



جامعة المنارة  
قسم الهندسة المعلوماتية

# الدارات الكهربائية والالكترونية

Electrical and Electronic Circuits

الدكتور المهندس

علاء الدين أحمد حسام الدين

5

طرق تحليل الدارات الكهربائية

**METHODS ANALYSIS OF  
ELECTRICAL CIRCUITS**

# طريقة كمون العقدة Node Voltage Method:

لتطبيق هذه الطريقة نتبع الخطوات الآتية:

1. نحدد اتجاه التيارات الموجبة (افتراضياً) في مختلف فروع الدارة.
2. نوصل إحدى عقد الدارة إلى الأرض (نؤرضها، أي أن كمونها أصبح مساوٍ للصفر).
3. نطبق علاقة فرق الكمون في العقدة، وهي:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i} + \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{R_i} + \sum_{i=1}^n I_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot g_i + \sum_{i=1}^n V_i \cdot g_i + \sum_{i=1}^n I_i}{\sum_{i=1}^n g_i}$$

المجموع الجبري لجداء القوى المحركة الكهربائية بناقليات فروع الدارة.  $\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i} = \sum_{i=1}^n E_i \cdot g_i$

المجموع الجبري لجداء الجهود بناقليات فروع الدارة.  $\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{R_i} = \sum_{i=1}^n V_i \cdot g_i$

المجموع الجبري لتيارات منابع التيار في الدارة إن وجدت.  $\sum_{i=1}^n I_i$

المجموع الجبري لناقليات فروع الدارة.  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \sum_{i=1}^n g_i$

4. نحل هذه المعادلة فنحصل على قيمة كمون العقدة المدروسة، وبالتالي نستطيع تحديد الجهد بين أي من عقد الدارة وهذه العقدة.

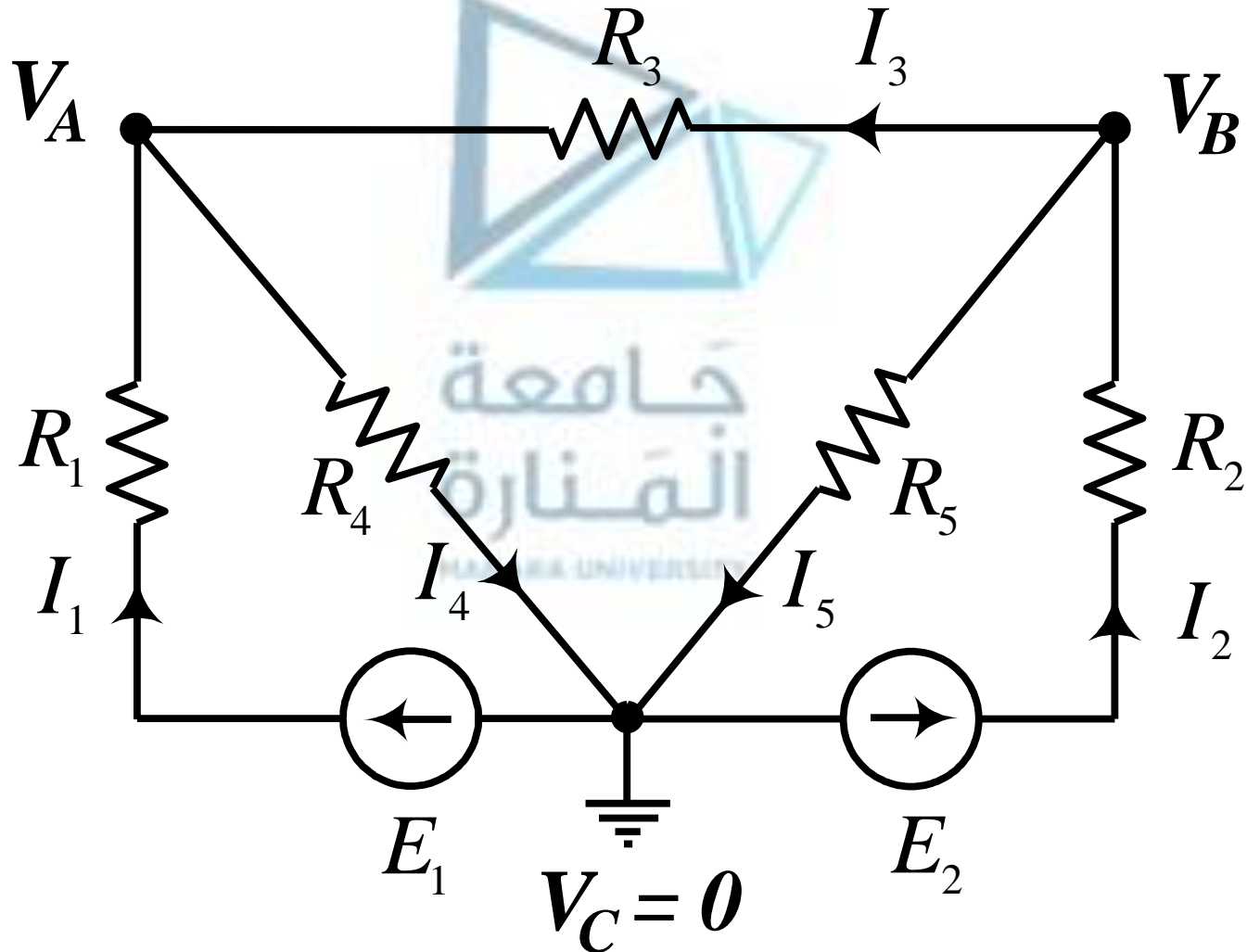
5. نحدّد قيم التيارات في مختلف فروع الدارة حسب قانون كيرشوف الثاني، وذلك بمعرفة الجهد وفق العلاقة السابقة، وبمعرفة القوى المحركة الكهربائية العاملة في الدارة.

**ملاحظة 1:** عند حساب الدارات الكهربائية حسب طريقة كمون العقدة يتم اعتماد اتجاه موجب للجهد المدروس، والمحسوب بالعلاقة السابقة، وعندها يتم تحديد ناقلات جميع الفروع باختيارات اتجاه افتراضي موجب للتيار في الفروع.

**ملاحظة 2:** لتحديد قيم التيارات في الفروع، نشكل حلقة مغلقة بين الفرع المراد حساب التيار فيه، وشعاع الجهد بين طرفيه. يتم بعدها اختيار اتجاه دوران الحلقة ومن ثم تطبيق قانون كيرشوف الثاني. في هذه الحالة تُعدّ القوى المحركة الكهربائية والجهود والتيارات منابع التيار موجبة إذا كان اتجاهها موافقاً لاتجاه دوران الحلقة، وسالبة إذا كان معاكساً له.

**مثال:** احسب قيم التيارات في جميع فروع الدارة المبينة بالشكل باستخدام طريقة كمون العقدة، علماً بأن:

$$R_1 = R_2 = 1 [\Omega], R_3 = R_4 = R_5 = 2 [\Omega], E_1 = E_2 = 12 [V]$$



الحل: نحسب ناقلات الفروع:

$$g_1 = g_2 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{1} = 1 [S] , \quad g_3 = g_4 = g_5 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} = 0.5 [S]$$

لتطبيق طريقة كمون العقدة نوصل العقدة C مع الأرض (نؤرضها) ونكتب المعادلات كما يأتي:

$$V_A = \frac{E_1 \cdot g_1 + V_B \cdot g_3}{g_1 + g_3 + g_4} = \frac{12 \times 1 + 0.5 \cdot V_B}{1 + 0.5 + 0.5} = \frac{12 + 0.5 \cdot V_B}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot V_A - 0.5 \cdot V_B = 12 \quad (1)$$

$$V_B = \frac{E_2 \cdot g_2 + V_A \cdot g_3}{g_2 + g_3 + g_5} = \frac{12 \times 1 + 0.5 \cdot V_A}{1 + 0.5 + 0.5} = \frac{12 + 0.5 \cdot V_A}{2}$$

$$\Rightarrow -0.5 \cdot V_A + 2 \cdot V_B = 12 \quad (2)$$

تحتوي المعادلتان (1) و (2) على مجهولين  $V_A$  و  $V_B$ ، ونحصل على قيمتهما بحل هاتين المعادلتين بأية طريقة رياضية ولتكن بطريقة المصفوفات:

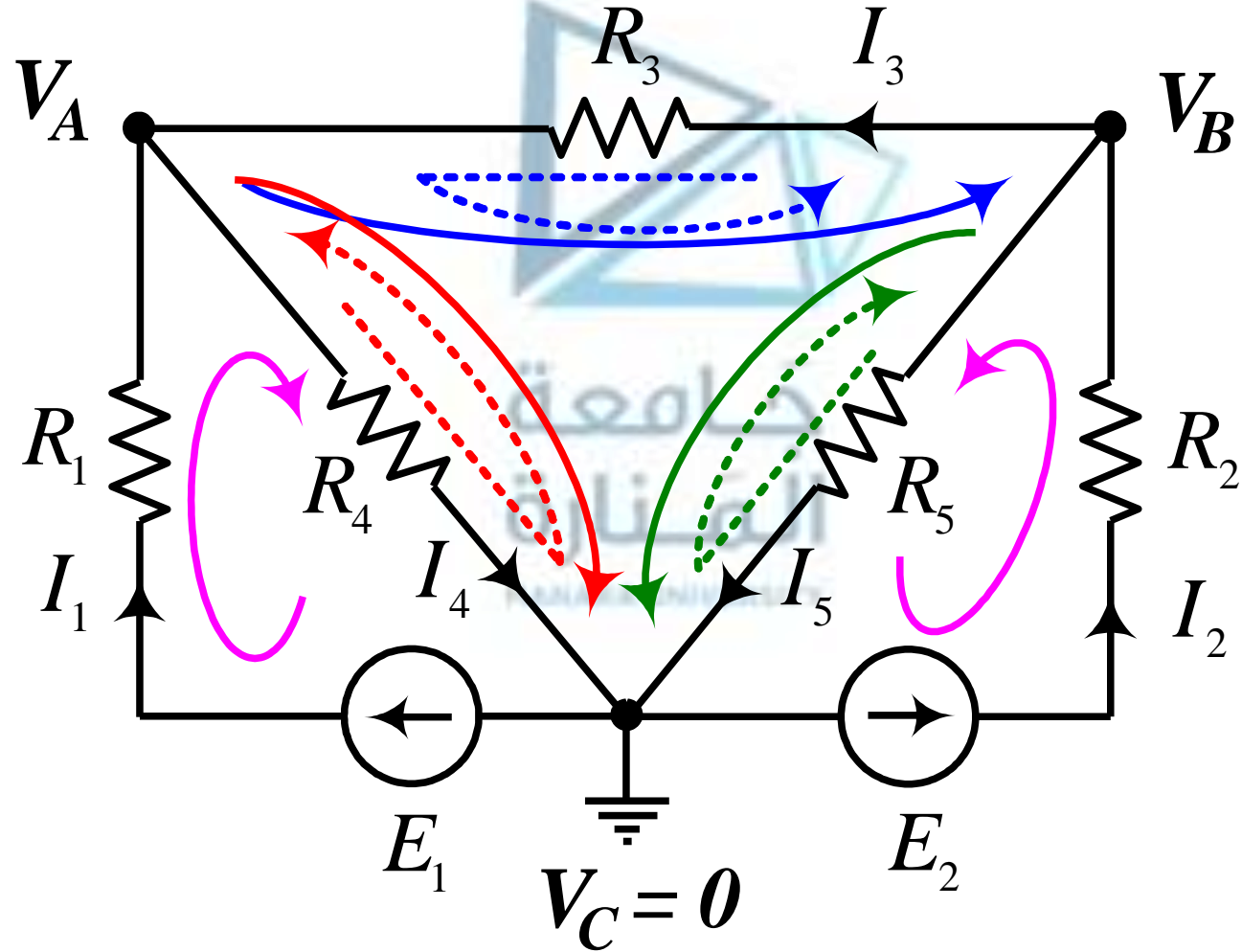
$$D = \begin{vmatrix} 2 & -0.5 \\ -0.5 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-0.5 \times -0.5) = 4 - 0.25 = 3.75$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 12 & -0.5 \\ 12 & 2 \end{vmatrix} = 12 \times 2 - (-0.5 \times 12) = 24 + 6 = 30$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ -0.5 & 12 \end{vmatrix} = 2 \times 12 - (-0.5 \times 12) = 24 + 6 = 30$$

$$V_A = \frac{D_1}{D} = \frac{30}{3.75} = 8 [V] , \quad V_B = \frac{D_2}{D} = \frac{30}{3.75} = 8 [V] , \quad V_C = 0 [V]$$

يتم حساب قيم التيارات في الفروع وفقاً لقانون كيرشوف الثاني، حيث يتم تشكيل حلقات، كل منها مكونة من الفرع الذي نريد حساب التيار الذي يسري فيه، ومن شعاع الجهد بين طرفي هذا الفرع بعد اعتماد اتجاه دوران للحلقة، كما هو مبين في الشكل.





وفقاً لذلك يتم كتابة معادلات الحلقات وحساب التيارات كما يأتي:

$$E_1 = I_1 \cdot R_1 + (V_A - V_C) \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - (V_A - V_C)}{R_1} = \frac{12 - 8}{1} = 4 [A]$$

$$E_2 = I_2 \cdot R_2 + (V_B - V_C) \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - (V_B - V_C)}{R_2} = \frac{12 - 8}{1} = 4 [A]$$

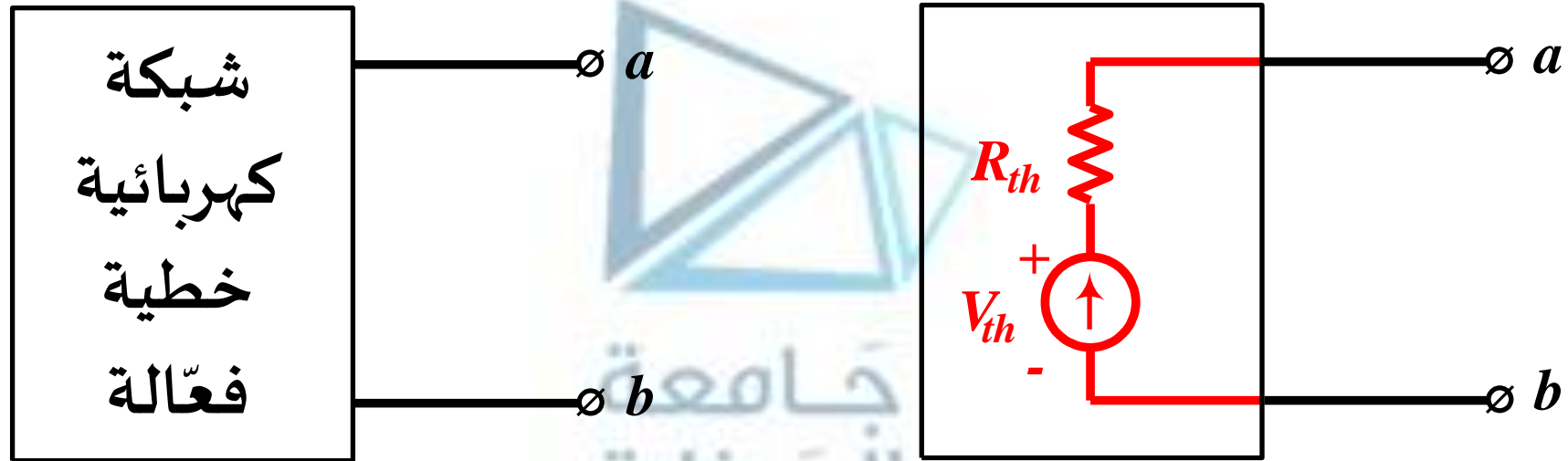
$$0 = I_3 \cdot R_3 + (V_A - V_B) \Rightarrow I_3 = \frac{V_B - V_A}{R_3} = \frac{8 - 8}{2} = 0 [A]$$

$$0 = I_4 \cdot R_4 - (V_A - V_C) \Rightarrow I_4 = \frac{V_A - V_C}{R_4} = \frac{8}{2} = 4 [A]$$

$$0 = I_5 \cdot R_5 - (V_B - V_C) \Rightarrow I_5 = \frac{V_B - V_C}{R_5} = \frac{8}{2} = 4 [A]$$

## نظرية ثيفينين (منبع الجهد المكافئ) :Thevenin's Theorem

يمكن استبدال أي شبكة كهربائية خطية فعّالة لها نهايتان خارجيتان (a)، (b) بمنبع جهد مكافئ واحد جهده ( $V_{th}$ ) ومقاومة واحدة متصلة معه تسلسلياً ( $R_{th}$ ). في هذه الحالة تُحسب قيمة منبع الجهد المكافئ ( $V_{th}$ ) من حالة الدارة المفتوحة بقياس الجهد على الأقطاب (ab)، وتُحسب قيمة المقاومة المكافئة ( $R_{th}$ ) بقصر جميع منابع التغذية (منابع الجهد) بأسلاك عديمة المقاومة (مقاومتها تساوي الصفر)، وفتح منابع التيار إن وجدت في الدارة.



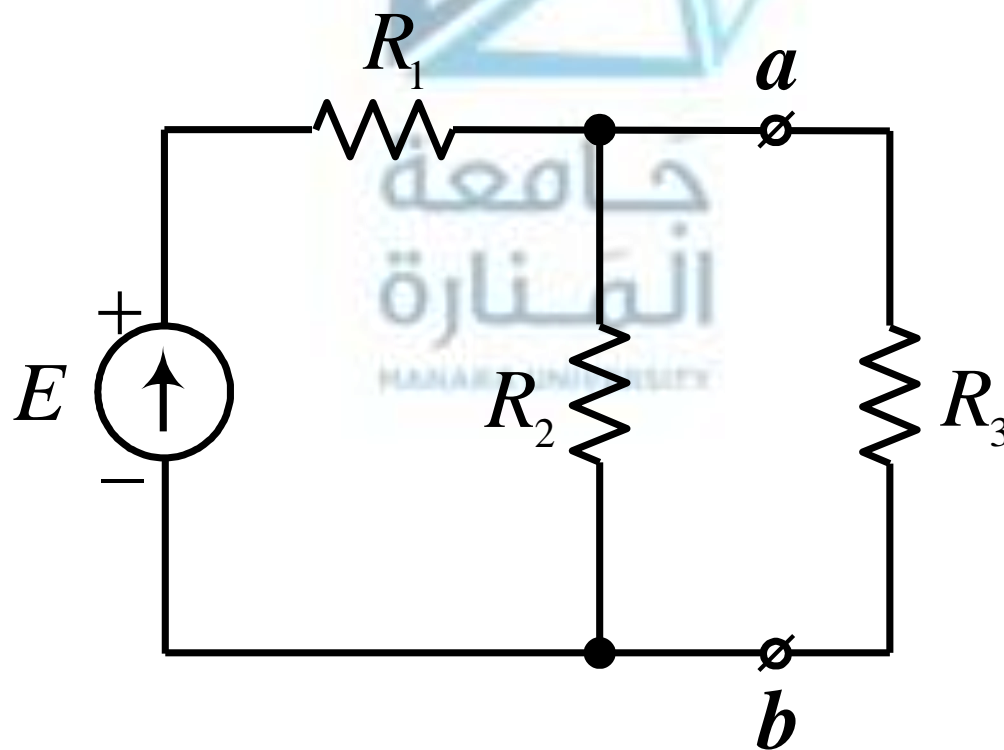
مثال:

لتكن لدينا الدارة المبينة بالشكل، فإذا علمت أن:

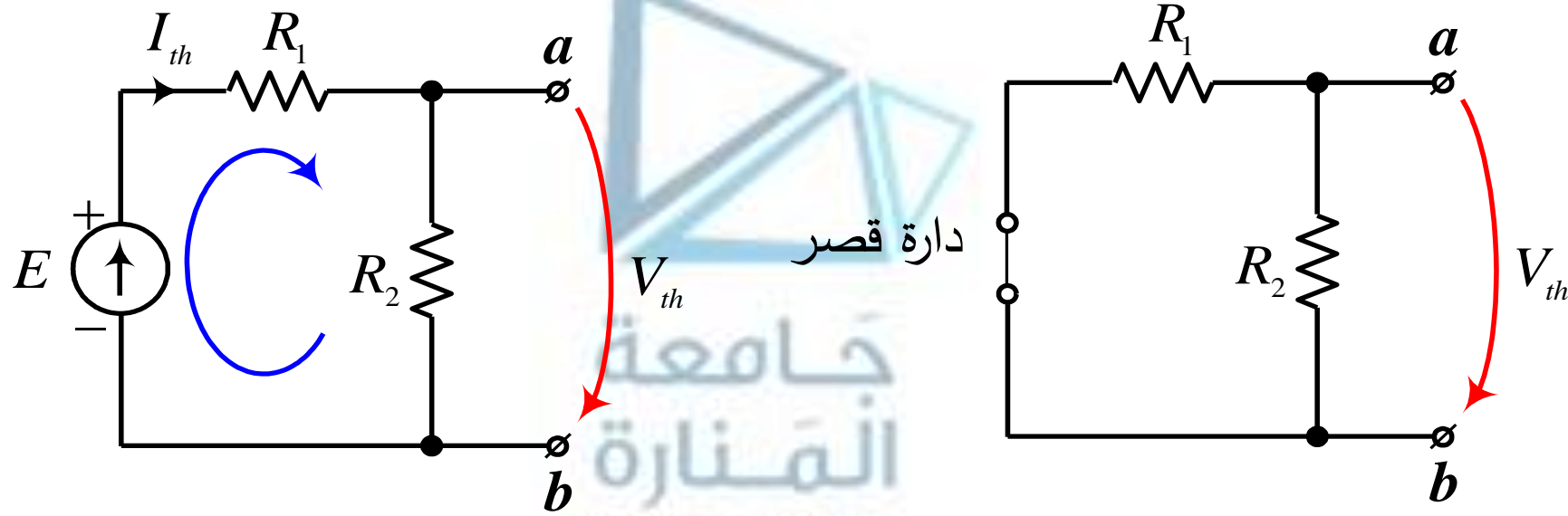
$$E=120 [V], R_1=40 [\Omega], R_2=20 [\Omega], R_3=10 [\Omega]$$

المطلوب:

1. احسب قيمة التيار في المقاومة  $R_3$  بتطبيق نظرية ثيفينين.
2. ما هي قيمة هذا التيار إذا أستعويض عن هذه المقاومة بمقاومة قيمتها  $30 [\Omega]$ ؟.



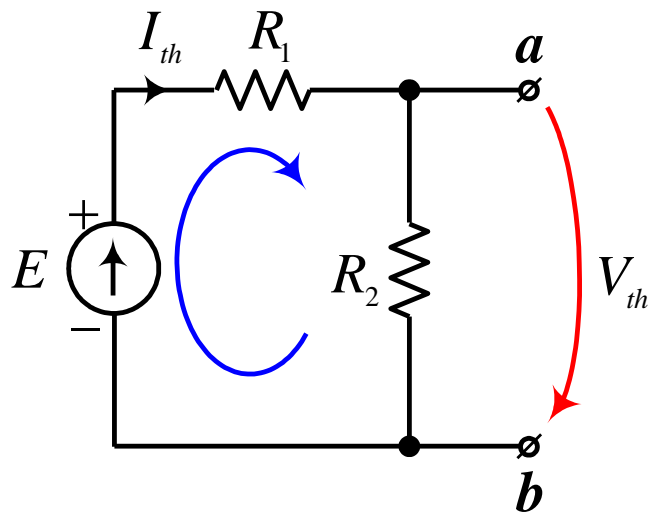
**الحل:** نقوم بعزل الفرع الحاوي على المقاومة  $R_3$ . وحسب نظرية ثيفينين يمكن مكافئة الدارة بدارة مكونة من منبع جهد قيمته تساوي الجهد على الأقطاب  $a$ ،  $b$  أي جهد الدارة المفتوحة، ومن مقاومة موصولة تسلسلياً معه قيمتها تساوي قيمة المقاومة المكافئة للدارة بعد عدّ القوى المحركة الكهربائية تساوي الصفر، كما في الشكل.



المقاومة المكافئة تُحسب من حالة دارة القصر الناتجة عن عزل منبع الجهد واستبداله بسلك كما هو مبين بالدارة السابقة، وبالتالي:

$$R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \times 20}{40 + 20} = 13.33 [\Omega]$$

لحساب جهد ثيفينين يجب حساب التيار  $I_{th}$  في الحلقة، كون هذا التيار لا يخرج من الحلقة لأن الدارة مفتوحة. فحسب قانون كيرشوف الثاني في الحلقة يكون:

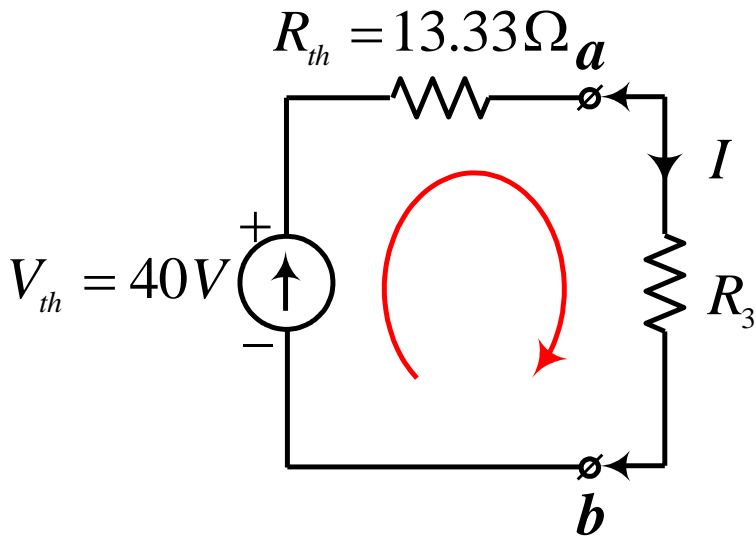


$$I_{th} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{60} = 2 \text{ [A]}$$

وبالتالي جهد ثيفينين:

$$V_{th} = I_{th} \cdot R_2 = 2 \times 20 = 40 \text{ [V]}$$

تصبح دارة ثيفينين المكافئة للدارة الرئيسة كما هو مبين بالشكل جانباً، حيث نعيد المقاومة  $R_3$  إلى الدارة، وعندها يمكن بتطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقة حساب قيمة التيار المار في هذه المقاومة:



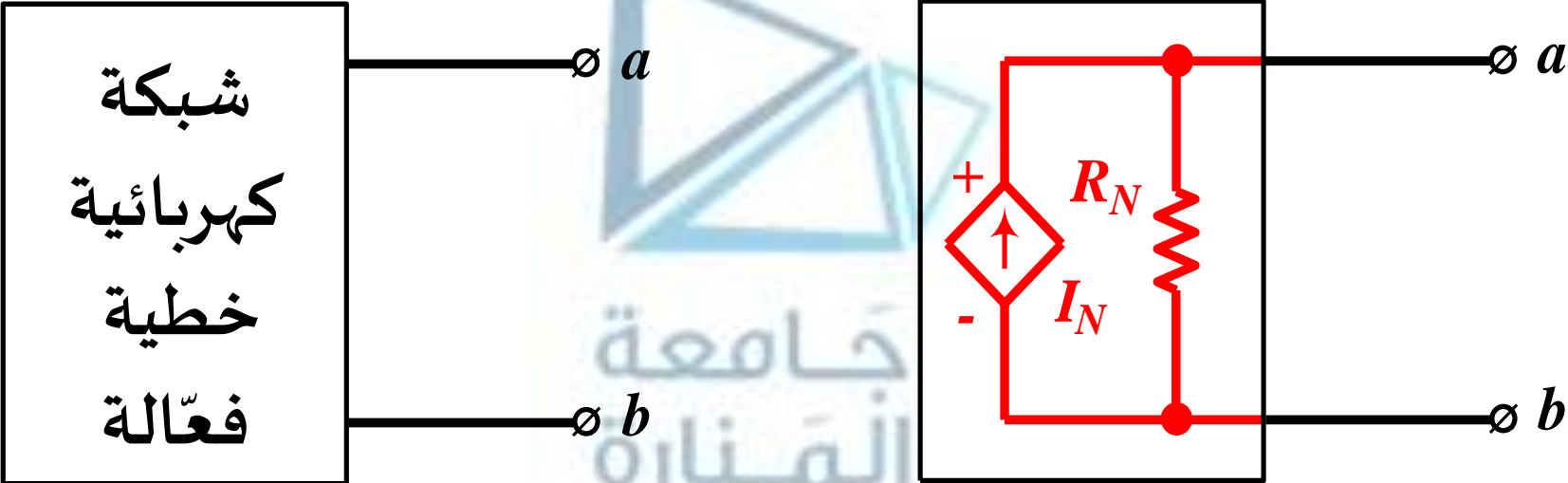
$$I = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{40}{13.33 + 10} = 1.714 \text{ [A]}$$

عند تغيير قيمة المقاومة  $R_3$  يكفي أن نغير هذه القيمة في العلاقة السابقة فنحصل على قيمة التيار المطلوب:

$$I = \frac{40}{13.33 + 30} = 0.92 \text{ [A]}$$

## نظرية نورتون (منبع التيار المكافئ) :Norton's Theorem

يمكن استبدال أي شبكة كهربائية خطية فعّالة لها نهايتان خارجيتان (a) ، (b) ، بمنبع تيار مكافئ واحد تياره ( $I_N$ ) ومقاومة واحدة متصلة معه تفرعياً ( $R_N$ ). يتم حساب قيمة منبع نورتون المكافئ ( $I_N$ ) من خلال قصر الدارة بين الأقطاب (a) و (b) (Short Circuit)، أي هو قيمة التيار المار بين القطبين a و b عند وصلهما بسلك مقاومته معدومة. أما مقاومة نورتون المكافئة ( $R_N$ ) فهي قيمة المقاومة المحسوبة بين القطبين (a) و (b) بقصر جميع منابع التغذية الداخلية بأسلاك عديمة المقاومة (مقاومتها تساوي الصفر)، وفتح منابع التيار إن وجدت في الدارة. أي أن المقاومة المكافئة حسب نظرتي ثيفينين ونورتون هي نفسها.

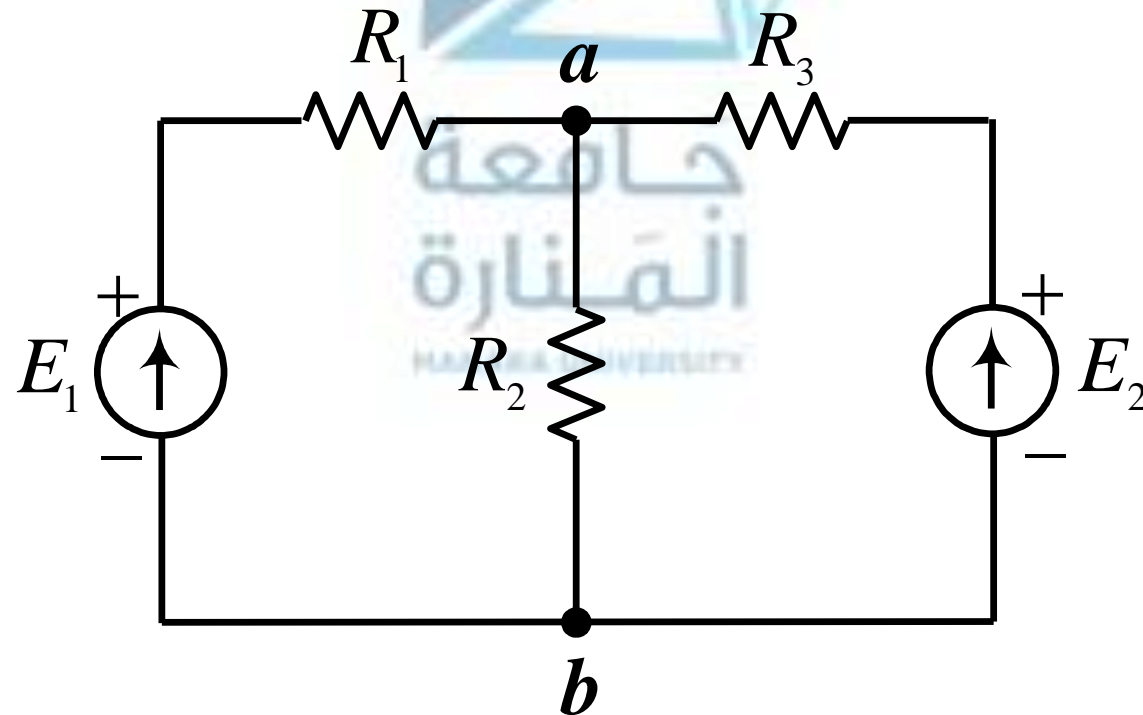




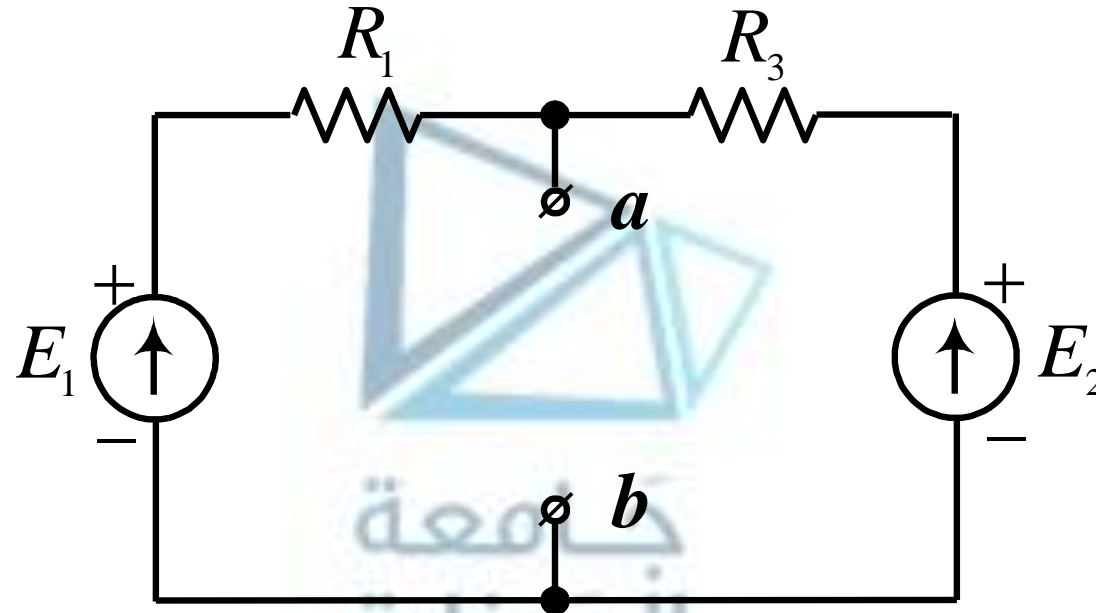
**مثال:** أوجد دارة نورتون المكافئة بالنسبة للأقطاب **a** و **b** للدارة المبينة بالشكل، ثم احسب قيمة التيار المار بالمقاومة  $R_2$ ، علماً أن:

$$E_1 = 70[V], E_2 = 20 [V]$$

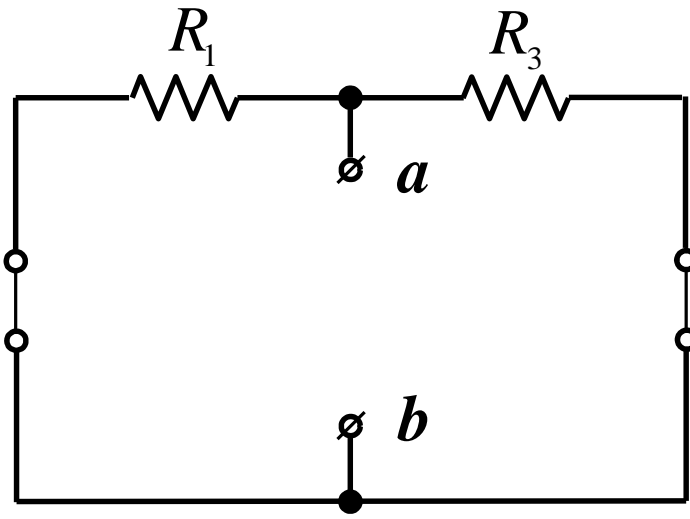
$$R_1 = R_2 = 5 [\Omega], R_3 = 15 [\Omega]$$



**الحل:** نعزل المقاومة  $R_2$  بين القطبين  $a$  و  $b$ ، كما في الشكل.



**حسب نظرية نورتون:** يمكن مكافئة الدارة بدارة مكونة من منبع تيار تُحسب قيمته من قصر الدارة بين القطبين بسلك عديم المقاومة وحساب تيار القصر المار في هذا السلك، ومن مقاومه موصولة تفرعياً مع منبع التيار قيمتها تساوي قيمة المقاومة المكافئة للدارة بعد عَدّ القوى المحركة الكهربائية تساوي الصفر.



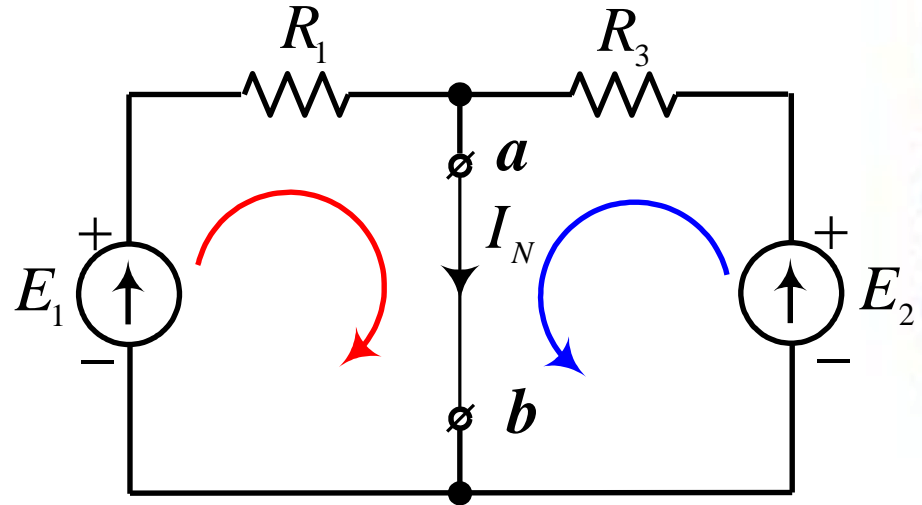
حساب قيمة المقاومة المكافئة:

من الدارة المبينة بالشكل نجد أن:

$$R_N = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

$$R_N = \frac{5 \times 15}{5 + 15} = 3.75 [\Omega]$$

حساب قيمة تيار نورتون:



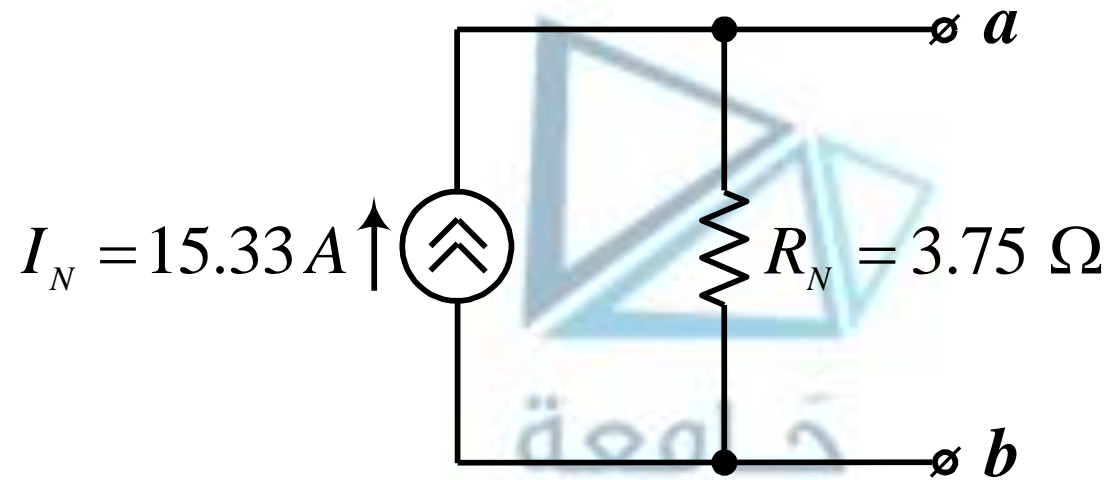
نقصر بين القطبين a و b بسلك عديم المقاومة فتصبح الدارة كما في الشكل. وبالتالي وحسب

طريقة التيارات الحلقية:

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_3} = \frac{70}{5} + \frac{20}{15} = 14 + 1.33 = 15.33 [A]$$



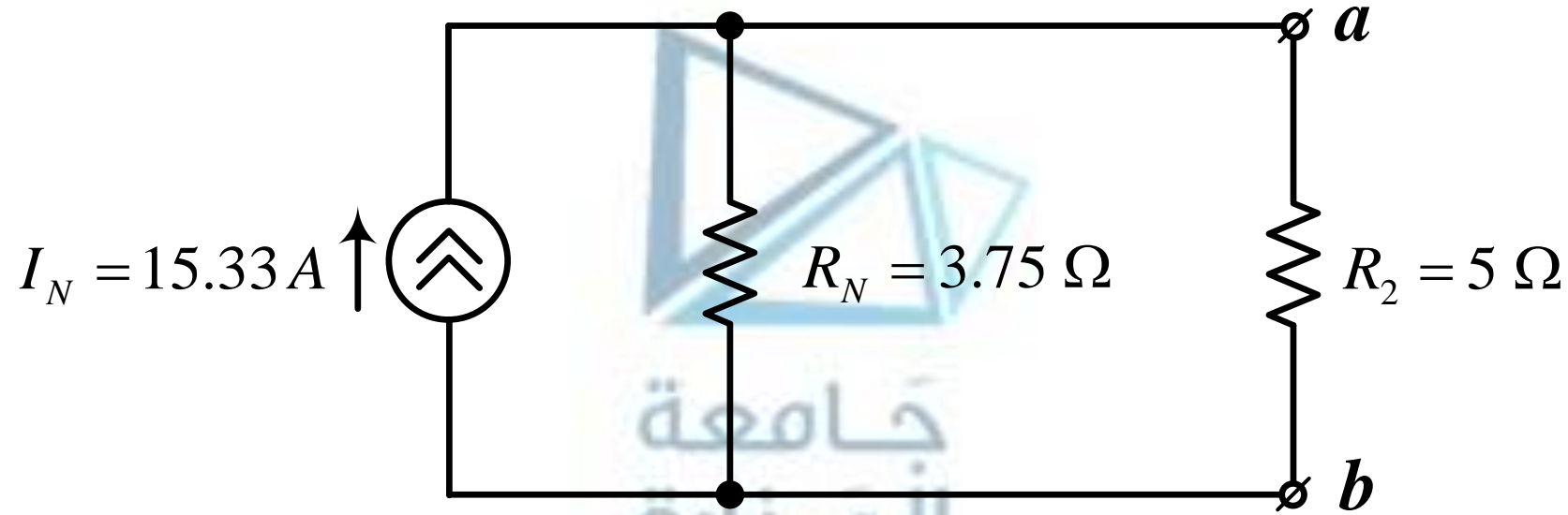
وفقاً لذلك تصبح دارة نورتون كما في الشكل. يمكن في هذه الحالة حساب قيمة الجهد بين القطبين **a** و **b** كما يأتي:



$$V_{ab} = I_N \cdot R_N$$

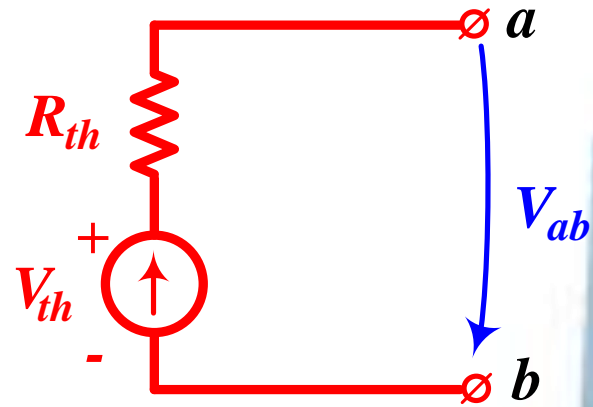
$$V_{ab} = 15.33 \times 3.75 \approx 57.5 \text{ [V]}$$

لحساب قيمة التيار المار في المقاومة  $R_2$  نعيدها إلى دائرة نورتون بين القطبين  $a$  و  $b$ . ثم نحسب قيمة التيار حسب قاعدة مجزئ التيار كما يلي:

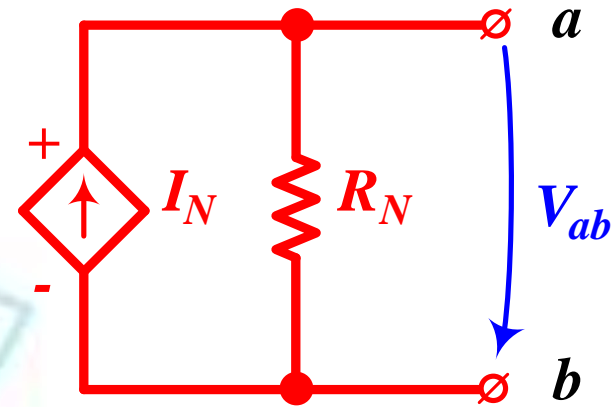


$$I_2 = I_N \cdot \frac{R_N}{R_N + R_2} = 15.33 \times \frac{3.75}{3.75 + 5} = 6.57 \text{ [A]}$$

# التكافؤ بين نظريتي ثيفينين ونورتون:



Thevenin



Norton

$$V_{ab} = Const.$$

Thevenin:  $V_{ab} = V_{th}$

Norton:

$$V_{ab} = I_N \cdot R_N$$

$$\Rightarrow V_{th} = I_N \cdot R_N \Rightarrow I_N = \frac{V_{th}}{R_N}$$

$$R_{th} = R_N \Rightarrow I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

