الاهتزازات (Vibrations)

Simple Harmonic Motion (الحركة الاهتزازية الجيبية البسيطة (التوافقية

The movement that repeats itself every time period so that the vibration amplitude of the motion is constant. It can be defined as a vibrating motion in a straight line.

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

ω angular frequency

φ initial phase

A the amplitude (maximum displacement from the equilibrium position)

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ the time period

$\upsilon = \frac{1}{T}$ frequency

Derivative the equation (1) $\longrightarrow v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$ (2)

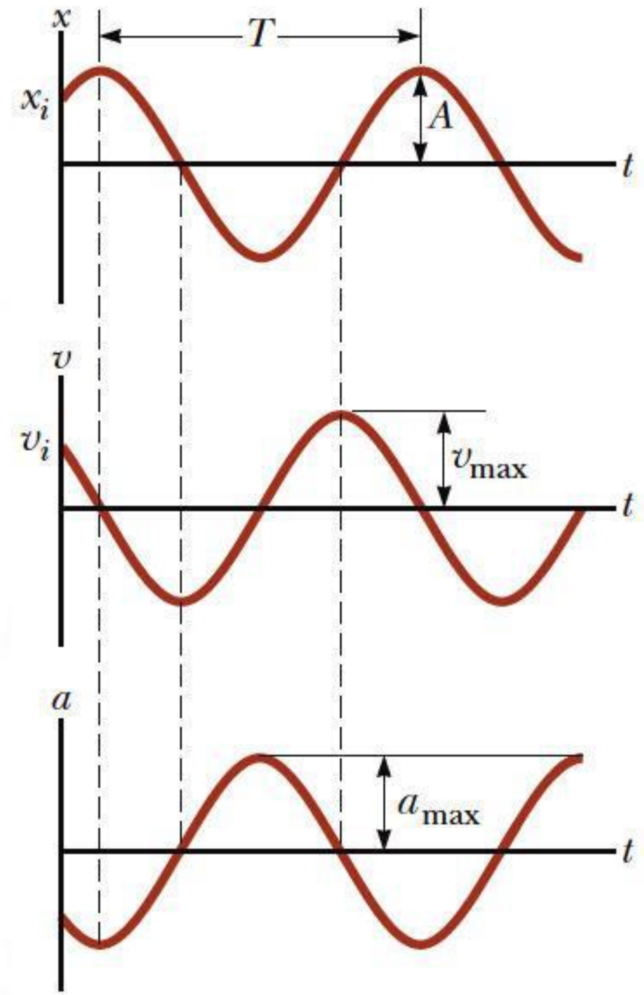
v the velocity

ωA maximum speed

Derivative the equation (2) $\longrightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$ (3)

a the acceleration

$\omega^2 A$ maximum acceleration



velocity is different in phase with position by 90^0

acceleration is different in phase with position by 180^0

If $t = 0$

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= A\cos\varphi \\ v_0 &= -\omega A\sin\varphi \end{aligned}\right\} \longrightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\tan\varphi = -\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

حساب الطاقة الحركية the kinetic energy في الحركة الاهتزازية الجيبية البسيطة

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 sin^2(\omega t + \varphi)$$

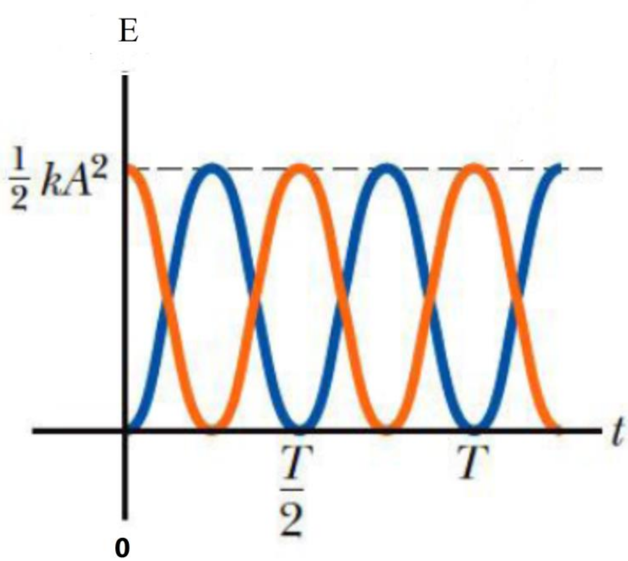
$$= \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 [1 - cos^2(\omega t + \varphi)]$$

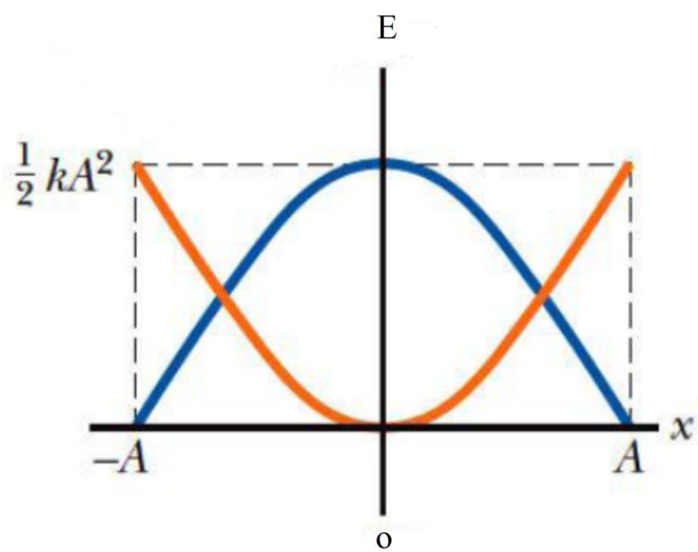
$$\rightarrow \quad E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$\rightarrow \quad E_k = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad ; \text{if } x = 0$$

العلاقة بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة the potential energy في الحركة الاهتزازية الجيبية البسيطة

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} k A^2$$

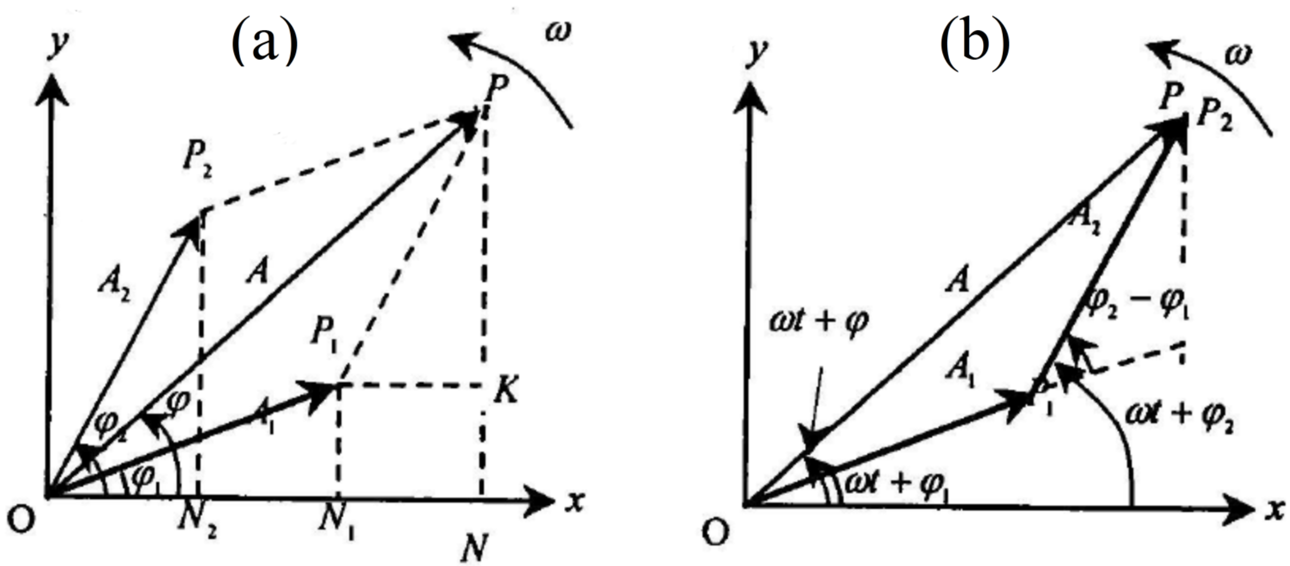




تركيب Superposition الحركات الاهتزازية الجيبية البسيطة

تركيب حركتين اهتزازيتين بسيطتين لهما نفس المنحى والتواتر الزاوي

$$x_1 = A_1\, cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\, cos(\omega t + \varphi_2)$$



$$x = x_1 + x_2$$

$$= A_1\, cos(\omega t + \varphi_1) + \; A_2\, cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$= A_1\,(cos\omega t\; cos\varphi_1 - sin\omega t\; sin\varphi_1) \; + A_2\,(cos\omega t\; cos\varphi_2 - sin\omega t\; sin\varphi_2)$$

$$= cos\omega t(A_1 cos\varphi_1 + A_2 cos\varphi_2) - sin\omega t(A_1 sin\varphi_1 + A_2 sin\varphi_2)$$

$$= Acos\omega t\; cos\varphi - Asin\omega t\; sin\varphi$$

$$\rightarrow x = A\, cos(\omega t + \varphi)$$

حيث أن:

$$A\ sin\varphi = A_1 sin\varphi_1 + A_2 sin\varphi_2$$

$$Acos\varphi = A_1 cos\varphi_1 + A_2 cos\varphi_2$$

بتربيع المعادلتين الأخيرتين وجمعهما, وبقسمة أحداهما على الأخرى نحصل على:

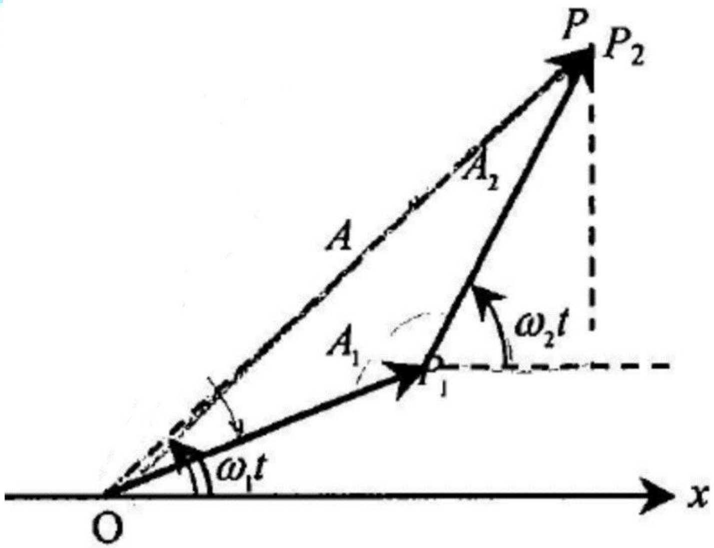
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$tg\ \varphi = \frac{A_1 sin\varphi_1 + A_2 sin\varphi_2}{A_1 cos\varphi_1 + A_2 cos\varphi_2}$$

تركيب حركتين اهتزازيتين بسيطتين لهما نفس المنحى وتواترين زاويين مختلفين

<u>If $\varphi_2 = \varphi_1 = 0$</u>

$$\rightarrow \begin{matrix} x_1 = A_1\, cos\omega_1 t \\ x_2 = A_2\, cos\omega_2 t \end{matrix}$$



the amplitude

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

المحصلة ليست جيبية !

Quiz

جسم يتحرك بحركة توافقية بسيطة على محور x بحيث يتغير موقعه بالنسبة للزمن طبقا للمعادلة التالية:

$$x = (4\ \mathrm{m})\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

حيث أن t هو الزمن بوحدة الثانية والزاوية بين القوسين مقدرة بوحدة ال rad .

A-حدد مقدار السعة

احسب التردد

احسب الزمن الدوري للحركة (الدور)

B-احسب السرعة والتسارع للجسم عند أي زمن t

C-من النتائج التي سوف تحصل عليها قم بحساب موضع الجسم وسرعته وتسارعه عند الزمن t=1 sec

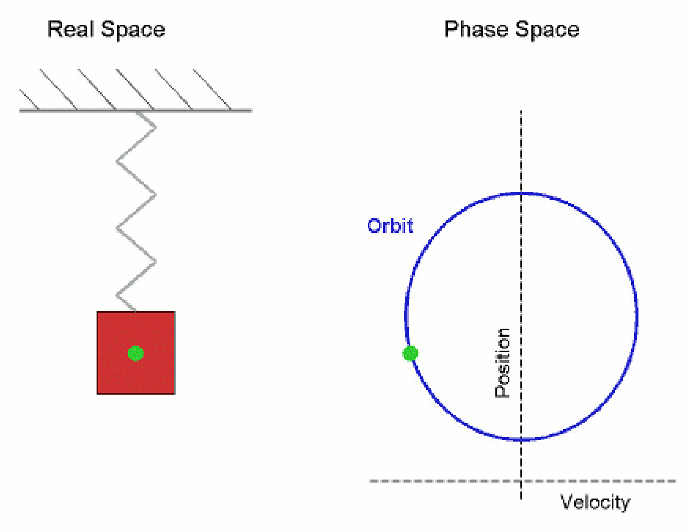
D-حدد أقصى قيمة لسرعة الجسم وأقصى قيمة لتسارعه

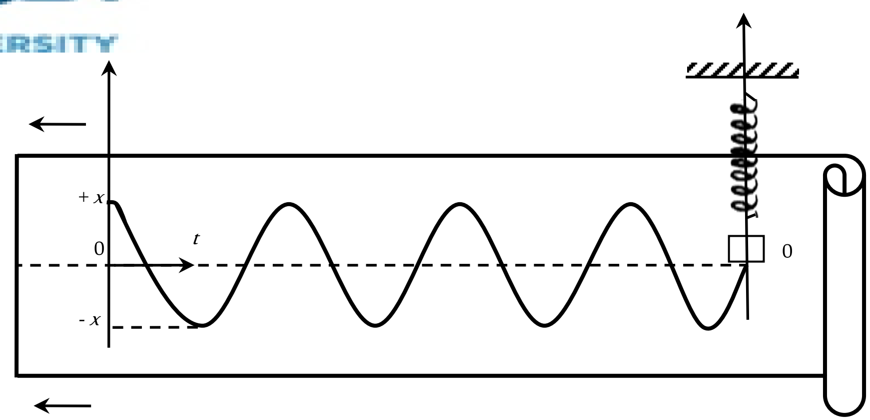
E-اوجد ازاحة الجسم بين t=0 و t=1

الحل ضمن الحصة الدرسية

تطبيقات على الحركة الاهتزازية

الحركة الاهتزازية لثقل معلق بنابض (الهزاز التوافقي) simple harmonic oscillator



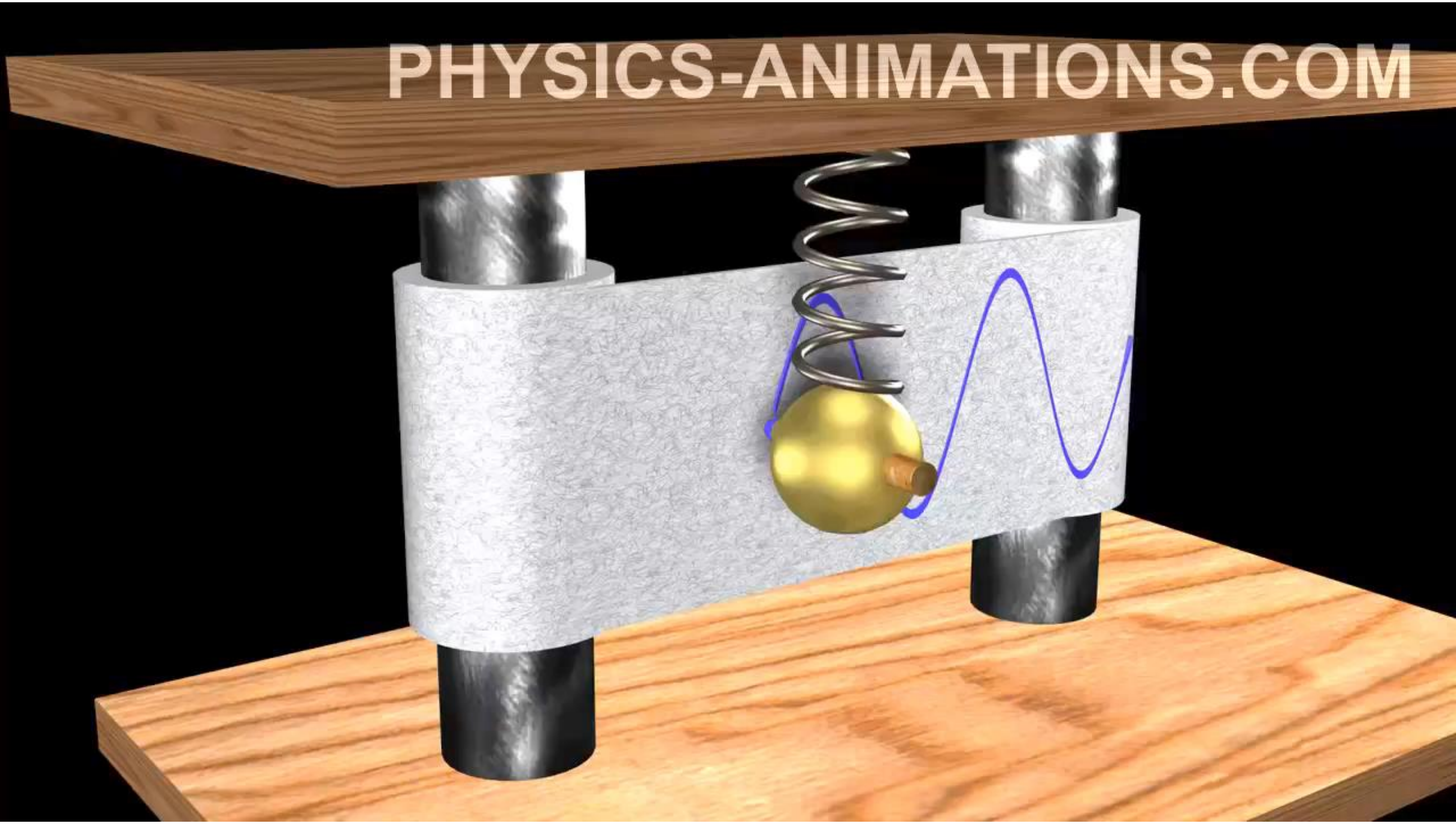


Hooke’s law

$$F = -kx$$ restoring elastic force

k is the spring constant ($N{\cdot}m^{-1}$)

x is the displacement from the equilibrium position (m)


PHYSICS-ANIMATIONS.COM

the equation of motion can be obtained by means of Newton's 2nd law and Hooke's law for a mass on a spring. ; $F = ma$

x is its displacement from the equilibrium

$$\sum F = ma$$

$$\rightarrow \ ma + kx = 0 \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2)$$

معادلة تفاضلية متجانسة من الدرجة الثانية حلها يعطى بالشكل

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

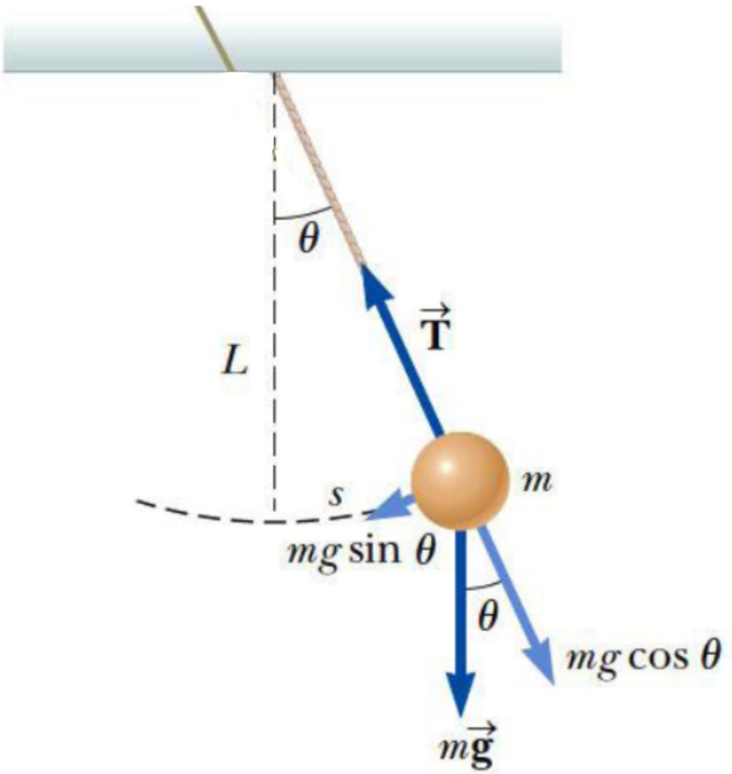
بتعويض قيمة تفاضل x من المعادلة رقم (3) في المعادلة رقم (2)

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

توافقية !

الحركة الاهتزازية للنواس البسيط simple Pendulum

The simple pendulum is a weight on the end of a massless cord suspended from a pivot, without friction. When given an initial push, it will swing back and forth at a constant amplitude.



دراسة الحركة في حالة السكون

$$\sum F_i = 0 \quad \rightarrow \quad mg - T = 0$$

$$\rightarrow mg = T$$

في حالة الحركة

يمكن تحليل قوة الثقل $m\vec{g}$ إلى قوة ناظمية على المسار الدائري $\vec{F}_N$ وأخرى مماسية $\vec{F}_T$

$; F_N = mgcos\theta \quad \rightarrow \quad T = -F_N = -mgcos\theta$ قوة شد خيط التعليق T

$; F_T = -mgsin\theta \quad \rightarrow$ $\theta < 0.1\ rad$ في حالة الزوايا الصغيرة $\rightarrow \quad F_T = -mg\theta$

يعطى التسارع المماسي بالشكل (حيث أن الجسم يتحرك على قوس دائرة نصف قطرها L)

$$a = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

بتطبيق قانون محصلة القوى

$$\sum F = F_N + F_T + T = ma$$

$$\rightarrow ma_T = -T - mg\theta + T$$

$$\rightarrow mL\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

$$\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

معادلة تفاضلية متجانسة من الدرجة الثانية حلها يعطى بالشكل

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$;\ \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \& \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Real pendulums are subject to friction and air drag, so the amplitude of their swings decline.

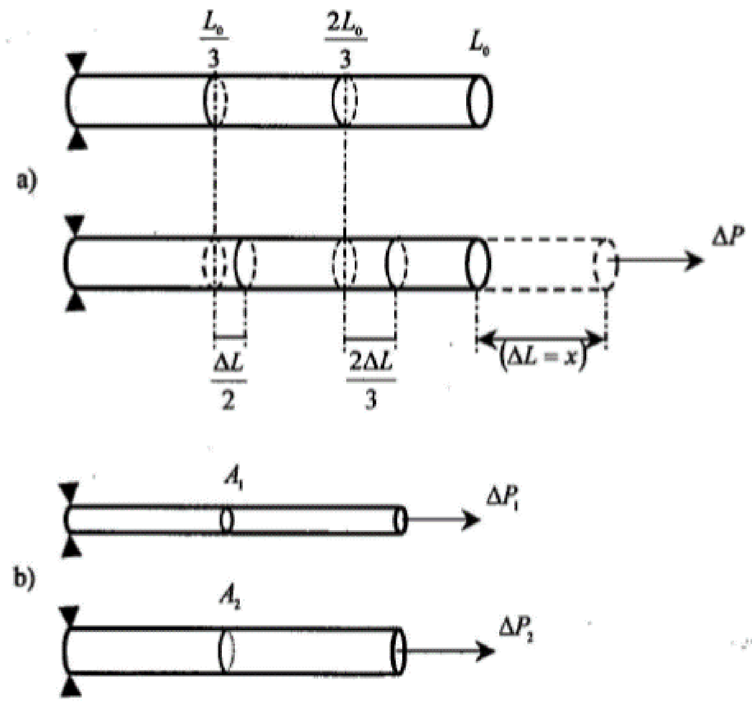
المرونة ومعامل يونغ Young's modulus

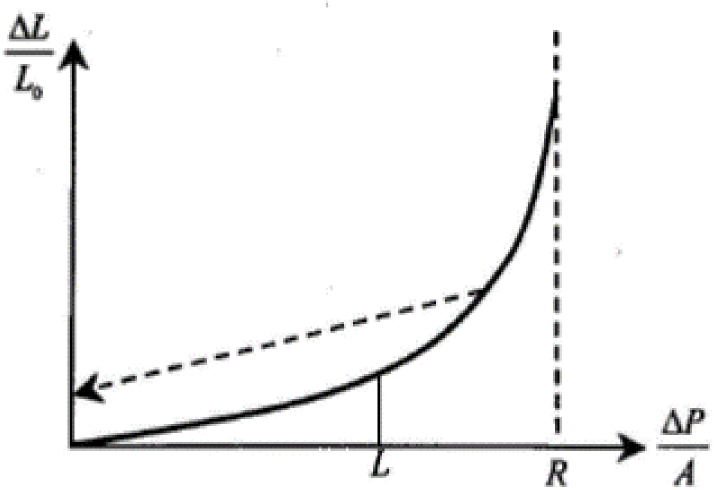
It defines the relationship between stress (force per unit area) and strain (proportional deformation) in a material in the linear elasticity regime of a uniaxial deformation.

الطول الأصلي للسلك L_0

المقطع العرضي للسلك A

استطالة السلك عند تطبيق قوة على المقطع العرضي معامدة لسطح المقطع ΔL





المنطقة المحصورة بين L و R هي منطقة حرجة وتمثل حد المرونة. إذا زادت القوة المطبقة عن R فإن السلك ينقطع !

ضمن حد المرونة يمكن كتابة:

$$\frac{\Delta L}{L_0}=\frac{1}{y}\frac{P}{A}$$

قانون هوك

$\frac{\Delta L}{L_0}$ الانفعال

$\frac{P}{A}$ الاجهاد الناظمي (Nm^{-2})

y معامل يونج للمرونة (Nm^{-2})