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M_O = 0$$

$\sum F_x = 0$ مجموع مركبات القوى على المحور X يساوي الصفر

$\sum F_y = 0$ مجموع مركبات القوى على المحور y يساوي الصفر

$\sum M_O = 0$ مجموع العزوم حول نقطة اختيارية يساوي الصفر.

الشكل الثاني لمعادلات التوازن :عند تطبيق هذا الشكل يجب أن يكون المستقيم الواصل بين النقطتين A و B غير متعامد مع المحور a

$$\sum F_a = 0 \quad (1)$$
$$\sum M_A = 0 \quad (2)$$
$$\sum M_B = 0 \quad (3)$$

الشكل الثالث لمعادلات التوازن (معادلات العزوم الثلاث):

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

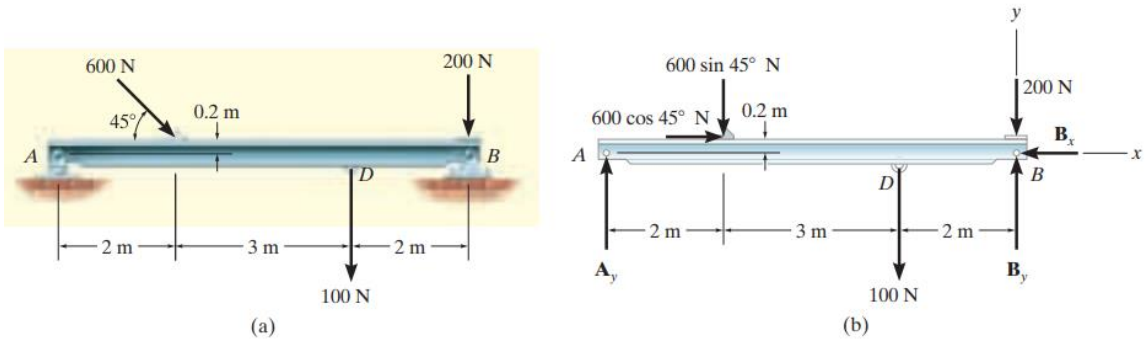
عند تطبيق هذا الشكل يجب أن لا تقع النقاط A,B,C على استقامة واحدة.

- نحدد محاور الاسقاط بحيث يكون أحد المحاور متعامدا مع إحدى القوى المجهولة .

- نحدد النقطة التي يتم حساب العزم عندها بحيث يلتقي عندها أكبر عدد من المجاهيل .

بشكل عام نفرض اتجاه القوى المجهولة ، إذا نتج لدينا بعد حل المعادلات وحساب المجاهيل أن إشارة إحدى القوى سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة عكس الاتجاه الصحيح .

مسألة 3 : احسب المركبات الأفقية والعمودية لردود الأفعال للعتبة المحمّلة كما في الشكل ، بإهمال وزن العتبة .



مخطط الجسم الحر: يوجد مفصل متحرك عند A عبارة عن ذراع متأرجح(رد فعل وحيد عمودي على سطح الاستناد)، ووصلة مفصلية عند B (مركبتين لرد الفعل وفق المحورين X-Y)الشكل (b) .

معادلات التوازن : $\sum F_x = 0,\ 600\cos 45 - B_X = 0$ (1)

$B_X = 424$ N

$$\sum M_B = 0;$$

$$100N(2m) + (600\sin 45^\circ N)(5m) - (600\cos 45^\circ N)(0.2m) - A_y(7m) = 0$$

$$A_y = 319N$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$319N - 600\sin 45^\circ N - 100N - 200N + B_y = 0$$

$$B_y = 405N$$

معادلة التأكد :

$$\sum M_A = 0;$$

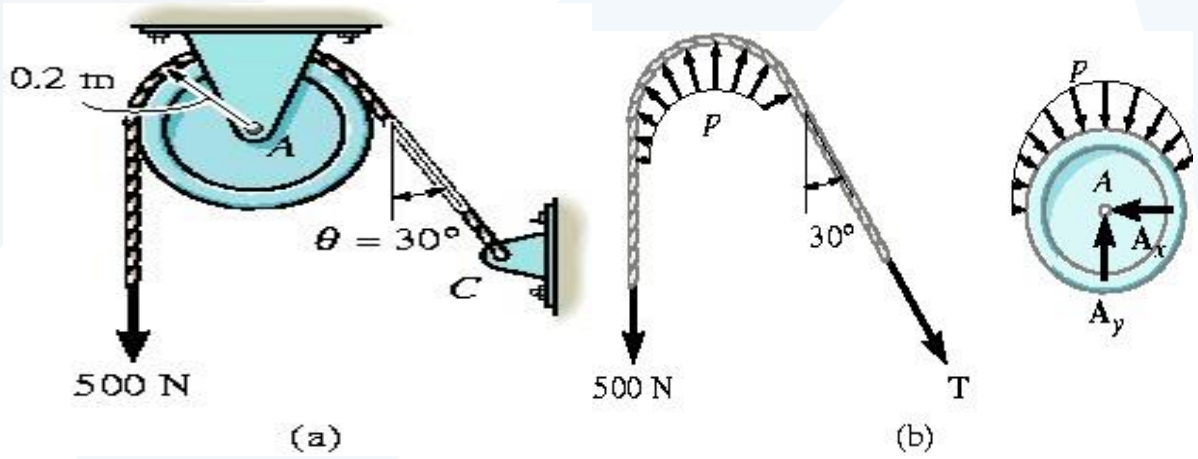
$$-(600\sin 45^\circ N)(2m)-(600\cos 45^\circ N)(0.2m)-(100N)(5m)$$

$$-(200N)(7m)+B_y(7m)=0$$

$$B_y = 405N$$

مسألة 4: حبل معرض لقوة 500N ويلتف حول بكرة بدون احتكاك

احسب قوة الشد في الحبل والمركبات الأفقية والعمودية لرد الفعل عند المفصل A.



$$+\rightarrow \sum F_x = 0;$$

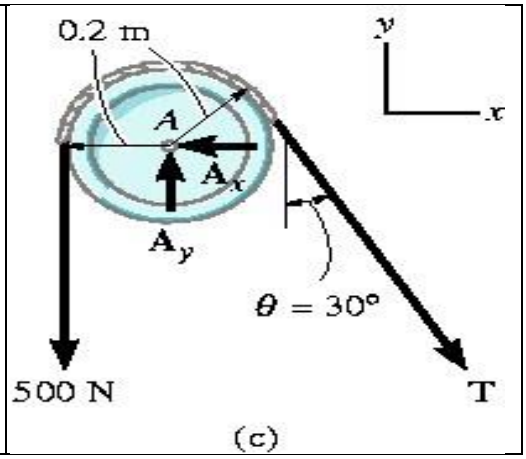
$$-A_x + 500\sin 30^\circ N = 0$$

$$Ax = 250N$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

$$A_y - 500N - 500\cos 30^\circ N = 0$$

$$A_y = 933N$$



جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY