

البرمجة الخطية

Simplex method

د . م . أيمن حسن يوسف

نظرا لان طريقة الحل بالرسم البياني لا تصلح لأكثر من اثنين أو ثلاث متغيرات وكذلك لو نظرنا إلى المشكلات الواقعية نجد أن معظم المشكلات في الواقع العملي تحتوي على العديد من المتغيرات مما يصعب استخدام الطرق البيانية في الحل

لذا كان لابد من ايجاد طريقة أخرى لحل مسائل البرمجة الخطية غير طريقة الرسم البياني

تعد طريقة simplex

أسلوباً متطوراً لحل مسائل البرمجة الخطية التي تتكون من أكثر من متغيرين، وهي من أفضل إنجازات القرن الماضي في مجال بحوث العمليات والبرمجة الخطية، وازدادت أهميتها مع تزايد إمكانيات وضع وتطوير برامج حاسوبية لتطبيق الطريق وإيجاد حلول بالسرعة المذهلة

وبخطوات منتظمة في إيجاد الحل الأمثل.

ويتم الحصول على الحل الأمثل بإتباع خطوات معدودة، علماً أن الطريقة تشير إلى نوعية الحلول فيما إذا كانت المسألة بدون حل أمثل أو أن لها حلولاً متعددة .

1. الخطوة الأولى

تمهيد ما قبل الحل :

صياغة المشكلة رياضيا وذلك بوضع القرارات المتغيرة ودالة الهدف والقيود الهيكلية والقيود الموجبة في صيغة رياضية

بفرض لدينا معادلة الهدف و القيود معطاة وفق ما يلي :

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 5X_2$$

S.T.

$$X_1 \leq 4$$

$$2X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الخطوة الثانية :

نقوم بإضافة متغيرات إضافية لكل قيد من القيود

يكون معامل هذا المتغير هو (واحد صحيح)، بينما يكون في دالة الهدف معامل المتغير هو (صفر)
هذه المتغيرات تدعى بالمتغيرات غير الأساسية او المتغيرات الراكدة

slack variable

الخطوة الثالثة : تحويل دالة الهدف إلى معادلة صفرية

$$Z - 3X_1 - 5X_2 + 0 S_1 + 0S_2+ 0 S_3=0$$

simplex رابعا : - إنشاء جدول

وهو الجدول الذي سيتم في داخله حل المشكلة المدروسة . ويتكون الجدول وكما هو مبين في الشكل

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side
	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
Z	1	- 3	-5	0	0	0	0
S ₁	0	1	0	1	0	0	4
S ₂	0	0	2	0	1	0	12
S ₃	0	3	2	0	0	1	18

الخامسة: نبحث عن أكبر قيمة سالبة في صف معادلة الهدف الخطوة

يتحدد معنا المتغير الداخل

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side
	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
S ₁	0	1	0	1	0	0	4
S ₂	0	0	2	0	1	0	12
S ₃	0	3	2	0	0	1	18

الخطوة السادسة :

نقسم عناصر عمود القسم اليميني على ما يقابلها من عمود الذي يحوي اكير قيمة سالبة و نحسب المعدل مع إلغاء القيم السالبة و الصفرية و عدم التعيين

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side	Ratio
	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃		
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	0
S ₁	0	1	0	1	0	0	4	4/0 = ∞
S ₂	0	0	2	0	1	0	12	12/2=6 ₄ min
S ₃	0	3	2	0	0	1	18	18/2=9

الخطوة 8 :

نوجد المعادلة الممهدة و التي تمثل صف المتحول الداخل (سطر المركز الجديد) وهو نتاج تقسيم كل عناصر سطر المتحول الخارج على عنصر المركز [Pivot]

$$\text{Row-in} = \text{R-out} / \text{pivot}$$

$$\text{Row-X2} = \text{row-S2} / 2$$

X_2	0	0	1	0	1/2	0	6
-------	---	---	---	---	-----	---	---

نوجد عناصر صفوف باقي المتحولات وفق المعادلة

السطر الجديد للعنصر = السطر القديم لنفس العنصر - (عنصر عمود المركز الموافق للسطر * سطر المركز الجديد)

الخطوة 8 :

نكرر العملية لباقي المتحولات

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side	Ratio
	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃		
Z	1	-3	0	0	5/2	0	30	
S ₁	0	1	0	1	0	0	4	
X ₂	0	0	1	0	1/2	0	6	
S ₃	0	3	0	0	-1	1	6	

الخطوة 9 :

نحسب المعدل من جديد و من ثم نعود إلى الخطوة 5

يتحدد معنا المتغير الداخل

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side	Ratio
	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3		
Z	1	-3	0	0	5/2	0	30	
S_1	0	1	0	1	0	0	4	4/1=4
x_2	0	0	1	0	1/2	0	6	6/0= ∞
S_3	0	3	0	0	1	1	6	6/3=2

بما أن جميع أمثال متحولات معادلة الهدف قد أصبحت موجبة أو صفرية فهذا يعني أننا توصلنا إلى القيمة
الأعظمية للربح

Basic Variable	Coefficient of:						Right Side	Ratio
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3		
Z	1	0	0	0	3/2	1	36	
S1	0	0	0	1	1/3	1/3	2	
X_2	0	0	1	0	1/2	0	6	
X_1	0	1	0	0	1/3	1/3	2	

بما أن جميع أمثال متحولات معادلة الهدف قد أصبحت موجبة أو صفرية فهذا يعني أننا توصلنا إلى القيمة الأعظمية للربح
والتي تتحقق عندما : $X_2=6$, $X_1=2$ $Z=36$



جَامِعَة
الْمَنَارَة
MANARA UNIVERSITY