

المحاضرة الرابعة

ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب



تطبيق

نقطة البداية نقطة النهاية

إذا كانت احداثيات نقطة البداية والنهاية لشعاع هي $(3, 1, -2)$ & $(4, -7, 10)$ أوجد مركبات هذا الشعاع على المحاور الاحداثية والزوايا التي يصنعها مع تلك المحاور.

الحل:

أطوال مركبات هذا الشعاع على المحاور الاحداثية هي:

$$4 - 3 = 1 \quad \text{على المحور OX}$$

$$-7 - 1 = -8 \quad \text{على المحور OY}$$

$$10 - (-2) = 12 \quad \text{على المحور OZ}$$

أما طوله فيكون:

$$A = \sqrt{1^2 + (-8)^2 + 12^2} = 14,46$$

الزوايا التي يصنعها مع المحاور الاحداثية:

المسقط على المحور X

$$l = \cos \alpha = \frac{OX}{OP} = \frac{1}{14,46} = 0.069 \Rightarrow \alpha = 86,04^{\circ}$$

الطويلة
المسقط على المحور Y

$$l = \cos \beta = \frac{OY}{OP} = \frac{-8}{14,46} = -0.553 \Rightarrow \beta = 123,57^{\circ}$$

الطويلة
المسقط على المحور Z

$$l = \cos \gamma = \frac{OZ}{OP} = \frac{12}{14,46} = 0.830 \Rightarrow \gamma = 33^{\circ}$$

الطويلة

الصيغة الشعاعية للشعاع:

$$\vec{A} = 1\vec{i} - 8\vec{j} + 12\vec{k}$$

تطبيق

إذا كان لدينا الشعاعان $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ، وكان $B = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ، أوجد ناتج ما يأتي:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad \bullet$$

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} \quad \bullet$$

$$\vec{E} = 2\vec{C} + 0,75\vec{D} \quad \bullet$$

الحل:

نحدد أولاً مركبات هذه الأشعة على المحاور الاحداثية:

الشعاع A:

$$A_x = 2 \quad \& \quad A_y = 3$$

الشعاع B:

$$B_x = 3 \quad \& \quad B_y = -2$$

الشعاع C:

$$C_x = A_x + B_x = 5 \quad \& \quad C_y = A_y + B_y = 1$$

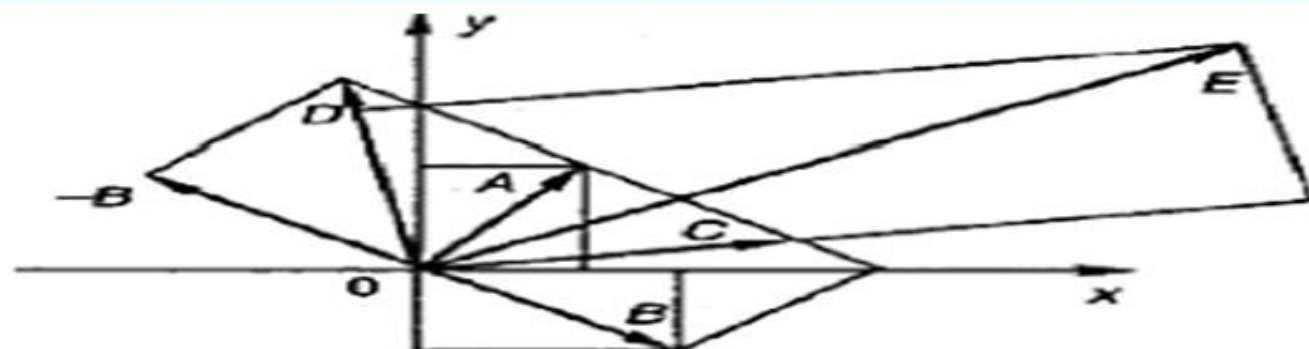
الشعاع D:

$$D_x = A_x - B_x = -1 \quad \& \quad D_y = A_y - B_y = 5$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 5\vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = -\vec{i} + 5\vec{j}$$

التمثيل البياني لهذه الأشعة في الشكل الآتي:



القيمة الجبرية للضعاع C :

$$C = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5,1$$

أما ضعف الواحدي لـ \vec{C} :

$$\vec{u}_C = \frac{\vec{C}}{C} = \frac{5}{5,1} \vec{i} + \frac{1}{5,1} \vec{j} = 0,981 \vec{i} + 0,196 \vec{j}$$

القيمة الجبرية للضعاع \vec{D} :

$$D = \sqrt{-1^2 + 5^2} = 5,1$$

ضعف الواحدي للضعاع لـ \vec{D} :

$$\vec{u}_D = \frac{\vec{D}}{D} = \frac{-1}{5,1} \vec{i} + \frac{5}{5,1} \vec{j} = -0,196 \vec{i} + 0,981 \vec{j}$$

نوجد الآن الضعاع \vec{E} :

$$\vec{E} = 2\vec{C} + 0,75\vec{D} = 2(5\vec{i} + 1\vec{j}) + 0,75(-1\vec{i} + 5\vec{j}) = 9,25\vec{i} + 5,75\vec{j}$$

القيمة الجبرية للضعاع \vec{E} :

$$E = \sqrt{9,25^2 + 5,75^2} = 10,89$$

ضعف الواحدي لـ \vec{E} :

$$\vec{u}_E = \frac{\vec{E}}{E} = \frac{9,25}{10,89} \vec{i} + \frac{5,75}{10,89} \vec{j} = 0,849 \vec{i} + 0,528 \vec{j}$$

قوانين أساسية :

- 1- مبدأ العطالة أو القصور الذاتي : يعرف هذا المبدأ أيضا بقانون الحركة الأول (**First law of motion**) وهو يبين أن جميع الأجسام في الطبيعة عاجزة عن تحريك ذاتها إلا إذا خضعت لتأثير قوى خارجية. وينص : يبقى الجسم الساكن ساكنا ويحافظ الجسم المتحرك بانتظام على حالته ما لم تؤثر فيهما قوة تغير من حالتيهما الراهنة .
- 2- القانون الأساسي في التحريك : يعرف هذا المبدأ أيضا بقانون الحركة الثاني (**Second law of motion**) وينص : إذا أثرت قوة **F** في جسم كتلته **m** فانه يكتسب تسارعا **a** يتناسب تناسبا طرديا مع القوة ويؤثر بجهتها . ويعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية التالية :

$$F = m a \quad \text{or} \quad \sum F = m a$$

وينتج من هذه العلاقة أنه إذا كانت القوة **F** أو محصلة القوى $\sum F$ المؤثرة في جسم ما تساوي صفرا فان التسارع يكون مساويا للصفر ($a = 0$) . وبناء على ذلك يكون الجسم إما ساكنا ($v = 0$) وإما متحركا بسرعة خطية ثابتة في المقدار والاتجاه ($v = \text{constant}$) . وعلم السكون يهتم فقط بدراسة اتزان الأجسام في حالتي السكون والحركة المنتظمة في خط مستقيم . يظهر المثال المبين في الشكل (1-3) اتزان القطار عندما يكون في حالتي السكون والحركة المنتظمة ، بالإضافة إلى حالة فقد الاتزان عندما تكون حركة القطار غير منتظمة .



سكون



حركة القطار منتظمة



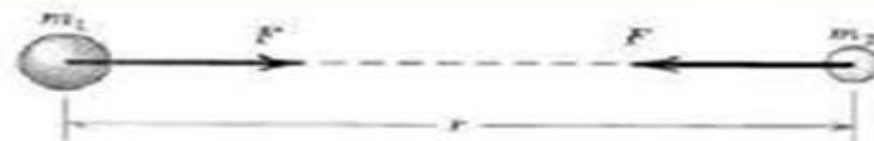
الحركة غير منتظمة

3- مبدأ الفعل ورد الفعل : يعرف هذا المبدأ أيضا بقانون الحركة الثالث (Third law of motion) وينص : كل فعل يقابله رد فعل يساويه بالمقدار ويعاكسه بالاتجاه ولهما نفس الحامل .

4- قانون التجاذب (Law of gravitation) وينص : إن قوة التجاذب بين أي جسمين في الطبيعة تتناسب طرذا مع جداء كتلتيهما وعكسيا مع مربع المسافة بينهما .

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} ; G = 6.673(10^{-11}) \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$$

حيث G يمثل ثابت الجاذبية العام .



الشكل (4-1)

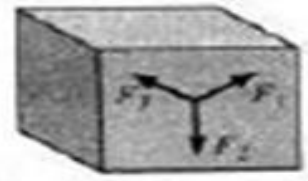
5- مبدأ انزياح القوة (Principle of Transmissibility of Force) : لا يتغير شرط التوازن لجسم صلب عند انزياح نقطة تأثير القوة على امتداد حامل تلك القوة.



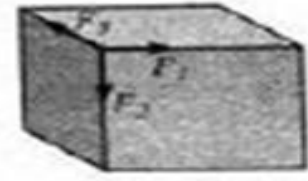
مجموعات القوى Force Systems:

مجموعة القوى : هي عدة قوى تؤثر في جسم صلب في آن واحد . وتصنف مجموعات القوى (الشكل 1-7) كما يلي :

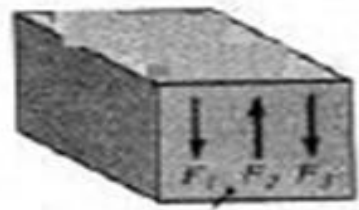
- مجموعات القوى المستوية (Coplanar Force Systems): وتكون إما قوى متلاقية أو متوازية أو متفرقة .
- مجموعات القوى الفراغية (Non-coplanar Force Systems): وتكون إما قوى متلاقية أو متوازية أو متفرقة .



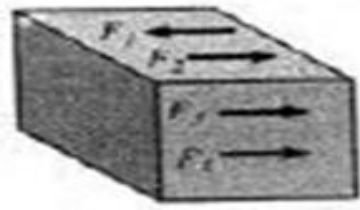
قوى مستوية متلاقية



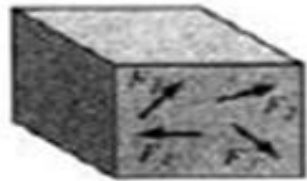
قوى فراغية متلاقية



قوى مستوية متوازية



قوى فراغية متوازية



قوى مستوية متفرقة



قوى فراغية متفرقة

قوى مستوية

قوى فراغية

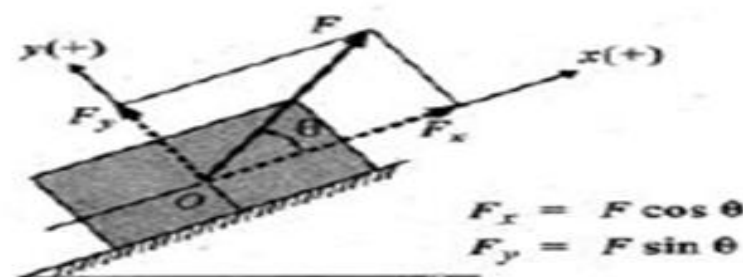
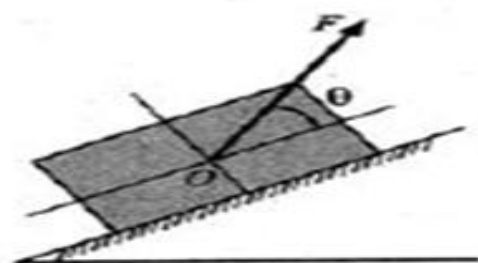
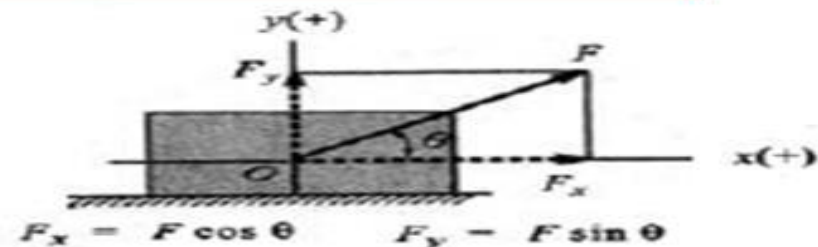
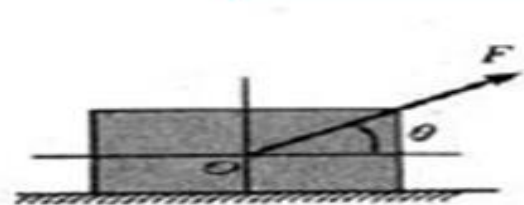
المركبات المتعامدة للقوة (Rectangular Components)

إن تحليل القوة F إلى مركبتين متعامدتين F_x و F_y كما هو واضح في الشكل (8-1) هو طريقة التحليل الشائعة . بعد تأمل الشكل نلاحظ أن :

$$F_x = F \cos \theta \quad F_y = F \sin \theta$$

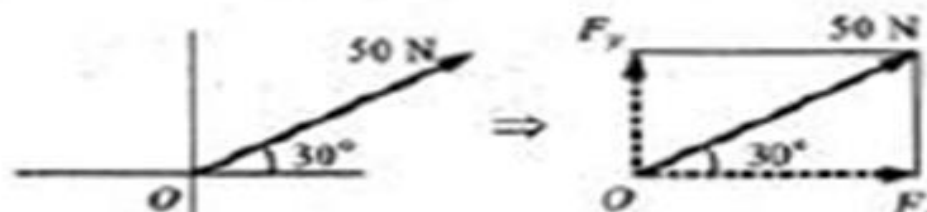
حيث تمثل F مقدار الشعاع F ويمثل كل من F_x و F_y قيم الشعاعين F_x و F_y وبلاستعانة بشعاعي الوحدة i و j يمكن كتابة معادلة القوة بالشكل الهندسي التالي :

$$F = F_x + F_y = F_x i + F_y j$$



المطلوب تحليل القوة المعلومة \mathbf{F} إلى مركبتين متعامدتين إحداها أفقية والأخرى شاقولية.

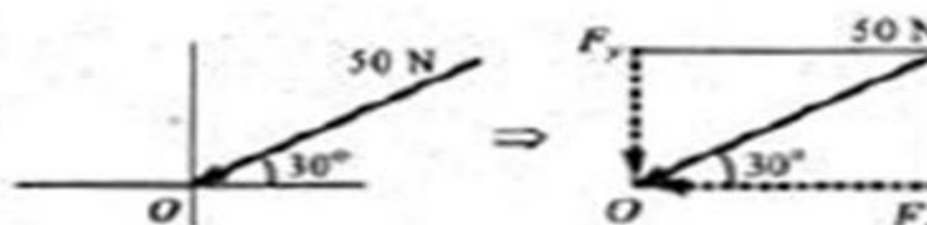
(i)



$$F_x = 50 \cos 30 = 43.3 \text{ N } (\rightarrow)$$

$$F_y = 50 \sin 30 = 25 \text{ N } (\uparrow)$$

(ii)



$$F_x = -50 \cos 30 = -43.3 \text{ N } (\leftarrow)$$

$$F_y = -50 \sin 30 = -25 \text{ N } (\downarrow)$$

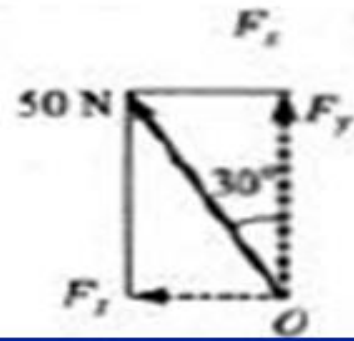
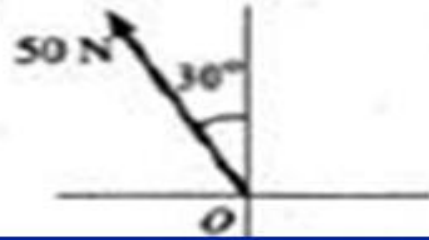
(iii)



$$F_x = -50 \sin 30 = -25 \text{ N } (\leftarrow)$$

$$F_y = 50 \cos 30 = 43.3 \text{ N } (\uparrow)$$

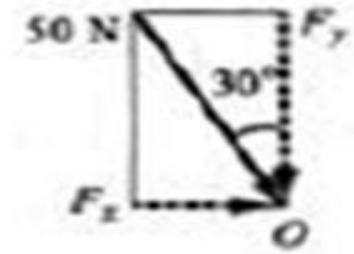
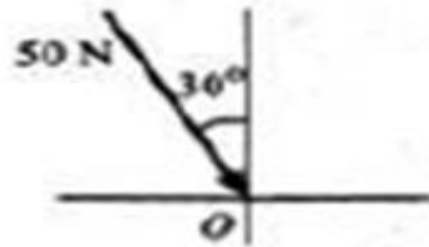
(iii)



$$F_x = -50 \sin 30 = -25 \text{ N} (\leftarrow)$$

$$F_y = 50 \cos 30 = 43.3 \text{ N} (\uparrow)$$

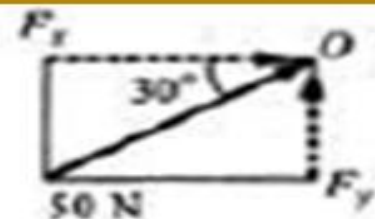
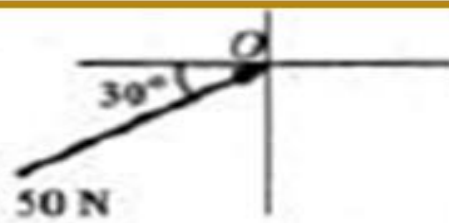
(iv)



$$F_x = 50 \sin 30 = 25 \text{ N} (\rightarrow)$$

$$F_y = -50 \cos 30 = -43.3 \text{ N} (\downarrow)$$

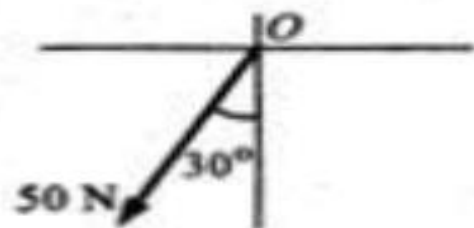
(v)



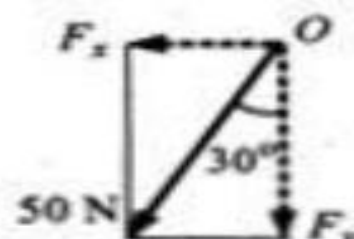
$$F_x = 50 \cos 30 = 43.3 \text{ N} (\rightarrow)$$

$$F_y = 50 \sin 30 = 25 \text{ N} (\uparrow)$$

(vi)



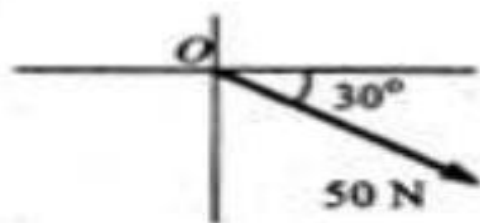
⇒



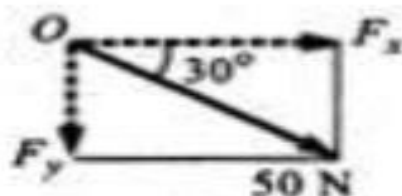
$$F_x = -50 \sin 30 = -25 = 25 \text{ N } (\leftarrow)$$

$$F_y = -50 \cos 30 = -43.3 = 43.3 \text{ N } (\downarrow)$$

(vii)



⇒



$$F_x = 50 \cos 30 = 43.3 \text{ N } (\rightarrow)$$

$$F_y = -50 \sin 30 = -25 = 25 \text{ N } (\downarrow)$$