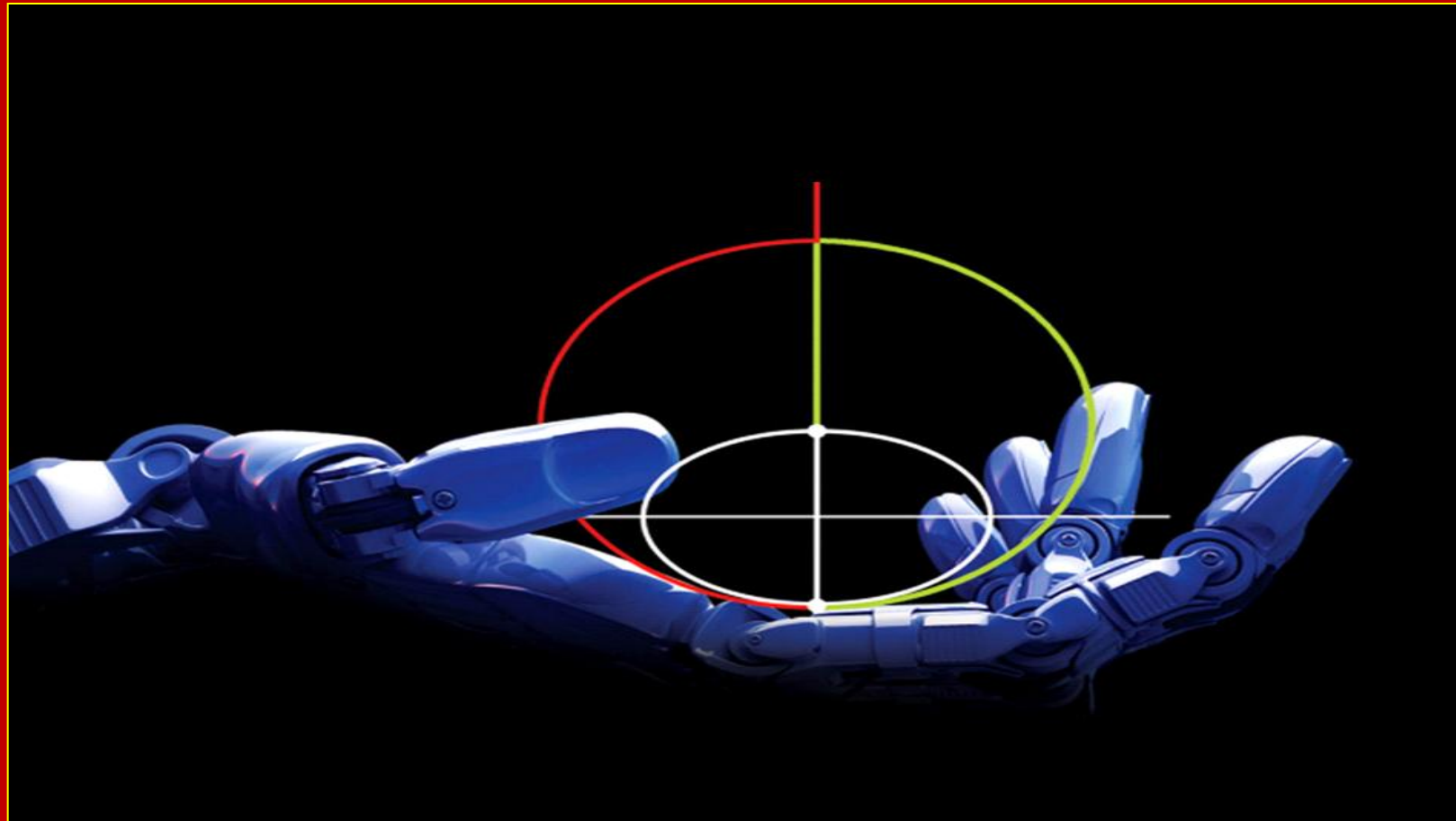




جَامِعَة
الْمَنَارَة

HAMARA UNIVERSITY

Introduction to Block Diagram Model

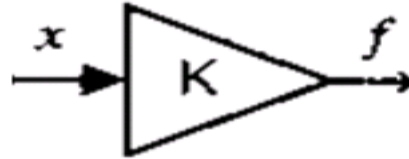


Contents

- .1 نموذج المخطط الصندوقي (Block Diagram)
- .2 Applications

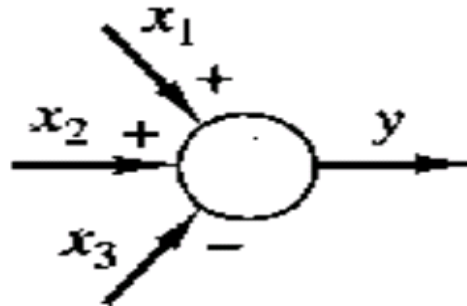
نموذج المخطط الصندوقي (Block Diagram)

Block Diagram: هو عبارة عن ترابط بين البلوكات التي تمثل العمليات الرياضية الأساسية بطريقة يكون المخطط الناتج معادل للنموذج الرياضي للنظام في هذا المخطط الخطوط الواصلة بين البلوكات تمثل المتغيرات التي تصف سلوك النظام التي يمكن أن تكون مدخلات, مخرجات أو متغيرات أخرى ذات صلة. البلوكات تمثل عمليات أو وظائف التي تستخدم واحد أو أكثر من المتغيرات لتحسب متغيرات أخرى على سبيل المثال: القوة f الناتجة عن النابض يمكن أن تحسب من إزاحته عن طريق ضرب الإزاحة x بثابت صلابة النابض k وبشكل *Block Diagram* نراها كما يلي:

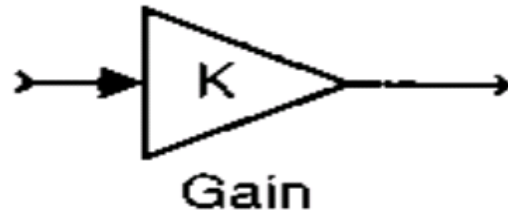


بعض البلوكات وعملياتها:

المجمع Summer: إضافة وطرح المتغيرات يتمثل ببلوك summer ويكون مرسوم بشكل عام على شكل دائرة تحوي أي عدد من الأسهم المتجهة نحوها (المدخلات) وسهم واحد خارج من الدائرة (الخروج), والسهم الداخل يكون جمع أو طرح بحسب الإشارة المرتبطة به المتغير الخارج يعرف على أنه مجموع جميع المتغيرات المدخلة مع أخذ الإشارات السالبة والموجبة في الحسبان. مثال على ذلك: ناتج الجمع y من جمع $x_1+x_2+x_3$ ويمثل ذلك بالشكل التالي:



الضرب Gain: وهو يقوم بعملية الضرب لمتغير وحيد بثابت وهذه العملية تمثل بواسطة بلوك Gain, لا يوجد أية قيود على القيمة داخل هذا البلوك التي قد تكون موجبة, صفر أو سالبة ويمثل بالشكل التالي وهو عملية ضرب متغير بالقيمة K:



المكامل Integrator: يجرى التكامل مع أخذ الزمن بعين الاعتبار بواسطة بلوك Integrator كما هو موضح في المثال التالي بالشكل (a) خرج البلوك يعطى بالعلاقة:

$$y'(t) = u(t)$$

$$y(t) = y(0) + \int_0^t u(t) dt$$

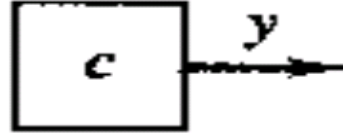


إذا كان الدخل الى البلوك هو مشتق y مع أخذ الزمن بالاعتبار يجب أن يكون الخرج $y(t)$ كما موضح بالشكل (b)

الشرط الابتدائي $y(0)$ لا يظهر عادة بشكل صريح ولكن يجب أن يكون محدداً أو مفروضاً صفر

الثابت Constant: بلوك constant في الشكل التالي ليس لديه دخل وخرجه لايتغير أبداً

هو يطبق العلاقة $y=c$



دمج البلوكات لحل معادلات النمذجة:

سنقوم الآن بدمج البلوكات للحصول على BD الذي يمثل الحل لمعادلة تفاضلية باعتبار المعادلة التالية هي التي نريد نمذجتها:

$$X' = f_a(t) - AX$$

حيث A هو ثابت معلوم

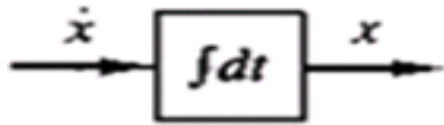
$f_a(t)$ هو دخل معلوم

X هو الخرج

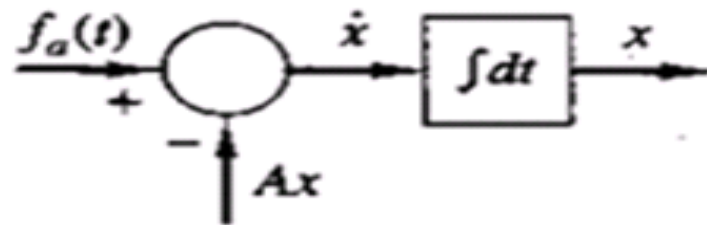
قبل استخدام معادلة النمذجة السابقة يجب أن نستفيد من العلاقة بين X و X' ليكون للمخطط متغير مجهول واحد نقوم بذلك بجعل X' هو دخل integrator والذي سيكون خرجه حتماً هو X كما يظهر في الشكل (a)

ولأن معادلة X' هي عبارة عن طرح حدين فتظهر كخرج بلوك summer ودخلي هذا البلوك هما $f_a(t)$ و AX كما يظهر في الشكل (b)

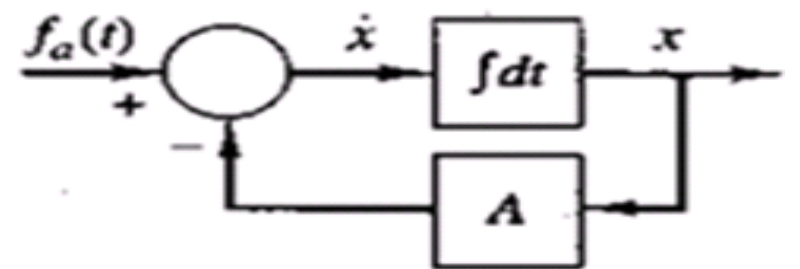
في النهاية نكمل المخطط باستخدام بلوك gain لتكوين الإشارة AX كما في الشكل (c)



(a)



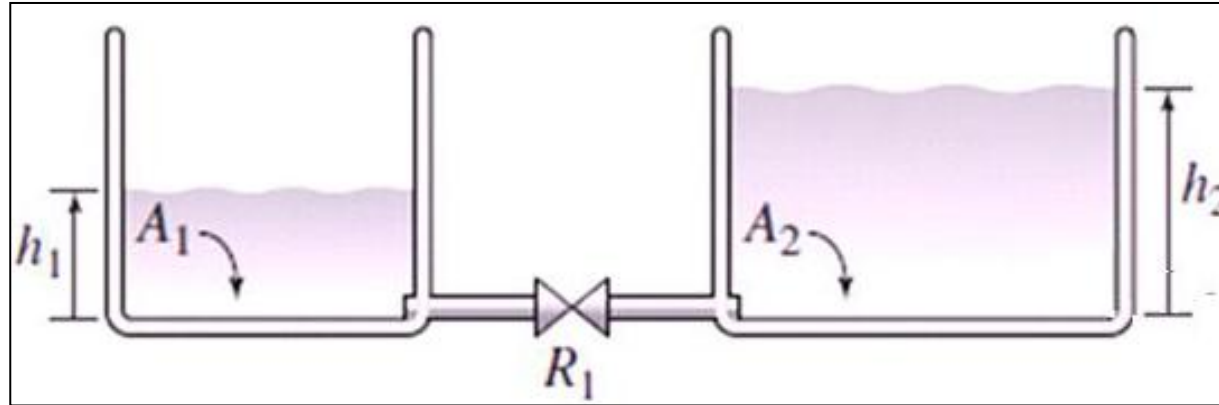
(b)



(c)

Application

LIQUID-LEVEL SYSTEM



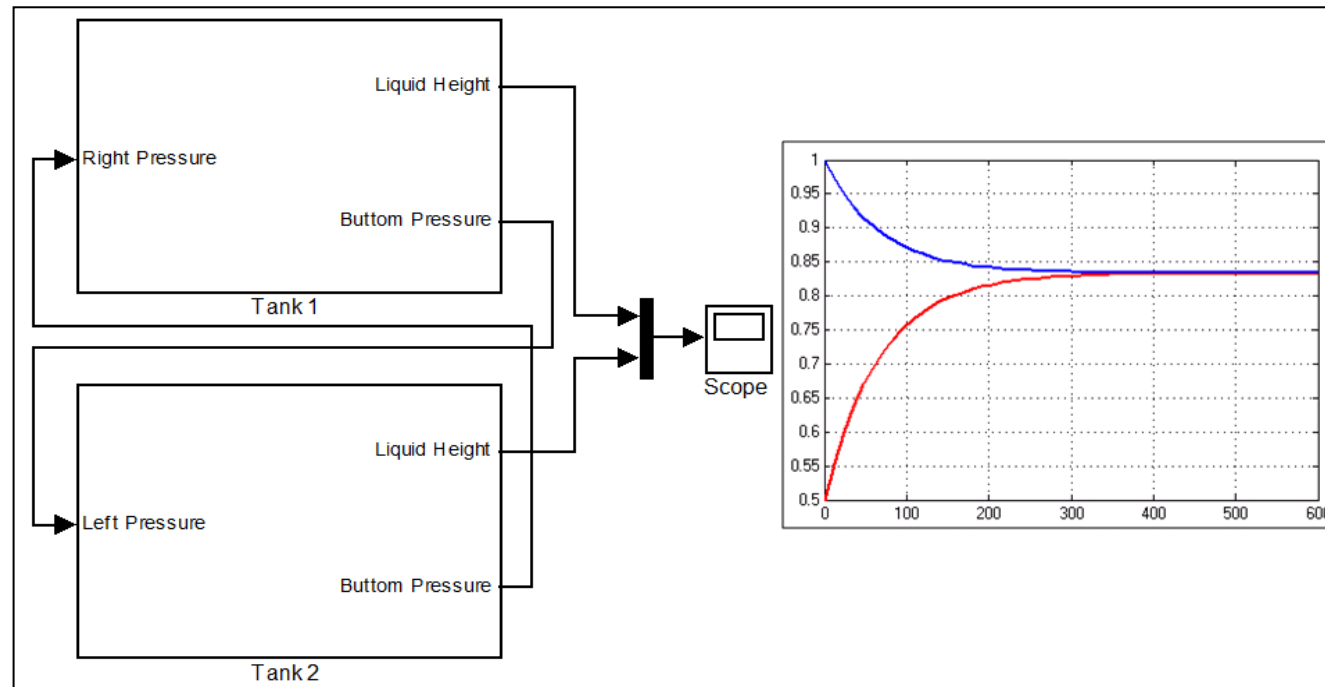
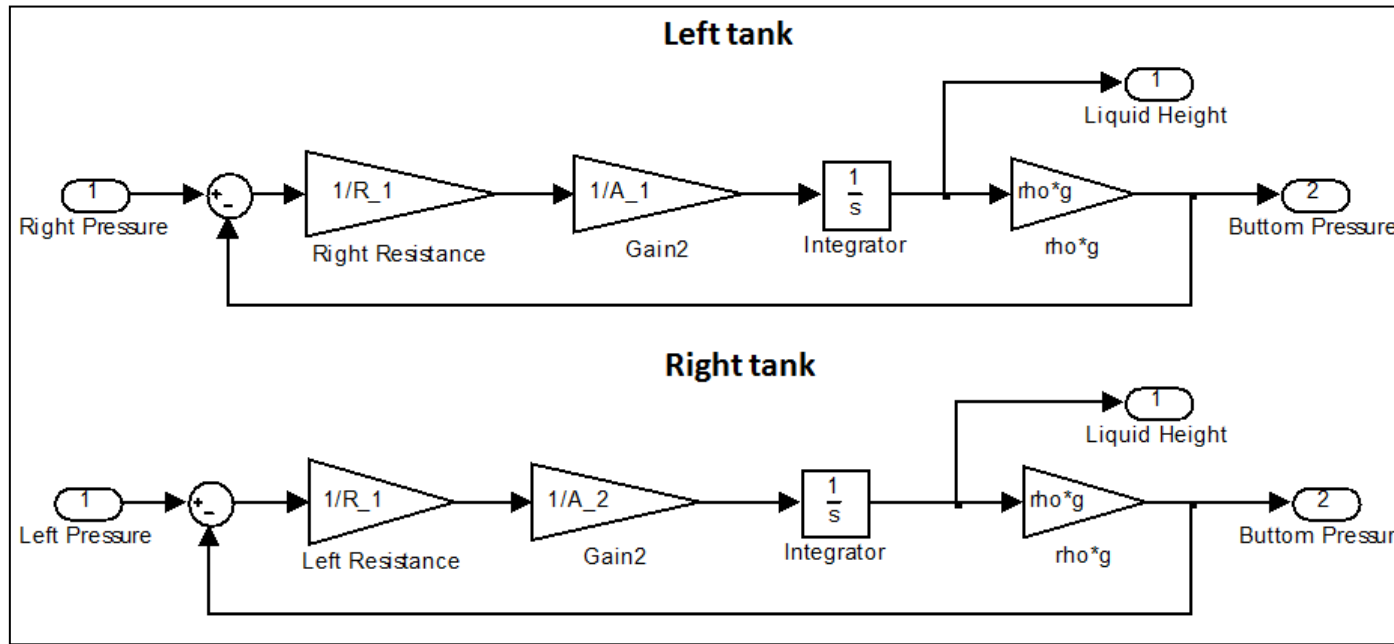
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = q$$

$$\frac{dV}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

$$P_1 - P_2 = R \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{\rho g h_2 - \rho g h_1}{A_1 R_1}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\rho g h_1 - \rho g h_2}{A_2 R_1}$$



Application

SIMPLE HARMONIC MOTION

Consider a motion represented by

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

Such a motion is referred to as simple harmonic motion. Use of the trigonometric identity

$$\sin(\omega t + \phi) = \sin \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \phi$$

gives

$$x(t) = X \sin(\omega t + \phi)$$

where

$$X = \sqrt{A^2 + B^2}$$

and

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{A}{B}\right)$$

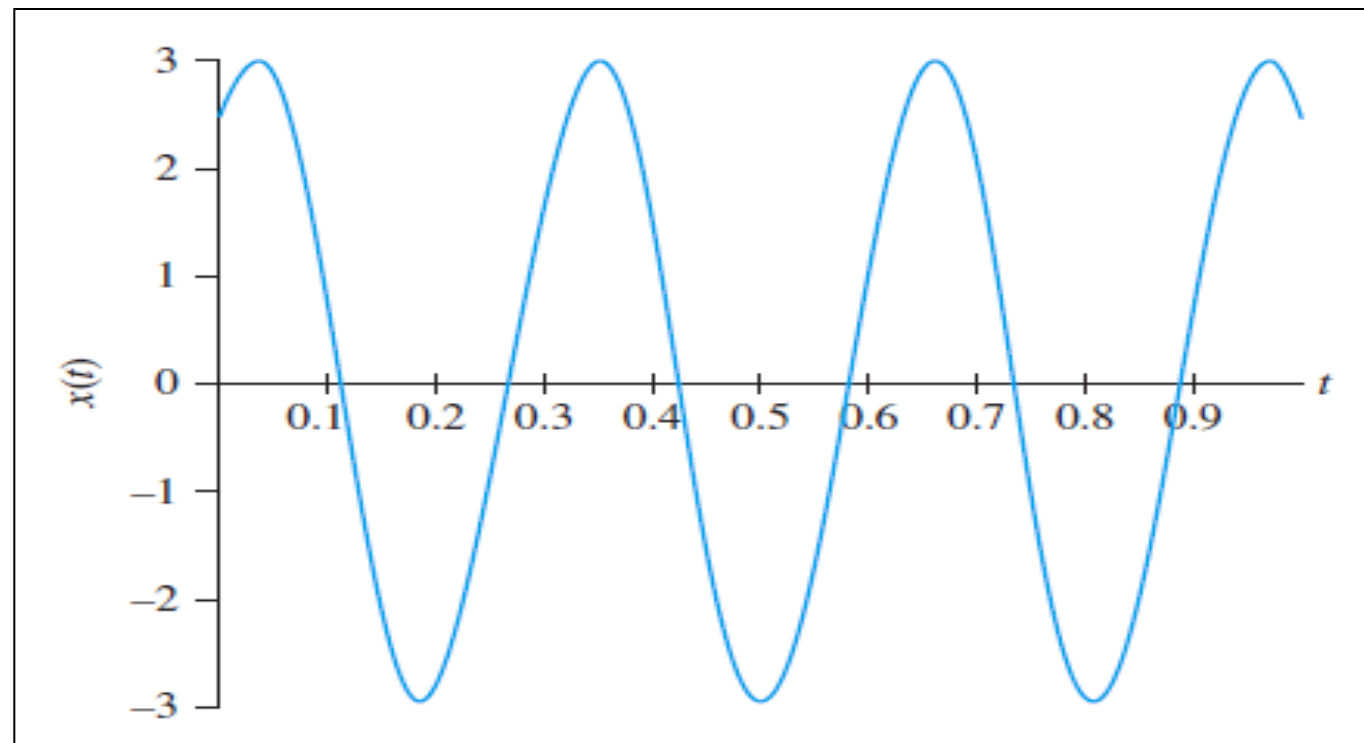
The amplitude, X , is the maximum displacement from equilibrium. The response is cyclic. The period is the time required to execute one cycle, is determined by

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

and is usually measured in seconds (s). The reciprocal of the period is the number of cycles executed in one second and is called the frequency

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

The unit of cycles/second is designated as one hertz (Hz). As the system executes one cycle, the argument of the trigonometric function goes through 2π radians. Thus,



1 cycle = 2π radians and the frequency becomes

$$f = \left(\frac{\omega}{2\pi} \text{ cycle/s} \right) (2\pi \text{ rad/cycle}) = \omega \text{ rad/s}$$

Thus, ω is the circular frequency measured in rad/s. The frequency also may be expressed in term of revolutions per minute (rpm) by noting that one revolution is the same as one cycle and there are 60 s in one minute,

$$\omega \text{ rpm} = (\omega \text{ rad/s}) \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right)$$

ϕ is the phase angle

Example

The response of a system is given by

$$x(t) = 0.003 \cos(30t) + 0.004 \sin(30t) \text{ m}$$

Determine (a) the amplitude of motion, (b) the period of motion, (c) the frequency in Hz, (d) the frequency in rpm, (e) the phase angle, and (f) the response in the form of Equation $x(t) = X \sin(\omega t + \phi)$

SOLUTION

(a) The amplitude is given by

$$X = \sqrt{0.003^2 + 0.004^2} \text{ m} = 0.005 \text{ m}$$

(b) The period of motion is

$$T = \frac{2\pi}{30} \text{ s} = 0.209 \text{ s}$$

(c) The frequency in hertz is

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.209 \text{ s}} = 4.77 \text{ Hz}$$

(d) The frequency in revolutions per minute is

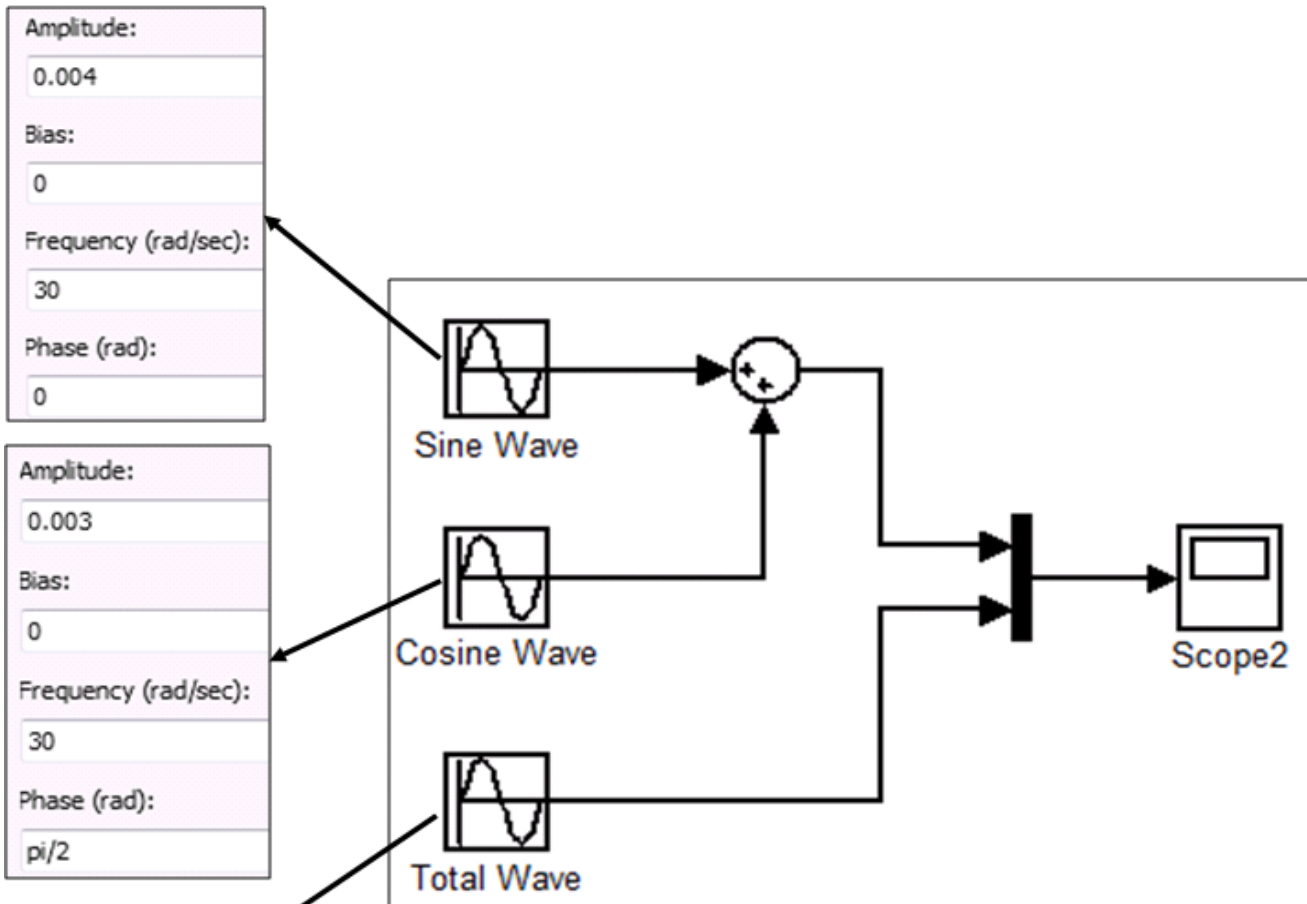
$$\omega = \left(30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}}\right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 286.48 \text{ rpm}$$

(e) The phase angle is

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{0.003}{0.004}\right) = 0.643 \text{ rad}$$

(f) Written in the form of Equation, the response is

$$x(t) = 0.005 \sin(30t + 0.643) \text{ m}$$



Amplitude:
0.004

Bias:
0

Frequency (rad/sec):
30

Phase (rad):
0

Amplitude:
0.003

Bias:
0

Frequency (rad/sec):
30

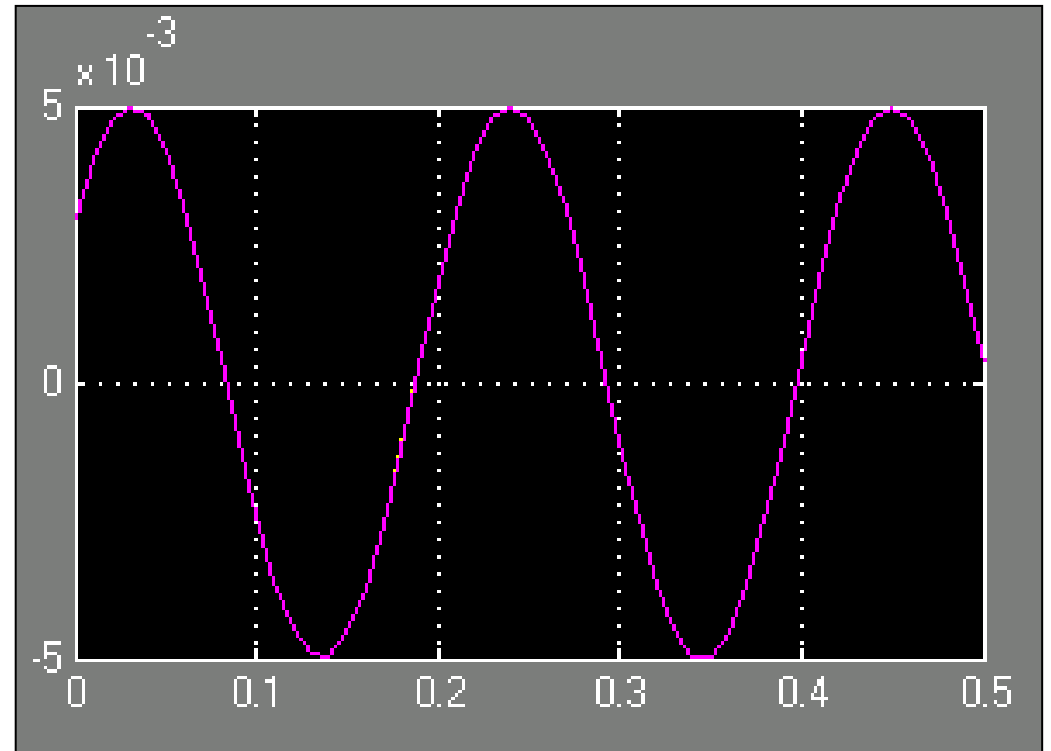
Phase (rad):
 $\pi/2$

Amplitude:
0.005

Bias:
0

Frequency (rad/sec):
30

Phase (rad):
0.643





جَامِعَة
الْمَنَارَة

HAMARA UNIVERSITY