

# المحاضرة الثالثة

## ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب



## تطبيق

إذا كان لدينا الأشعة الآتية:

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{B} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$$

$$\vec{C} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$$

المطلوب:

- أوجد المحصلة R لهذه الأشعة،
- الشعاع E الذي تحقق فيه العلاقة:  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{E} = 0$ ،
- الشعاع D الذي يحقق العلاقة:  $\vec{D} = (\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{C})$ .



**الحل:**

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 7\vec{i} - 0\vec{j} - 2\vec{k}$$

طالما أن:  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$  ، فهذا يعني أن:

$$\vec{E} = -\vec{R} = -7\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k}$$

نكتب الصيغة التحليلية للأشعة:

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{B} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k},$$

$$-2\vec{C} = -4\vec{i} + 0\vec{j} + 6\vec{k},$$

$$(\vec{A} + \vec{B} - 2\vec{C}) = 1\vec{i} - 0\vec{j} + 7\vec{k}$$



## تطبيق

إذا كان لدينا الشعاعان:  $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  و  $\vec{B} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، أوجد:

- الجداء السلمي  $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- الجداء الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$
- الزاوية بين  $\vec{A}, \vec{B}$ .

**الحل:**

- الجداء السلمي  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y = 2 \cdot 3 + 3(-1) = 3$$

- الجداء الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$ :

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = [2 \times (-1) - 3 \times 3] \vec{k} \\ &= -11 \vec{k} \end{aligned}$$

- الزاوية بين  $\vec{A}, \vec{B}$ :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \\ \cos \theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{3}{\sqrt{2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = 0.264 \Rightarrow \theta = 74,7^\circ \end{aligned}$$



## تطبيق

إذا كان لدينا الشعاعان  $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$  و  $\vec{B} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ، أوجد:

- الجداء السلمي  $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- الجداء الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$  مع اشعة الواحدة عليهما،
- الزاوية بين الشعاع  $\vec{A}$  والشعاع الناتج عن جدائهما الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$ .



**الحل:**

• الجداء السلمي  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 2 \cdot 3 + 3(-3) + 1(4) = 1$$

• الجداء الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$ :

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & -3 & 4 \end{vmatrix} \\ &= [[3 \cdot 4 - (-3)(1)]\vec{i}] - [2(4) - 3(1)]\vec{j} \\ &+ [2(-3) - 3(3)]\vec{k} = 15\vec{i} - 5\vec{j} - 15\vec{k} \end{aligned}$$

• والقيمة الجبرية للشعاع الناتج:

$$C = \sqrt{15^2 + 5^2 + 15^2} = 21,8$$



• شعاع الواحدة للشعاع الناتج:

$$\frac{15}{21.8}\vec{i} - \frac{5}{21.8}\vec{j} - \frac{15}{21.8}\vec{k} = 0.688\vec{i} - 0.229\vec{j} - 0.688\vec{k}$$

• الزاوية بين الشعاع  $\vec{A}$  والشعاع الناتج عن جدائهما الشعاعي  $\vec{A} \times \vec{B}$  تُحدد

بالعلاقة:

نحسب البسط اولا

$$\sin \theta = \frac{\vec{A} \times (\vec{A} \times \vec{B})}{A \cdot B} \rightarrow \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 15 & -5 & -15 \end{bmatrix} \vec{A} \times (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$= [[-45 + 5]\vec{i}] - [-30 - 15]\vec{j} + [-10 - 45]\vec{k}$$

$$= -40\vec{i} + 45\vec{j} - 55\vec{k}$$

والقيمة الجبرية للشعاع الناتج:

$$C = \sqrt{40^2 + 45^2 + 55^2} = 81,55$$

$$\sin \theta = \frac{81.55}{3.74 \times 21.8} = 1$$

أي أن الزاوية تساوي 90 درجة والنتيجة صحيحة لأن الشعاعين يجب أن يكونا متعامدين.



Nelson E w ((Engineering Mechanics Statics and Dynamics)

Hibbeler. R. C, Engineering Mechanics - Statics, 13-edition, New Jersey 2014.

Bedford Anthony, Wallace Fowler, Engineering Mechanics – Statics, 2nd Edition Wesley, 2011.

Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Vector Mechanics for Engineers –Statics, 10-edition, Singapore, 2009.

Santilli R. M, Foundations of theoretical mechanics. Springer 2008.

JafarVossoughi, Statics for Architects Chapman & Hall, New York, 1986.

د. دريد عزوز الميكانيك الهندسي منشورات جامعة حلب

د. جمعة شحادة محاضرات مقرر الميكانيك الهندسي ENGINEERING MECHANICS لطلاب السنة الأولى الهندسة الالكترونية والاتصالات جامعة دمشق

د. تمام سلوم الميكانيك التطبيقي منشورات جامعة تشرين

سليمان، عهد؛ حسن، ياسر: الميكانيك الهندسي. جامعة تشرين ٢٠٠٨.

ياخور، يوسف؛ نجار، راند: الميكانيك الهندسي - علم السكون: جامعة تشرين ١٩٩٧.

شحادة، جمعة: محاضرات الميكانيك الهندسي. جامعة دمشق ٢٠١٤-٢٠١٥.

الاحمد، نوفل: الميكانيك الهندسي. جامعة تشرين ٢٠١٢-٢٠١٣.

العبيد، محمد بري: الميكانيك الهندسي. منشورات جامعة البعث ٢٠٠٤.

ياخور، يوسف؛ بريهان، ميشيل: الميكانيك الهندسي. جامعة تشرين ٢٠٠٢- ٢٠٠٣.