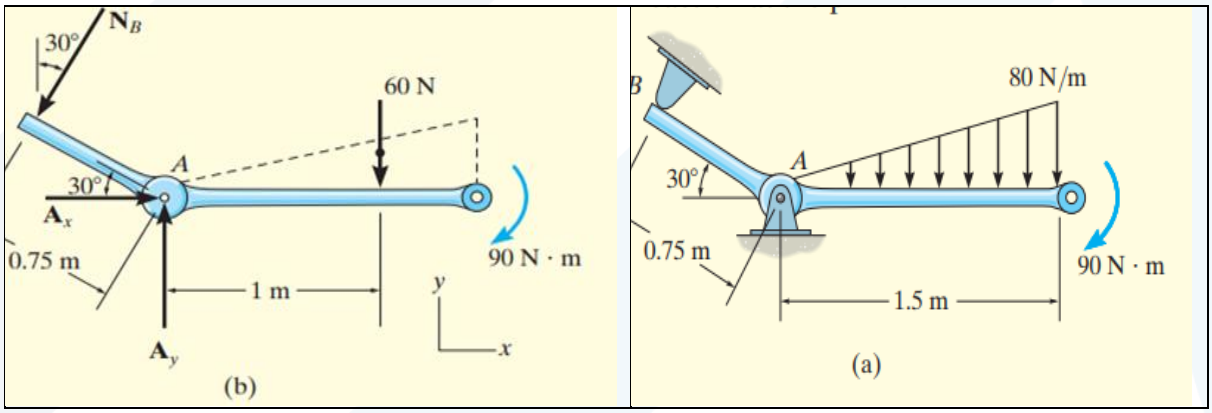
الجلسة الخامسة- ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب –

توازن الأجسام

د. نزار عبد الرحمن -

مسألة 1: ذراع يستند على وصلة مفصلية عند A ، ويستند بشل أملس عند B.احسب المركبات الافقية والعمودية لرد الفعل عند المفصل A



مخطط الجسم الحر : نستبدل القوة الموزعة بقوة مركّزة وحيدة عن طريق حساب مساحة المثلث تحت خط الحمولة ، ويمر خط تأثير المحصلة بالمركز الهندسي للمثلث $\frac{1}{2}(1.5\text{ m})(80\text{ N/m}) = 60\text{ N}.$

معادلات التوازن :

$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad -90\ \text{N}\cdot\text{m} - 60\ \text{N}(1\ \text{m}) + N_B(0.75\ \text{m}) = 0$$

$$N_B = 200\ \text{N}$$

Using this result,

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0; \qquad A_x - 200 \sin 30°\ \text{N} = 0$$

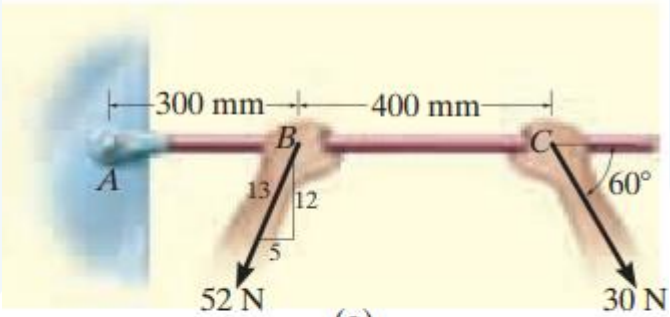
$$A_x = 100\ \text{N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad A_y - 200 \cos 30°\ \text{N} - 60\ \text{N} = 0$$

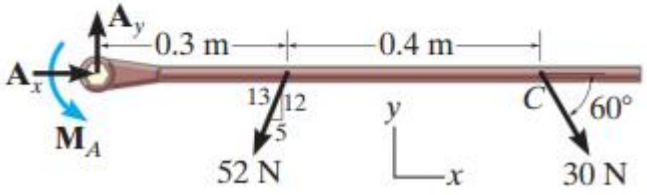
$$A_y = 233\ \text{N}$$

مسألة 2 :

مفتاح شد يستخدم لتثبيت الصامولة عند A.في حالة عدم دوران المفتاح (تثبيت تام) ،احسب العزم المطبق وقوة الشد (الربط) عند الصامولة



(a)



(b)

مخطط الجسم الحر : مركبتين لرد الفعل عند الوثاقة A ، وعزم مزدوجة .

معادلات التوازن :

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad A_x - 52\left(\tfrac{5}{13}\right)\text{N} + 30\cos 60°\,\text{N} = 0$$

$$A_x = 5.00\,\text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad A_y - 52\left(\tfrac{12}{13}\right)\text{N} - 30\sin 60°\,\text{N} = 0$$

$$A_y = 74.0\,\text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

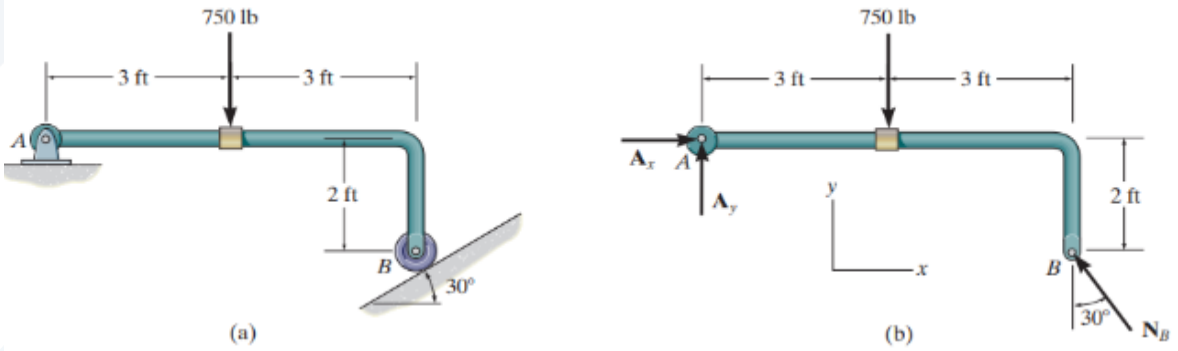
$$\zeta+\Sigma M_A = 0; \quad M_A - \left[52\left(\tfrac{12}{13}\right)\text{N}\right](0.3\,\text{m}) - (30\sin 60°\,\text{N})(0.7\,\text{m}) = 0$$

$$M_A = 32.6\,\text{N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$F_A = \sqrt{(5.00)^2 + (74.0)^2} = 74.1\,\text{N}$$

محصلة القوى عند A:

مسألة 3: احسب المركبات الأفقية والعمودية لرد الفعل عند المفصل A ، ورد الفعل عند المفصل B.



مخطط الجسم الحر : مركبتين لرد الفعل عند الوصلة المفصلية A، ومركبة واحدة عمودية على سطح الاستناد عند المفصل المتحرك B.

معادلات التوازن :

$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$[N_B \cos 30°](6 \text{ ft}) - [N_B \sin 30°](2 \text{ ft}) - 750 \text{ lb}(3 \text{ ft}) = 0$$

$$N_B = 536.2 \text{ lb} = 536 \text{ lb}$$

Using this result,

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad A_x - (536.2 \text{ lb}) \sin 30° = 0$$

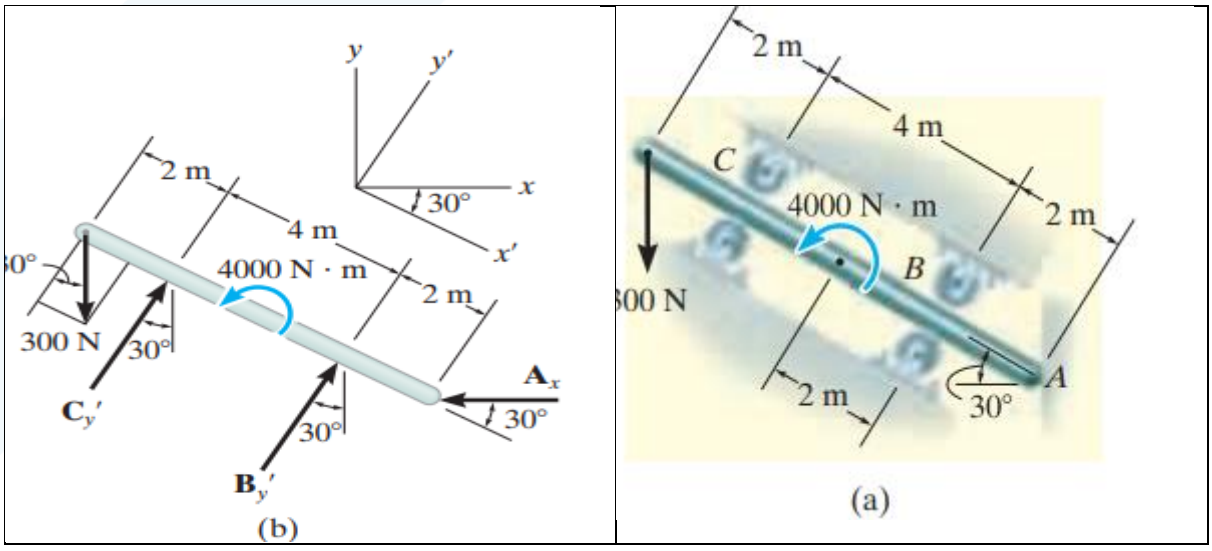
$$A_x = 268 \text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad A_y + (536.2 \text{ lb}) \cos 30° - 750 \text{ lb} = 0$$

$$A_y = 286 \text{ lb}$$

مسألة 4: عمود أملس يتند على دولابين عند B و C , ويستند على الحائط بشكل أملس عند A.

إذا كان الاستناد إما على الدولابين السفليين أو العلويين ، احسب ردود الأفعال عند نقاط الاستناد .بإهمال وزن العمود .



مخطط الجسم الحر مبيّن في الشكل b .

معادلات التوازن :

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad C_{y'} \sin 30^\circ + B_{y'} \sin 30^\circ - A_x = 0 \qquad (1)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -300\ \text{N} + C_{y'} \cos 30^\circ + B_{y'} \cos 30^\circ = 0 \qquad (2)$$

$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \qquad -B_{y'}(2\ \text{m}) + 4000\ \text{N}\cdot\text{m} - C_{y'}(6\ \text{m}) + (300 \cos 30^\circ\ \text{N})(8\ \text{m}) = 0 \qquad (3)$$

من المعادلتين (2) و(3) :

$$B_{y'} = -1000.0\ \text{N} = -1\ \text{kN}$$
$$C_{y'} = 1346.4\ \text{N} = 1.35\ \text{kN}$$

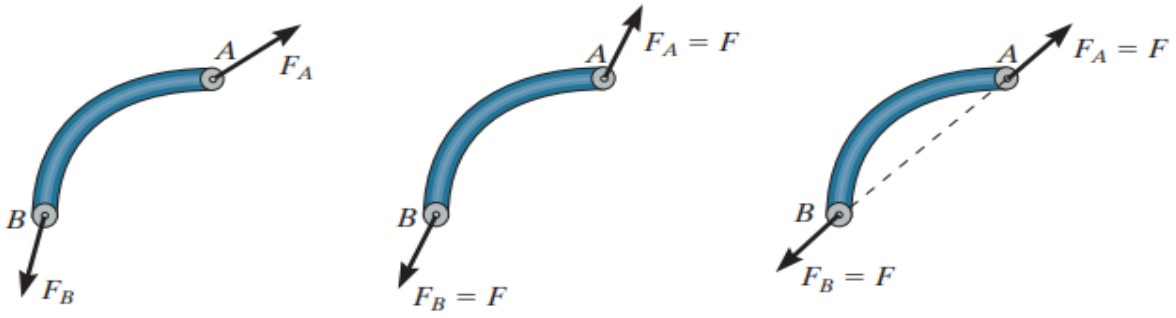
نعوض في المعادلة (1) :

$$1346.4 \sin 30^\circ\ \text{N} + (-1000.0 \sin 30^\circ\ \text{N}) - A_x = 0$$
$$A_x = 173\ \text{N}$$

العناصر ثنائية القوى وثلاثية القوى : Two force members

تسمى العناصر ثنائية القوى عندما يكون العنصر معرضا لتأثير القوى في نقطتين فقط . مثال من أجل العنصر المبين يكون العنصر متوازنا عندما يكون FA= FB =Fولكن تكون القوتين متعاكستين بالاتجاه .

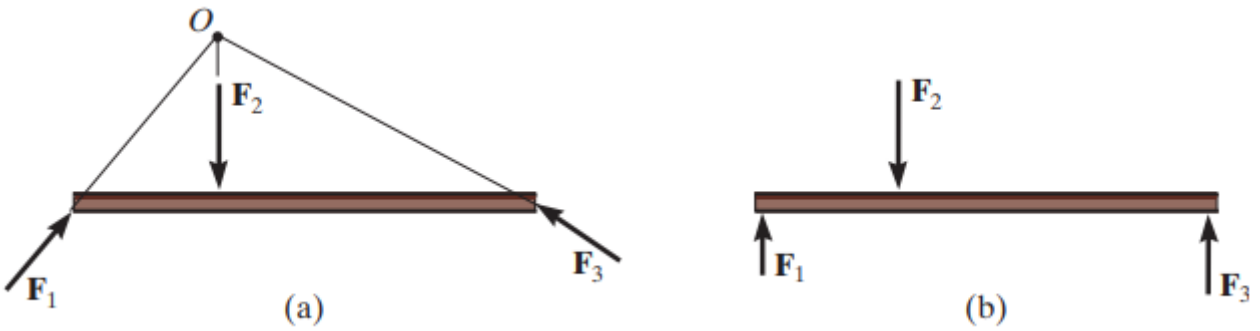
يكون العنصر ثنائي القوى متوازناً تحت تأثير قوتين ، متساويتين بالمقدار ومتعاكستين بالاتجاه ، تؤثران على نهايتي العنصر وعلى امتداده .



العناصر ثلاثية القوى : عندما يكون العنصر معرضاً لثلاث قوى فقط ، يسمى عنصر ثلاثي القوى ، وتكون هذه القوى إما متلاقية أو متوازية .

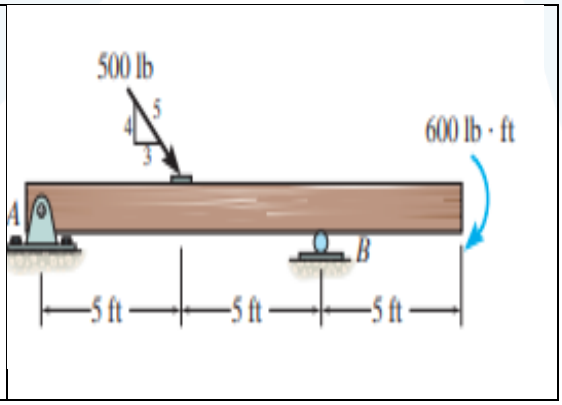
من الشكل يتضح أنه إذا كان خطي تأثير القوتين F1وF2 متلاقيين عند النقطة O، فإن خط تأثير القوة الثالثة F3 يجب أن يتقاطع مع النقطة O. وهذا واضح بأخذ معادلة العزوم حول النقطة O.حيث يجب أن يكون مجموع العزوم مساويا للصفر $\sum M_O = 0$

في حالة خاصة لهذه القوى إذا كانت متوازية تكون القوة F3معاكسة للقوتين ، والنقطة Oتكون في اللانهاية .

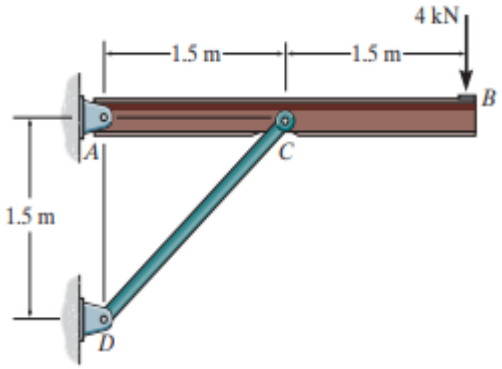


مسألة 5 : احسب المركبات الأفقية والعمودية لرد الفعل عند الوصلة المفصلية A، ورد الفعل عند المفصل Bالمتحرك .

$$\pm\Sigma F_x = 0; \quad -A_x + 500\left(\tfrac{3}{5}\right) = 0$$
$$A_x = 300 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\Sigma M_A = 0; \quad B_y(10) - 500\left(\tfrac{4}{5}\right)(5) - 600 = 0$$
$$B_y = 260 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y + 260 - 500\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0$$
$$A_y = 140 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

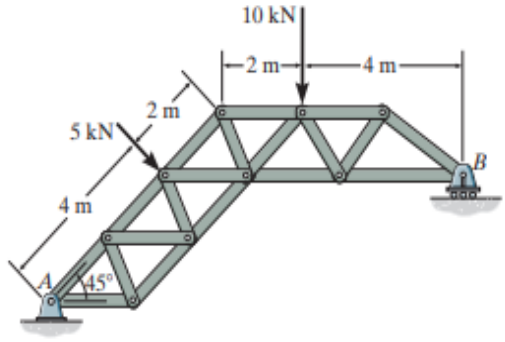


مسألة 6: احسب المركبات الأفقية والعمودية لردود الأفعال عند الوصلة المفصلية A ، والمفصل C.



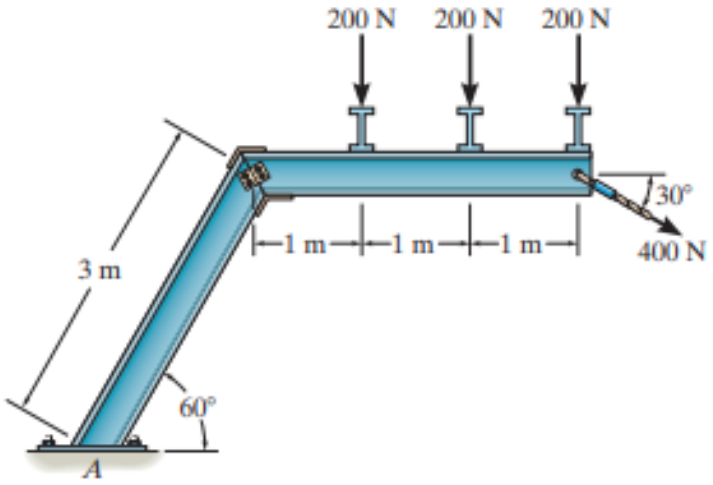
$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$
$$F_{CD} \sin 45°(1.5\text{ m}) - 4\text{ kN}(3\text{ m}) = 0$$
$$F_{CD} = 11.31\text{ kN} = 11.3\text{ kN}$$
$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad A_x + (11.31\text{ kN})\cos 45° = 0$$
$$A_x = -8\text{ kN} = 8\text{ kN} \leftarrow$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$
$$A_y + (11.31\text{ kN})\sin 45° - 4\text{ kN} = 0$$
$$A_y = -4\text{ kN} = 4\text{ kN} \downarrow$$

مسألة 7 : احسب المركبات الأفقية والعمودية لردود الأفعال عند الوصلة المفصلية A ، والمفصل المتحرك B.



$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$
$$N_B[6\text{ m} + (6\text{ m})\cos 45°]$$
$$- 10\text{ kN}[2\text{ m} + (6\text{ m})\cos 45°]$$
$$- 5\text{ kN}(4\text{ m}) = 0$$
$$N_B = 8.047\text{ kN} = 8.05\text{ kN} \quad \textit{Ans.}$$
$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$$
$$(5\text{ kN})\cos 45° - A_x = 0$$
$$A_x = 3.54\text{ kN} \quad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$
$$A_y + 8.047\text{ kN} - (5\text{ kN})\sin 45° - 10\text{ kN} = 0$$
$$A_y = 5.49\text{ kN} \quad \textit{Ans.}$$

مسألة 8 : احسب مركبات ردود الأفعال عند التثبيت التام A.



$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad -A_x + 400\cos 30^\circ = 0$$

$$A_x = 346\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$A_y - 200 - 200 - 200 - 400\sin 30^\circ = 0$$

$$A_y = 800\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$M_A - 200(2.5) - 200(3.5) - 200(4.5)$$

$$- 400\sin 30^\circ(4.5) - 400\cos 30^\circ(3\sin 60^\circ) = 0$$

$$M_A = 3.90\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$