جامعة المنارة

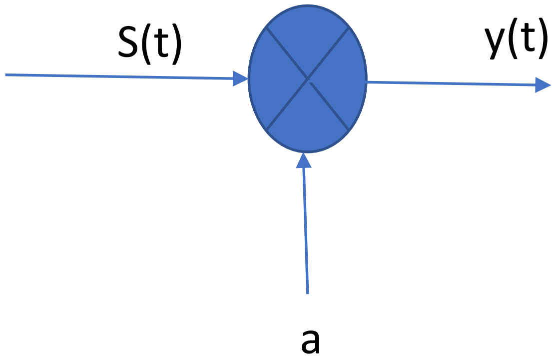
عملي مقرر الإشارات والنظم

د. السموءل صالح

م. أوشين داؤد

تمارين الأسبوع ٣

الفصل الأول ٢٠٢١- ٢٠٢٢



تمرين :

اثبت ان النظام التالي (ضارب بثابت)خطي وثابت مع الزمن

الحل :

لإثبات الخطية يجب ان نثبت ان :

$$\boldsymbol{tr\ (s1(t)+s2(t)) = tr\ (s1(t)) + tr(s2(t))}$$

نبدأ بالطرف الأول :

$$\boldsymbol{tr\ (s1(t)+s2(t)) = a*\big(s1(t)+s2(t)\big) = \ \ a*s1(t)+a*s2(t)}$$

اما الطرف الثاني :

$$\boldsymbol{tr\ (s1(t)) + tr(s2(t)) = a*s1(t)+a*s2(t)}$$

نلاحظ تساوي الطرفين فهو نظام خطي .

لاثبات الثبات مع الزمن : باعتباران $\boldsymbol{y(t) = tr(s(t))}$

يجب اثبات ان $\boldsymbol{tr(s(t-t0)) = y\ (t-t0)}$

نبدأ من الطرف الأول :

$$\boldsymbol{tr(s(t-t0)) = a*s(t-t0)}$$

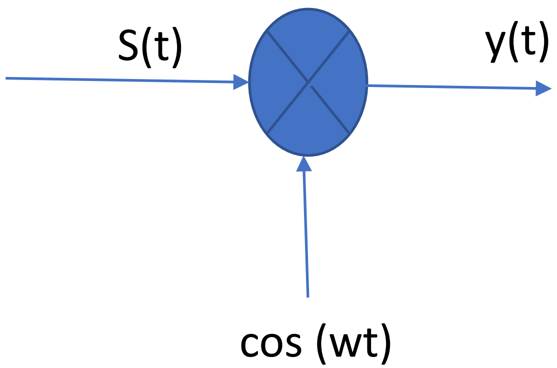
اما الطرف الثاني : (نحصل عليه من معادلة y(t) بتبديل كل t ب t-t0)

$$\mathrm{y}\boldsymbol{(t-t0) = a*s(t-t0)}$$

نلاحظ ان الطرفين متساويان فالنظام ثابت مع الزمن

تمرين :

اثبت ان النظام التالي (ضارب بإشارة cos(wt)) خطي وثابت مع الزمن



الحل :

لإثبات الخطية يجب ان نثبت ان :

$$tr\,(s1(t)+s2(t)) = tr\,(s1(t)) + tr(s2(t))$$

نبدأ بالطرف الأول :

$$tr\,(s1(t)+s2(t)) = cos(wt) * \big(s1(t)+s2(t)\big) = cos(wt) * s1(t) + cos(wt) * s2(t)$$

اما الطرف الثاني :

$$tr\,(s1(t)) + tr(s2(t)) = cos(wt) * s1(t) + cos(wt) * s2(t)$$

نلاحظ تساوي الطرفين فهو نظام خطي .

لاثبات الثبات مع الزمن : باعتباران $y(t) = tr(s(t))$

يجب اثبات ان $tr(s(t-t0)) = y\,(t-t0)$

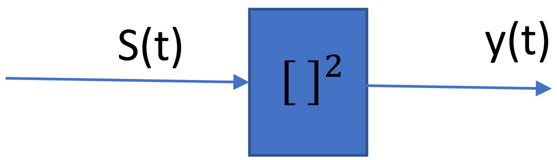
نبدأ من الطرف الأول :

$$tr(s(t-t0)) = cos(wt) * s(t-t0)$$

اما الطرف الثاني : (نحصل عليه من معادلة y(t) بتبديل كل t ب t-t0)

$$\mathrm{y}(t-t0) = cos(w(t-t0)) * s(t-t0)$$

نلاحظ ان الطرفين غير متساويان فالنظام غير ثابت مع الزمن



تمرين :

ادرس هذه النظام من حيث الخطي و الثبات مع الزمن

الحل :

لإثبات الخطية يجب ان نثبت ان :

$$tr\,(s1(t)+s2(t)) = tr\,(s1(t)) + tr(s2(t))$$

نبدأ بالطرف الأول :

$$tr\,(s1(t)+s2(t)) = \left(s1(t)+s2(t)\right)^2$$

اما الطرف الثاني :

$tr\,(s1(t)) + tr(s2(t)) = s1(t)^2 + s2(t)^{\,2}$ نلاحظ عدم تساوي الطرفين فهو نظام غير خطي .

لاثبات الثبات مع الزمن : باعتباران $y(t) = tr(s(t))$

يجب اثبات ان $tr(s(t-t0)) = y\,(t-t0)$

نبدأ من الطرف الأول :

$$tr(s(t-t0)) = (s1(t-t0))^2$$

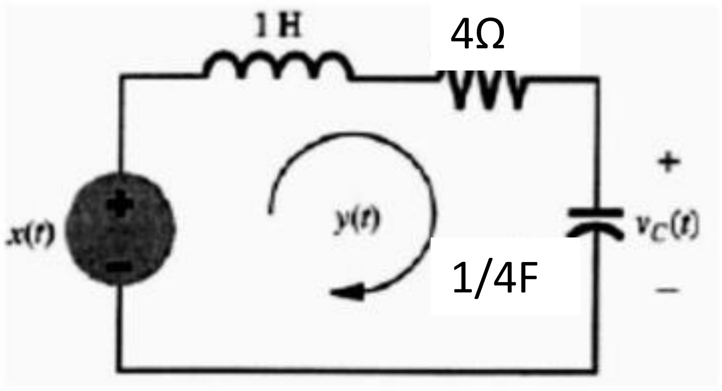
اما الطرف الثاني : (نحصل عليه من معادلة y(t) بتبديل كل t ب t-t0)

$$\mathrm{y}(t-t0) = (s1(t-t0))^2$$

نلاحظ ان الطرفين متساويان فالنظام ثابت مع الزمن

تمرين : لديك الدارة التالية:

- اوجد المعادلة المميزة لهذه الجملة
- واوجد الاستجابة الزمنية لها
- ثم اوجد استجابتها من اجل دخل صفري .



لإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة للجملة السابقة حسب قانون كيرشوف للجهود:

$$v(t) = Ri(t) + L\,di(t)/dt + \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt$$

نشتق مرة واحدة بالنسبة للزمن :

$$\frac{dv(t)}{d(t)} = \frac{Rdi(t)}{dt} + L\,d^2\,i(t)/dt^2 + \ (1/c)\ * i(t)$$

فتصبح المعادلة:

$$D\,v(t) = R\,i(t)D + D^2Li(t) + \left(\frac{1}{c}\right) * \ i(t) = i(t)(RD + D^2L + 1/c)$$

الاستجابة الزمنية :

$$H(t) \ = \ i(t)\ /\ v(t) = \ D/(RD + D^2L + 1/c)$$

إيجاد الاستجابة لدخل صفري :

نجعل 0= $RD + D^2L + 1/c$ أي $4D + D^2 + 4 = 0$

حل هذه المعادلة $\lambda = -2$ وهو جذر مضاعف فيكون الحل العام من الشكل:

$$\underline{i_0\,(\mathrm{t}) = (\mathrm{c}1 + c2t)e^{\lambda t} \qquad (*)}$$

من الشروط الابتدائية $i_0\,(0) = 1$ نحسب قيمة الثابت c1 :

$$1 = (c1 + c2(0))e^{-2(0)}$$

فتكون قيمة الثابت c1=1 ولحساب الثابت c2 يجب استخدام قيمة المشتق الابتدائية:

$$i_0'(t) = -3$$

باشتقاق العلاقة (*) الموضحة أعلاه والتعويض بقيمة c1 و ب t=0 وقيمة المشتق يكون 1- = c2 فيكون الحل العام هو:

$$i_0\,(\mathrm{t}) = (1 - t)e^{-2t}$$

تمرين : احذف من الدارة السابقة العنصر L و أبق على كل من العنصرين R, C ثم :

- اوجد المعادلة المميزة لهذه الجملة
- واوجد الاستجابة الزمنية لها
- ثم اوجد استجابتها من اجل دخل صفري .

لإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة للجملة السابقة حسب قانون كيرشوف للجهود:

$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt$$

نشتق مرة واحدة بالنسبة للزمن :

$$dv(t)/d(t) = Rdi(t)/dt + (1/c) * i(t)$$

فتصبح المعادلة:

$$D\,v(t) = R\,i(t)\,D + (1/c) * i(t) = i(t)\,(RD + 1/c)$$

الاستجابة الزمنية :

$$H(t) = i(t) \,/\, v(t) = D/(RD + 1/c)$$

إيجاد الاستجابة لدخل صفري :

نجعل 4D+4=0 فتكون حل هذه المعادلة $\lambda = -1$ وهوجذربسيط فيكون الحل العالم من الشكل

$$i_0\,(\mathrm{t}) = \mathrm{c}e^{\lambda t}$$

من الشروط الابتدائية $i_0\,(0) = 1$ نحسب قيمة الثابت c :

$$1 = ce^{-1(0)}$$

فتكون قيمة الثابت c=1 ويكون الحل العام هو: $i_0\,(\mathrm{t}) = e^{-t}$

تمرين : احذف من الدارة الموجودة في التمرين ١ العنصر C و ابق على كل من L, R و انتبه هنا نفترض قيمة L = 2 :
اوجد المعادلة المميزة لهذه الجملة

- واوجد الاستجابة الزمنية لها
- ثم اوجد استجابتها من اجل دخل صفري .

لإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة للجملة السابقة حسب قانون كيرشوف للجهود:

$$v(t) = Ri(t) + L\, di(t)/dt$$

$v(t) = Ri(t) + L\, i(t)D = i(t)(4 + 2D)$ وهي المعادلة المميزة للجملة

الاستجابة الزمنية :

$$H(t) = i(t) / v(t) = 1/(4 + 2D)$$

إيجاد الاستجابة لدخل صفري :

نجعل 4+2D = 0 فتكون حل هذه المعادلة $\lambda = -2$ وهو جذر بسيط فيكون الحل العالم من الشكل

$$i_0\,(\mathrm{t}) = ce^{\lambda t}$$

من الشروط الابتدائية $i_0\,(0) = 1$ نحسب قيمة الثابت c :

$$1 = ce^{-2(0)}$$

فتكون قيمة الثابت c=1 ويكون الحل العالم هو: $i_0\,(\mathrm{t}) = e^{-2t}$