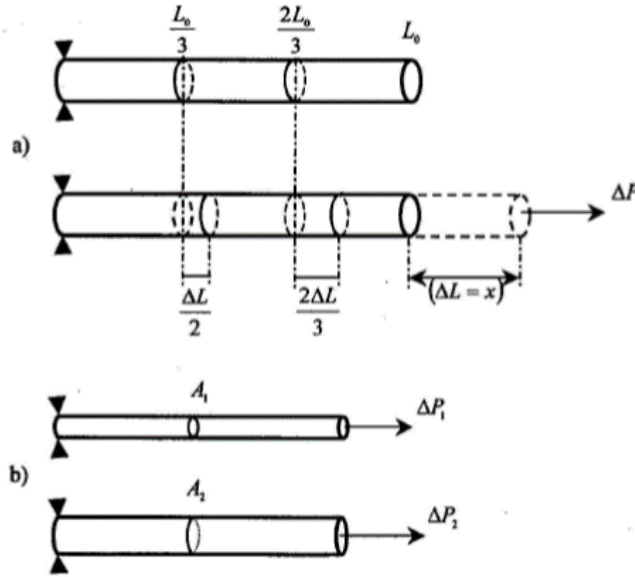


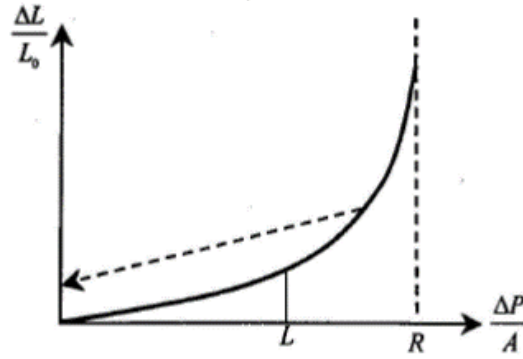
5-1- المرونة ومعامل يونغ Young's modulus:

ليكن لدينا سلك طويل مثبت من أحد طرفيه ولنطبق على المقطع العرضي للطرف الآخر قوة معامدة لسطح المقطع. عندئذ سوف يستطيل السلك بمقدار ΔL وهذه الاستطالة تتناسب طردياً مع الطول الأصلي L_0 وعكساً مع المقطع العرضي A للسلك. يبين الشكل (الشكل رقم 7, a) تغيرات الاستطالة بدلالة الطول الأصلي L_0 والشكل رقم b يبين بأنه من أجل الحصول على النسبة $\frac{\Delta L}{L_0}$ نفسها لعدة أسلاك مصنوعة من مادة واحدة وذات مقاطع مختلفة فإن ذلك يتطلب قوى مختلفة تتناسب مع المقطع العرضي A لكل منها.



الشكل (7): a) : الاستطالة بدلالة البعد عن النهاية الثابتة للسلك. b) : القوة المطبقة بدلالة سطح المقطع.

ويبين (الشكل رقم 8) تغير استطالة السلك أو المحور بتغير القوة المطبقة. إن هذا التغير يبقى خطياً وعكساً حتى حد معين يساوي L . وهو ما يسمى حد المرونة. إذا تجاوز حد المرونة بحيث تبلغ القوة المطبقة القيمة R فإن السلك ينقطع. كما أن تجاوز حد المرونة يمكن أن يحدث استطالة دائمة في السلك تمثل مقدار التشوه الحاصل نتيجة تطبيق القوة.



الشكل (8): تغير $\frac{\Delta L}{L_0}$ بدلالة القوة المطبقة.

يمكن أن نكتب ضمن حدود المرونة المعادلة الخطية الآتية والتي تمثل قانون هوك:

$$(30) \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{Y} \frac{P}{A}$$

حيث أن النسبة $\frac{\Delta L}{L_0}$ تمثل النفعال وهي نسبة عددية ليس لها أبعاد والنسبة $\frac{P}{A}$ تسمى الاجهاد الناظمي وتقدر بالوحدة (Nm^{-2}) . أما الثابت Y فيسمى معامل يونغ للمرونة وله أبعاد الإجهاد الناظمي. يدعى القانون السابق (العلاقة السابقة) بقانون هوك ويكتب بالشكل:

$$(31) F = -\frac{AY}{L_0} x$$

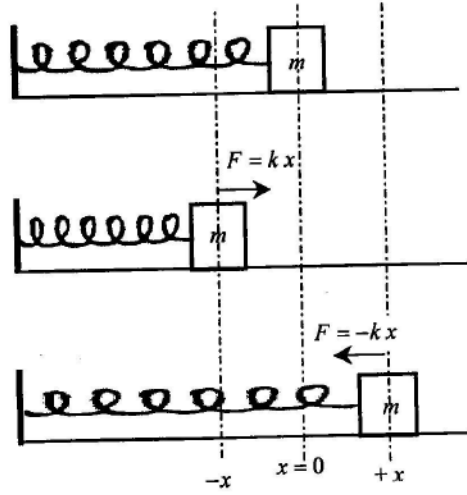
تمثل F قوة الإرجاع المتولدة في السلك نتيجة الاستطالة بمقدار $(\Delta L = x)$ تحت تأثير القوة $(F = -P)$.

7-1- الحركة الاهتزازية المتخامدة damped harmonic motion:

في الطبيعة لا وجود للاهتزازات المستمرة التي إذا بدأت لا تنتهي. الحركة الاهتزازية تتخامد بتناقص سعة الحركة مع الزمن وانتهائها بعد فترة إلى الصفر. فسعة الحركة الاهتزازية لكتلة معلقة بنابض مثبت إلى جدار سوف تتناقص مع مرور الزمن حتى تتلاشى فإذا كانت قوة المرونة (قوة الإرجاع) $F = -kx$ وقوة مقاومة الوسط $F = -\sigma v$ (حيث σ ثابت يدعى ثابت مقاومة

الوسط، v السرعة). الإشارة السالبة تعني أن القوة تعاكس جهة السرعة. وبالتالي تكون معادلة الحركة:

$$(33) ma = -kx - \sigma v$$



الشكل (10): قوى الاحتكاك والمقاومة للحركة الاهتزازية.

وبالتالي يكون:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \sigma \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$\rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\sigma}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$(34) \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

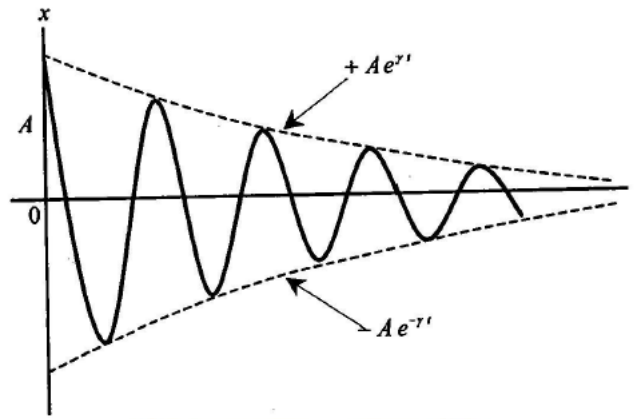
حيث $\gamma = \frac{\sigma}{m}$ مقدار ثابت له أبعاد التواتر الزاوي ويدعى معامل تخامد الجملة و $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

التواتر الزاوي الطبيعي بدون وجود تخامد. المعادلة الأخيرة رقم 34 هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ويمكن كتابتها بإدخال متحول جديد $x = ye^{-\gamma t}$. بالتعويض بالمعادلة الأساسية

34 نجد:

$$(35) \frac{d^2y}{dt^2} + (\omega_0^2 - \gamma^2)y = 0$$

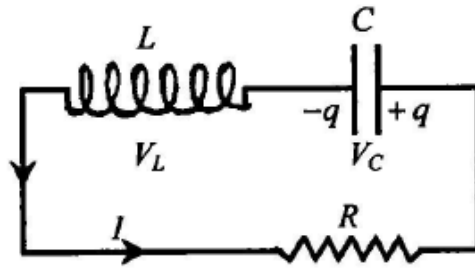
المعادلة الأخيرة هي معادلة تفاضلية متجانسة وحلها يعتمد على إشارة المقدار $(\omega_0^2 - \gamma^2)$ وهنا نميز ثلاثة حالات: - حالة التخماد الضعيف التي تتميز بكون المقدار $(\omega_0^2 - \gamma^2) > 0$ و- حالة التخماد في وسط لزوج $(\omega_0^2 - \gamma^2) < 0$ و- حالة التخماد الحرج $(\omega_0^2 - \gamma^2) = 0$. الشكل رقم (11) يبين تغير الإزاحة x بدلالة الزمن t في الحركة المتخامدة.



الشكل (11): تغير الإزاحة x بدلالة الزمن t في الحركة المتخامدة.

8-1- الحركات الاهتزازية في الدارات الكهربائية electrical circuit:

ليكن لدينا دائرة كهربائية تحتوي على مكثفة سعتها C ووشيعية عامل تحريضها الذاتي L ومقاومة R موصولة على التسلسل كما في الشكل رقم (12).



الشكل (12): دائرة LCR على التسلسل



بفرض أن التيار I يمر بالاتجاه المبين بالشكل، عندئذٍ تظهر الشحنتان $+q$ ، $-q$ على مسريي المكثفة حيث أن $I = \frac{dq}{dt}$. تولد هاتان الشحنتان بين طرفي المكثفة قوة محرّكة كهربائية $V_C = -\frac{q}{C}$. وبالتالي يكون التيار $I = -C\left(\frac{dV_C}{dt}\right)$ والقوة المحركة التحريضية المرتبطة بالتحريض الذاتي $V_L = -L\left(\frac{dI}{dt}\right)$.

نطبق قانون أوم $RI = V_L + V_C$ وبالتالي يكون:

$$RI = -L\left(\frac{dI}{dt}\right) - \frac{q}{C}$$

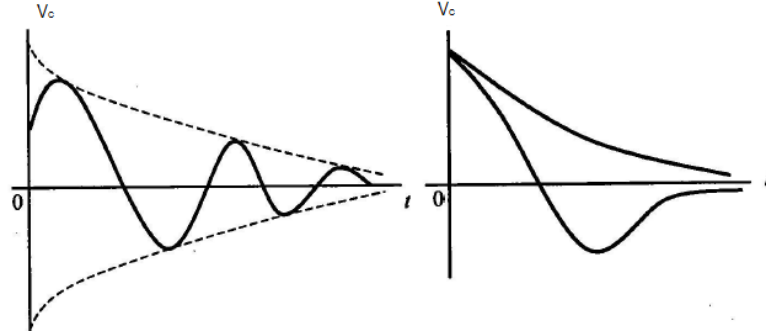
نعوض قيمة I من العلاقات السابقة بالمعادلة الأخيرة فنجد:

$$\begin{aligned} -LC \frac{d^2V_C}{dt^2} - RC \frac{dV_C}{dt} - V_C &= 0 \\ \rightarrow \frac{d^2V_C}{dt^2} + \frac{R}{C} \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{LC} &= 0 \end{aligned}$$

تصف هذه المعادلة الحركة الاهتزازية لفرق الكمون بين لبوسى المكثفة بدلالة الزمن. وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية بدون طرف ثانٍ وهي تشبه صياغة المعادلة الخاصة بالحركة الاهتزازية المتخامدة وذلك إذا أجرينا المقابلات التالية:

$$L \leftrightarrow m, \quad R \leftrightarrow \sigma, \quad \frac{1}{C} \leftrightarrow k$$

يبين الشكل رقم (13) منحنى تغير القوة المحركة الكهربائية V_C بدلالة الزمن t .



الشكل (13): تغير V_C بدلالة الزمن t . يمين: $R^2 > \frac{4L}{c}$, يسار: $R^2 < \frac{4L}{c}$.

مسألة: تتألف هزازة جيبية انشائية من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة. ثابت صلابة النابض $k = 10 \text{ N/m}$ مثبت من أحد طرفيه ويحمل من طرفه الآخر جسماً كتلته m . يعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة: $x = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$, سعتها مقدرة بوحدة m .

- 1- أوجد قيم ثوابت الحركة ودورها الخاص.
- 2- احسب كتلة الجسم.
- 3- احسب قيمة السرعة في موضع مطاله $x = 6 \text{ cm}$ والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور.

الأمواج Waves

1- مقدمة

الموجة عبارة عن اضطراب يتحرك أو ينتشر في الوسط بسرعة معينة فإذا أسقطنا حجر في الماء الراكد فإن سطح الماء عند نقطة سقوط الحجر سوف يبدأ بالاهتزاز إلى أسفل وأعلى وهكذا

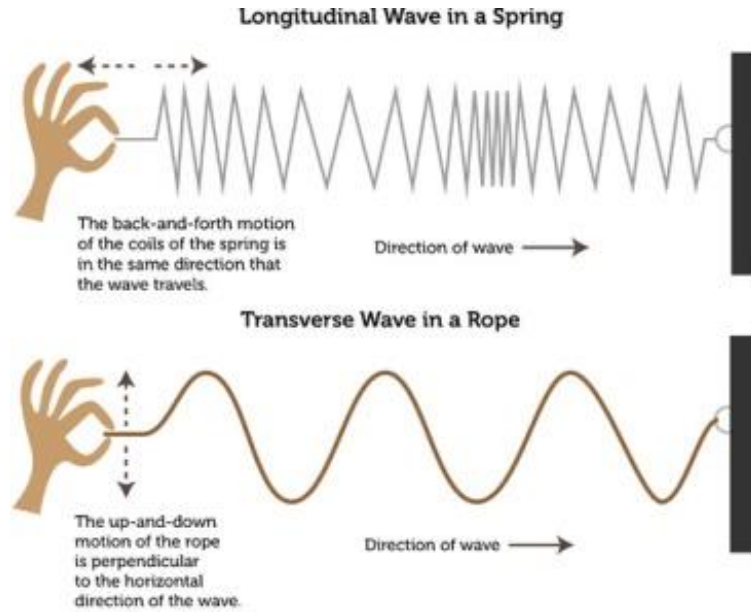
(حركة توافقية بسيطة) ولكن الإهتزاز لا يتوقف على نقطة سقوط الحجر بل ينتشر وبسرعة معينة في المنطقة حول هذه النقطة وسوف تبدأ كل نقطة من النقاط في هذه المنطقة بالاهتزاز.

الجدير بالذكر أنه لا توجد حركة انتقالية للماء، أي انتقال كميات من الماء مع انتشار الموجة ولكن ذلك الذي ينتشر أو يتحرك هو ذلك الاضطراب الذي حدث في سطح الماء عند اسقاط الحجر فيه. من أهم خصائص الأمواج أيضاً أن الموجة تحمل معها طاقة من مكان لآخر. فسطح الماء بعيداً عن نقطة سقوط الحجر والذي كان ساكناً أصبح الآن يهتز، أي انتقلت إليه الطاقة.

2- أنواع الأمواج types of waves:

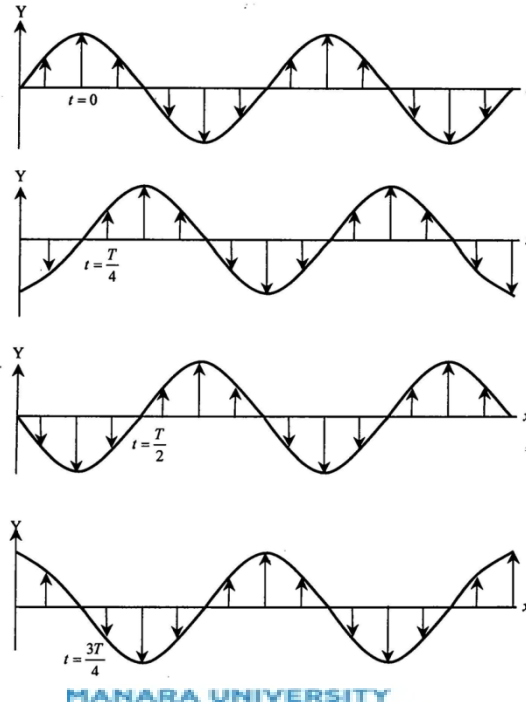
1- الأمواج الطولية: في هذا النوع تكون إزاحة الوسط موازية لإتجاه انتشار الموجة وتتكون كل موجة طولية من تضاعطات وتخلخلات مثل أمواج النابض وأمواج الصوت.

2- الأمواج العرضية: تكون فيها إزاحة الوسط عمودية على جهة انتشار الموجة. تتكون كل موجة من قمم وقيعان بحيث يكون الطول الموجي للموجة عبارة عن المسافة بين أي قمتين متتاليتين أو قاعين متتاليتين أو بين أي نقطتين متتاليتين لهما نفس الطور (نفس السرعة والتسارع والإتجاه)



الشكل (1): مقارنة بين الموجة الطولية (أعلى) والموجة العرضية (أسفل).

3- أمواج الفتل (اللي): تسمى الموجة التي تنتشر بشكل لولبي بينما يكون سطح الدائرة عمودياً بالنسبة لاتجاه انتشار الموجة بموجة الفتل. تحدث هذه الأمواج عند فتل قضيب معدني حول نفسه (الشكل رقم 1).



الشكل (2): شكل موجة الفتل

3- العناصر الأساسية للأمواج Basic elements of waves:

طول الموجة λ wavelength: بالنسبة للموجة العرضية تعرف بأنها المسافة بين قمتين متتاليتين أو قاعين متتاليين, وبالنسبة للموجة الطولية فتعرف بأنها المسافة بين قمتين تضاهيتين متتاليتين أو قمتين تداخليتين متتاليتين.



التردد **frequency** f : هو عدد الاهتزازات الكاملة التي يحدثها المصدر في الثانية (عدد مرات

التكرار للموجة الواحدة في زمن معين). التردد هو مقلوب الزمن ويعرف بالعلاقة $f = \frac{1}{t}$

واحدته s^{-1} أو Hz.

العدد الموجي او ثابت الانتشار **wavenumber** k : هو عدد الموجات في مسافة معينة ويقاس

بوحدة m^{-1} .

سعة الموجة amplitude A : هي ارتفاع قمة الموجة وهي القيمة المطلقة لأقصى مسافة

(إزاحة) تحدثها الموجة من نقطة الاتزان أثناء انتشارها.

سرعة الموجة velocity v : هي المسافة التي تقطعها الموجة في وحدة الزمن.

4- الوصف الرياضي للحركة الموجية **Mathematical description of wave**

:motion



المعادلة الرياضية للحركة الموجية هي من الشكل:

$$(1) s(x, t) = f(x \pm vt)$$

تمثل المعادلة الأخيرة رقم 1 صيغة رياضية لوصف حالة فيزيائية تنتشر دون تغير بالاتجاه

الموجب أو بالسالب للمحور x وهذا ما نسميه حركة موجية. إن الحالة الأكثر أهمية هي الحالة

التي يكون فيها $s(x, t)$ تابعاً جيبياً مثل:

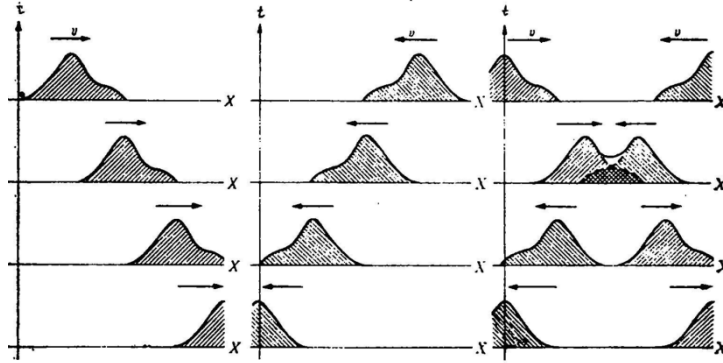
$$(2) s(x, t) = s_0 \sin k(x - vt)$$

إذا قمنا بتبديل x بالقيمة $(x + \frac{2\pi}{k})$ نحصل على قيمة $s(x, t)$ نفسها. أي أن:

$$s\left(x + \frac{2\pi}{k}, t\right) = s_0 \sin k\left(x \frac{2\pi}{k} - vt\right)$$

$$\rightarrow s\left(x + \frac{2\pi}{k}, t\right) = s_0 \sin[k(x - vt) + 2\pi]$$

$$= s(x, t)$$



الشكل (3): يسار: انتشار موجة نحو اليمين, منتصف: انتشار موجة نحو اليسار, يمين: انتشار موجتين

باتجاهين متعاكسين

نسعى المقدار $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ بطول الموجة. ويسمى المقدار k بالعدد الموجي $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ وبالتالي نستطيع كتابة معادلة $s(x, t)$ رقم 2 بالشكل التالي:

$$s(x, t) = s_0 \sin k(x - vt)$$

$$(3) s(x, t) = s_0 \sin \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (x - vt) \right]$$

حيث v سرعة الطور. تمثل المعادلة الأخيرة رقم 3 معادلة موجية جيبية تنتشر نحو اليمين بطول موجي λ وبسرعة طور v على المحور x . ويمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$(4) s(x, t) = s_0 \sin (kx - \omega t)$$

حيث أن $\omega = kv = \frac{2\pi v}{\lambda}$ ولكننا نعلم أن $\omega = 2\pi\nu$ حيث ν هو التواتر الخطي (التردد) وبالتالي يكون لدينا: $\lambda\nu = v$ وهي تعبر عن العلاقة بين تواتر الحركة الموجية وسرعة انتشارها.

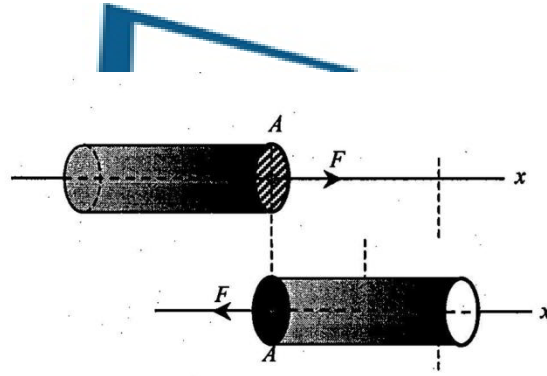
إذا كان دور الاهتزاز في كل نقطة $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ وبالتالي نستطيع كتابة معادلة $s(x, t)$ رقم 4 بالشكل:

$$(5) s(x, t) = s_0 \sin 2\pi \left[\left(\frac{x}{\lambda} \right) - \left(\frac{t}{T} \right) \right]$$

5- انتشار Propagation الأمواج الطولية longitudinal wave في قضيب صلب:

عندما نطرق قضيب معدني باتجاه محوره الطولي ينتشر الاضطراب على طول القضيب وربما يظهر عند نهايته الأخرى. فنقول في هذه الحالة أن موجة طولية قد انتشرت على طول القضيب.

نعتبر قضيباً ذا مقطع منتظم A يخضع إلى اجهاد مطبق على طول محوره ومشار إليه بالقوة F . الشكل رقم 4 قوتين متساويتين بالقياس ومتعاكستين بالاتجاه إحداها متجه نحو اليمين ناتجة عن شد الجزء الأيسر من القضيب والأخرى متجهة نحو اليسار ناتجة عن شد الجزء الأيمن من القضيب.



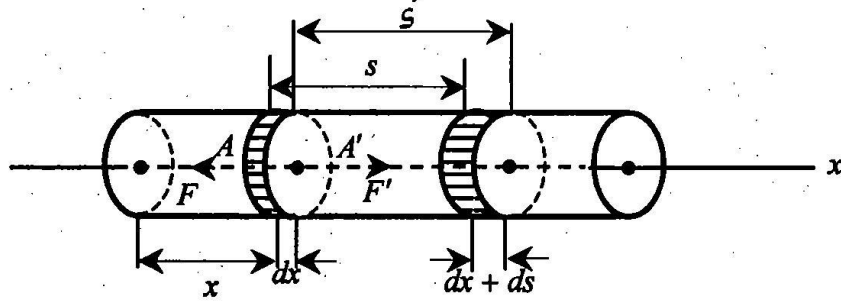
الشكل (4): الاجهاد المطبق على مقطع من قضيب

يعرف الإجهاد الناظمي S على مقطع القضيب بأنه القوة على واحدة السطح المؤثرة ناظماً على المقطع العرضي في كل جهة، أي أن:

$$(6) S = \frac{F}{A}$$

يقدر الإجهاد الناظمي في الجملة الدولية SI بالواحدة Nm^{-2} . تحت تأثير القوى يخضع كل مقطع من القضيب لانتقال صغير s موازياً للمحور. إذا كلن الانتقال واحداً في كل نقطة من نقاط القضيب لا يكون هناك تشوه، وانما انسحاب للقضيب وفق محوره. هنا سوف نهتم بالحالة التي

يكون فيها تشوه, بحيث s يتغير على طول القضيب. أي أن s تابع للمتغير x . لذلك نعتبر مقطعين A و A' من القضيب تفصل بينهما مسافة قدرها dx , (الشكل رقم 5).



الشكل (5): انتشار موجة طولية في قضيب

عند تطبيق القوتين ينتقل المقطع A بمقدار s والمقطع A' بمقدار s' وتساوي المسافة بينهما في حالة التشوه إلى:



$$(7) dx + (s' - s) = dx + ds$$

حيث أن $s' - s = dx$ هو تشوه القضيب.

يعرف الانفعال الناظمي (ϵ) في القضيب بأنه التشوه وفق المحور لوأحدة الطول, وبما أن ds يعبر عن التشوه من أجل الطول dx فإن الانفعال الناظمي في القضيب يعطى بالعلاقة:

$$(8) \epsilon = \frac{ds}{dx}$$

نلاحظ أنه إذا لم يكن هناك تشوه فإن $s = const$ و $\epsilon = 0$ أي لا يوجد انفعال ناظمي. كما نلاحظ بأن الانفعال الناظمي هو نسبة طولين وبالتالي ليس له وحدة قياس. يرتبط الاجهاد الناظمي بالانفعال الناظمي بعلاقة تدعى قانون هوك يعبر عنه بالعلاقة:

$$(9) s = \gamma \epsilon$$

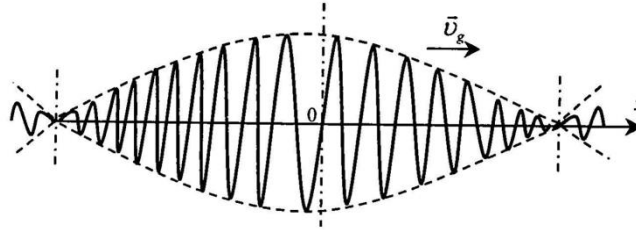
وينص على أن الاجهاد الناظمي متناسب دوماً مع الانفعال الناظمي ضمن حدود المرونة للمادة
 المعتبرة. يسمى الثابت γ عامل يونغ للمرونة ويقاس في الجملة الدولية SI بوحدة Nm^{-1} .
 الجدول رقم 1 يبين ثوابت المرونة لبعض المواد المعروفة.

الجدول رقم (1) ثوابت المرونة لبعض المواد ($\times 10^{11} Nm^{-1}$)

المادة	المنيوم	نحاس	حديد	رصاص	نيكل	فولاذ
γ معامل يونغ	0.70	1.25	2.06	0.16	2.10	1.13
K معامل المرونة الحجمي	0.61	1.31	1.13	0.33	1.64	1.13
G عامل القص	0.24	0.46	0.82	0.054	0.72	0.80

6- سرعة الطور phase velocity وسرعة المجموعة group velocity

إن السرعة $v = \frac{\omega}{k}$ من أجل موجة جيبية تواترها ω وطول موجتها λ تسمى سرعة الطور.
 لنفرض أنه لدينا موجة مستمرة (قطار من الأمواج لا منتهاه) فإنه يمكن أن يكون لهذه الموجة
 طول واحد وتواتر وحيد (كما في الشكل رقم 6). هذا ما يسمى بالنبضة الموجية وتكون سرعة
 انتقال الإشارة مساوية للسرعة التي تنتشر بها هذه النبضة.



الشكل (6): شكل النبضة الموجية

إن النبضة الموجية المبينة بالشكل (6) ليست جيبية لأن سعتها ليست ثابتة على طول المحور x .
نميز هنا حالتان:

1- سرعة الانتشار مستقلة عن التواتر (لا يوجد تبدد): في هذه الحالة تنتشر جميع مركبات الموجة بسرعة الطور نفسها.

2- سرعة الانتشار غير مستقلة عن التواتر (يوجد تبدد): في هذه الحالة كل مركبة من مركبات الموجة تنتشر بسرعتها الخاصة.

ملاحظة: تعطى علاقة انتشار الحركة الاهتزازية الجيبية بالعلاقة:

$$x(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots + A_n \cos n\omega t$$

تعطى سرعة المجموعة (سرعة انتشار موجة سعتها ممثلة بالشكل السابق) بالعلاقة:



$$(10) v_g = \frac{\omega_2 - \omega_1}{k_2 - k_1} = \frac{d\omega}{dk}$$



نعلم أن $\omega = kv$ وبالتالي يكون:

$$v_g = \frac{d}{dk}$$

$$(11) \rightarrow v_g = v + k \frac{dv}{dk}$$

تسمى v_g سرعة المجموعة بينما تدعى v بسرعة الطور.

نلاحظ أنه إذا كانت سرعة الطور v مستقلة عن طول الموجة ($\frac{dv}{dk} = 0$) فإن $v_g = v$, أما إذا

كانت سرعة الطور v متعلقة بطول الموجة فإن سرعة الإشارة هي سرعة المجموعة نفسها.

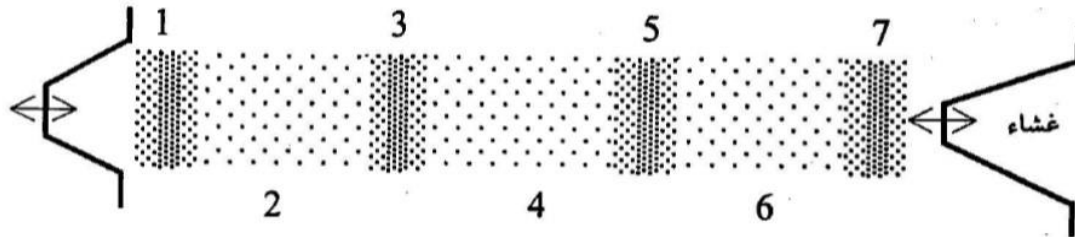
7- الأمواج الصوتية sound

الصوت هو اضطراب تضاعطي (سلسلة من الضغوط والتخلخلات) ينتقل في المادة بحيث يؤدي إلى حركة طبلة الأذن وبالتالي الإحساس بالسمع. وهو عبارة عن حركة اهتزازية موجية تنتشر في الهواء الذي تلامسه الأذن بشكل مباشر.

تتكون الأمواج الصوتية في الهواء من تضاعطات وتخلخلات وبالتالي هي عبارة عن أمواج طولية. لا يشعر الإنسان بالصوت الا بوجود وسط مادي تستطيع الأمواج الصوتية الانتشار فيه بين مصدر الصوت وأذن الإنسان, كما لايمكث للصوت الانتقال في الفراغ. كما أن ترددات الأمواج الصوتية المسموعة يقع في المجال (20-20000 Hz).

1-7- انتشار الأمواج الصوتية في الهواء

يستخدم مكبر الصوت لإصدار الأصوات البسيطة والذي يتكون من لوح مخروطي الشكل مصنوع من مادة مرنة يمكنه أن يهتز ذهاباً وإياباً تحت تأثير القوة الحافذة المهتزة F المؤثرة على مركزه (الشكل 7).



الشكل (7): مبدأ عمل مكبر الصوت

أثناء تحرك الغشاء نحو اليمين يضغط الهواء الملاصق له وبالتالي تنطلق موجة تضاعطية في الهواء, وفي لحظة تالية يتحرك الغشاء إلى اليسار تاركاً وراءه منطقة من الهواء ذات ضغط منخفض, وهو ما يسمى بالتخلخل الذي ينطلق من مكبر الصوت وينتشر في الهواء. بتكرار هذه العملية تنطلق من المكبر سلسلة من الأمواج التضاعطية التي تتكون من مناطق ذات ضغط



مرتفع (تضاغطات) (الشكل 18 مبينة بالأرقام 1,3,5,7) ومناطق ذات ضغط منخفض (تخلخلات) (الأرقام 2,4,6).

بشكل عام فإن الأمواج الصوتية التي تصدر من مصدر صوتي تنتشر في كافة الإتجاهات على شكل أمواج طولية وفق كرات في الهواء (الشكل 8).



الشكل (8): تغير ضغط الهواء في الأمواج الصوتية

وبالتالي تهتز جزيئات الهواء في الطبقات الهوائية المجاورة لطبلة الأذن. ويعبر عن هذا الاهتزاز بدلالة تغير ضغط الهواء بجوار الأذن, حيث يزيد الضغط الأني P عن الضغط الجوي P_a أو ينقص عنه بمقدار ΔP , أي أن:

$$P = P_a \pm \Delta P$$