

بحوث العمليات

مقدمة الى بحوث العمليات

صياغة وبناء النموذج

البرمجة الرياضية Mathematical programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف (O.F) **Objective function** والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

البرمجة الخطية Linear programming

الأسلوب الرياضي الذي يبحث عن أفضل الطرق لاستخدام الموارد المتاحة عن طريق تحويل المشكلة المدروسة الى علاقات رياضية خطية.

البرمجة (Programming)

الخطية (Linearity)

مكونات نموذج البرمجة الخطية

1. وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار **decision variables**) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

مثال:

كمية الانتاج لسلع معينة



مكونات نموذج البرمجة الخطية

ii. وجود هدف يُراد الوصول اليه, ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

حيث C_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات
($j = 1, 2, \dots, n$)

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

.A تعظيم دالة الهدف (Maximization) . السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

.B تصغير دالة الهدف (Minimization) . السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

مكونات نموذج البرمجة الخطية

III. وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ احد الشكلين:

A. $\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i$ اذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

B. $\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \geq b_i$ اذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي Min

مكونات نموذج البرمجة الخطية

حيث

تعبّر عن عدد المتغيرات

n

تعبّر عن عدد قيود المسألة

m

اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

a_{ij}

اعداد حقيقية تعبّر عن الموارد المتاحة او المتطلبات

اللازمة لكل قيد من القيود

b_i

المتغيرات = الأعمدة , , , , , القيود = الصفوف



مكونات نموذج البرمجة الخطية

- .IV. وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف
- كأن لا تقل قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
 - كأن لا تزيد قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
 - الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج)
قيد عدم السالبة

.IV. وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف

- كأن لا تقل قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- كأن لا تزيد قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج) قيد عدم السالبية ← $x_j \geq 0$

الشكل العام في حالة التعظيم

دالة الهدف $Max \sum_{j=1}^n c_j x_j$

$s.t.$ subject to

القيود $\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i$

عدم السالبة $x_j \geq 0$

صياغة نموذج برمجة خطية

أولاً: التعبير عن المشكلة بصورة وصفية من خلال تحديد

1- الهدف النهائي للمشكلة

2- توضيح العلاقة الموجودة بين الهدف والمتغيرات

3- تعريف القيود المتعلقة بالمشكلة

ثانياً: تحويل التعريف الوصفي الى شكل رياضي

صياغة نموذج برمجة خطية

1. تحديد المتغيرات x_j حيث $j=1,2,\dots,n$ وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير
2. تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل
3. تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها
4. تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

صياغة نموذج برمجة خطية

5. تحديد معاملات الطرف الايمن

(الموارد او الالتزامات) b_j مع وحدات القياس المناسبة لكل
معامل

6- قيد عدم السالبة