

مبادئ الاحتمالات والإحصاءات الحيوية (تتمة)

Probability Principles & Biostatistics

مؤشرات الأمراض الوبائية Morbidity statistics :

تعتبر مؤشرات الأمراض من أهم المؤشرات التي تشغل العاملين في مجال الصحة . وإن أهم هذه المؤشرات هي :

$$1- \text{ معدل الإصابة بمرض معين} = \frac{\text{عدد الإصابات الجديدة بهذا المرض خلال عام}}{\text{عدد السكان في منتصف العام}} \times 1000$$

مثال: إذا كان عدد سكان إحدى المدن 200000 نسمة وخلال العام أصيب منهم 5000 فرداً بمرض الكوليرا فإن معدل الإصابة بهذا المرض يساوي :

$$= \frac{5000}{200000} \times 1000 = 25 \% \text{ أي بمعدل } 25 \text{ إصابة لكل ألف نسمة}$$

$$2- \text{ معدل انتشار أحد الأمراض} = \frac{\text{عدد الإصابات الموجودة (القديمة والجديدة) في لحظة معينة}}{\text{عدد السكان في تلك اللحظة}} \times 1000$$

مثال: إذا كان عدد الإصابات بـ (حبة حلب) 15000 إصابة ، فإن معدل انتشار هذا المرض في تلك المدينة يساوي :

$$\text{المعدل} = 1000 \times \frac{15000}{200000} = 75 \% \text{ أي بمعدل } 75 \text{ إصابة لكل ألف نسمة}$$

$$3- \text{ معدل الوفيات من مرض معين} = \frac{\text{عدد الوفيات من ذلك المرض خلال عام}}{\text{عدد المصابين بذلك المرض في منتصف العام}} \times 1000$$

إذا كان عدد السكان 200000 وكان عدد الوفيات بسبب مرض السل خلال عام قد بلغ 500 نسمة فإن معدل الوفيات يساوي :

$$2.5\% = 2.5 \text{ أي بمعدل } 2.5 \text{ لكل ألف نسمة} = 1000 \times \frac{500}{200000} =$$

الأرجحية والاحتمال :

لتوضيح معنى الأرجحية (odds) نأخذ ورق اللعب المؤلف من 52 ورقة ونخلطه جيداً. ولنفترض إننا نريد أن نسحب ورقة واحدة منه ونراهن على ظهور ورقة (الأص) (ace) وعندها يمكننا أن نقول أن فرصة ظهور (الأص) هي : 4 فرص مقابل 48 فرصة أخرى . أو نقول باختصار هي: 4 إلى 48 ، أو بعبارة أخرى هي: 1 إلى 12 . وبذلك نجد أن احتمال ظهور (الأص) :

$$P(A) = \frac{1}{12 + 1} = \frac{1}{13}$$

وبطريقة مشابهة نعالج الفرص المعاكسة (للأص) فنجد أنها 48 إلى 4 أو باختصار 12 إلى 1 ونجد أن احتمال عدم ظهور (الأص) يساوي :

$$P(\bar{A}) = \frac{12}{1 + 12} = \frac{12}{13}$$

ومعلوم من خواص الاحتمالات أن :

تعريف الأرجحية للحادث المرغوب A :

هي النسبة بين عدد الفرص المتاحة لـ A والتي سنرمز لها بـ  $N_1$  على عدد الفرص غير المتاحة لـ A والتي سنرمز لها بـ  $N_2$  ، وعندها نكتب العلاقة بينهما كما يلي :

$$odds(A) = \frac{N_1}{N_2}$$

ويفضل أن يكون كل من  $N_1$  و  $N_2$  على شكل عددين صحيحين موجبين غير قابلين للاختصار ( لا يوجد قاسم مشترك بينهما ) .

وبناء على ذلك يمكننا أن نعرف احتمال تحقيق الحادث A بالعلاقة :

$$P(A) = \frac{N_1}{N_1 + N_2}$$

واحتمال عدم تحقيق A بالعلاقة :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

ولإيجاد العلاقة التي تربط أرجحية (odds) الحادث A والاحتمال P(A) ، نلاحظ أن :

$$N_1 = P(A)(N_1 + N_2)$$

$$N_1 = N_1P(A) + N_2P(A)$$

$$N_1(1 - P(A)) = N_2P(A)$$

وهكذا نجد أن أرجحية الحادث A ضد متممه الحادث  $\bar{A}$  تساوي :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{P(A)}{P(\bar{A})}$$

وبما أننا رمزنا لأرجحية الحادث A بالرمز odds (A) فإننا نجد أن :

$$odds (A) = \frac{P(A)}{P(\bar{A})}$$

مثال: لنفترض أنه أجرينا دراسة ميدانية عن علاقة تلون الأسنان بالتدخين على عينة عشوائية مؤلفة من

170 طالباً فكانت نتائجها كما يلي :

حالة الأسنان حالة التدخين	ملونة C	غير ملونة $\bar{C}$	المجموع
S مدخن	a=50	b=40	a+b=90
$\bar{S}$ غير مدخن	c=20	d=60	c+d=80
المجموع	a+c=70	b+d=100	170

المطلوب :

حساب الاحتمالات المختلفة وعلاقتها بالأرجحية :

$$P(c) = \frac{70}{170}$$

نلاحظ أن نسبة ذوي الأسنان الملونة في العينة :

$$P(\bar{c}) = \frac{100}{170}$$

وإن نسبة ذوي الأسنان غير الملونة في العينة :

$$odds(c) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} \quad \text{وإن أرجحية الأسنان الملونة إلى غير الملونة}$$

$$odds(c_1) = \frac{50}{40} = \frac{4}{5} \quad \text{وإن أرجحية الأسنان الملونة إلى غير الملونة عند المدخنين :}$$

$$odds(c_2) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \quad \text{وإن أرجحية الأسنان الملونة إلى غير الملونة عند غير المدخنين :}$$

وهكذا نجد أن احتمال أن تكون الأسنان ملونة عند المدخنين يساوي :

$$p(c/s) = \frac{a}{a+b} = \frac{50}{40+50} = \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$$

وإن احتمال أن تكون الأسنان غير ملونة عند المدخنين يساوي :

$$p(\bar{c}/s) = \frac{b}{a+b} = \frac{40}{40+50} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

وإن احتمال أن تكون الأسنان ملونة عند غير المدخنين يساوي :

$$p(c/\bar{s}) = \frac{c}{c+d} = \frac{20}{20+60} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

وإن احتمال أن تكون الأسنان غير ملونة عند غير المدخنين يساوي :

$$p(\bar{c}/\bar{s}) = \frac{d}{c+d} = \frac{60}{60+20} = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$$

نسبة الأرجحية للحادث (C): Odds Ratio :

وتعرف بأنها نسبة أرجحية الحادث الشرطي المرغوب (C/S) إلى أرجحية الحادث الشرطي المتمم (C/S̄) ،

وإذا رمزنا لهذه النسبة بـ OR. وبناءً على الرموز السابقة نجد أنها تساوي :

$$OR = \frac{odds(C/S)}{odds(C/\bar{S})} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

وتستخدم هذه النسبة لقياس نسبة فرص الحادث C عند الحالتين: حالة المدخنين S وحالة غير المدخنين S̄ (أي الحالة المتممة أو الضابطة).

وكتطبيق على ذلك نحسب هذه النسبة للمثال السابق فنجد أن :

$$OR = \frac{50.60}{40.20} = \frac{30}{8} = \frac{14}{4} = 3.75$$

أي أن أرجحية ظهور الأسنان الملونة عند المدخنين S تعادل 3.75 مرة أو ضعفاً مقابل ظهورها عند غير المدخنين  $\bar{S}$ . وهذا يدل على أضرار التدخين وتأثيره على الأسنان وغيرها .

نسبة المخاطرة Risk Ratio :

وهي عبارة عن نسبي احتمال الحادث المطلوب  $P(C/S)$  في المجموعة المدروسة على احتمال الحادث المقابل  $P(C/\bar{S})$  في المجموعة الضابطة . وإذا رمزنا لهذه النسبة بـ RR فإننا نجد أنها تساوي :

$$RR = \frac{P(C/S)}{P(C/\bar{S})} = \frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{c}{c+d}} =$$

ملاحظة : يمكننا معالجة وحساب RR كما يلي :

$$RR = \frac{a(c+d)}{c(a+b)} = \frac{ac+ad}{ac+bc}$$

وعندما يكون الجداء a.c صغيراً بالنسبة لـ a.d ، فإنه يمكننا حساب نسبة المخاطرة من العلاقة التالية :

$$RR = \frac{ac + ad}{ac + bc} \approx \frac{ad}{bc} = OR$$

نسبة الأرجحية :

وكتطبيق على ذلك نحسب نسبة المخاطرة للمثال السابق حول التدخين فنجد أن :

$$RR = \frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{c}{c+d}} = \frac{\frac{50}{50+40}}{\frac{20}{20+60}} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{1}{4}} = \frac{20}{9} = 2.22$$

أي أن معدل تلون الأسنان عند المدخنين أكبر بـ 2.22 مرة منه عند غير المدخنين.

لنفترض أنه في إحدى الدراسات حول علاقة الإصابة بمرض سرطان الرئة والتدخين تم التوصل إلى الجدول الآتي :

البيان	مصاب بالسرطان	غير مصاب	
S مدخن	a=400	b=150	550
غير مدخن $\bar{S}$	c=800	d=70	870

ومنه نجد أن نسبة المخاطرة للتدخين تساوي :

$$RR = \frac{\frac{400}{550}}{\frac{800}{870}} = \frac{400.870}{550.800} = 0.79$$

المخاطرة التنبؤية المطلقة : absolut risk reduction :

وهي عبارة عن الفرق بين الاحتمالين السابقين  $P(C/\bar{S})$  و  $P(C/S)$  ، وإذا رمزنا لها بـ AR نجد أن :

$$AR = P(C / S) - P(C / \bar{S}) = \left[ \frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d} \right]$$

وكتطبيق على ذلك نحسب المخاطرة التنبؤية المطلقة للمثال السابق فنجد أن :

$$AR = \frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d} = \frac{5}{9} - \frac{1}{4} = 0.3056 =$$

ويستفاد من المخاطرة المطلقة في حساب العدد اللازم للمعالجة ( للتجربة ) والذي يحسب من مقلوب AR كما

يلي :

$$N = \frac{1}{AR} = \frac{1}{0.3056} = 3.27 \approx 4 \text{ عناصر}$$

أي إننا نحتاج إلى فحص أو معالجة /4 طلاب ( في المتوسط ) حتى نحصل على طالب بأسنان ملونة .