

Big -M

د. أيمن حسن يوسف

Big-M Method

تستخدم هذه الطريقة في حالة التقليل عندما تكون القيود "أكبر من أو تساوي" و في حالة التعظيم ذات القيود المختلطة.

تتطوي فكرة هذه الطريقة عند تحويل النموذج الى الصيغة القياسية على:

طرح متغير راكد (S_i) وإضافة متغير اصطناعي (Artificial Variable) الى القيود التي تحمل اشارة "أكبر من أو تساوي" و اضافة متغير اصطناعي للقيود التي تحمل اشارة (=)، وأما القيود التي تحمل اشارة "أصغر من أو تساوي" فيضاف لها فقط متغيرات راكدة (S_i).
و كذلك اضافة المتغيرات الراكدة الى معادلة دالة الهدف بمعاملات صفرية ، و ($+M$) للمتغيرات الاصطناعية في حالة التقليل [Min] و ($-M$) في حالة التعظيم [Max].

مثال:

حل مشكلة البرمجة الخطية التالية بطريقة Big-M

$$\text{Min. } Z=2X_1+X_2$$

$$\text{s.c } \left\{ \begin{array}{l} X_1+3X_2 \geq 30 \text{-----(1)} \\ 4X_1+2X_2 \geq 40 \text{-----(2)} \end{array} \right.$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

أولاً

■ نحول القيود من الصيغة العامة (Canonical Form) الى الصيغة القياسية (Standard Form).

■ لأن جميع القيود من نوع اكبر من او = ،لذا فان عملية التحويل تتطلب طرح متغير راكد (Si) وإضافة متغير اصطناعي (Artificial Variable) ويرمز له (Ri) ، وكما يأتي:

$$X_1 + 3X_2 - S_1 + R_1 = 30$$

$$4X_1 + 2X_2 - S_2 + R_2 = 40$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2, \geq 0$$

ثانياً: معالجة قيد دالة الهدف

تتم اضافة المتغيرات الراكدة الى معادلة دالة الهدف، بمعاملات صفرية

و(+M) للمتغيرات الاصطناعية في حالة التقليل [Min] و(-M) في حالة التعظيم [Max]

كما يلي:

$$\text{Min. } Z = 2X_1 + X_2 - 0S_1 - 0S_2 + MR_1 + MR_2$$

الخطوة (3)

يتم تحويل معادلة دالة الهدف الى معادلة صفرية كما يلي :

$$Z - 2X_1 - X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_1 - MR_2 = 0$$

رابعاً :

لغرض اعداد جدول الحل الابتدائي يجب اظهار جميع المتغيرات الاضافية التي تمت اضافتها الى معادلة دالة الهدف كمتغيرات اساسية، ولأن معاملاتنا ليست صفر ينبغي تحويل معاملاتنا الى (صفر) عن طريق اضافة القيود التي تحتوي متغيرات اضافية الى معادلة دالة الهدف بعد ضربها ب $+M$ لمشكلات التقليل $[Min]$ و $-M$ لمشكلات التعظيم $[Max]$.

اضافة القيود اعلاه الى معادلة دالة الهدف

$$\begin{array}{rcl}
 Z & - 2X_1 & - X_2 & + 0S_1 & + 0S_2 & - MR_1 & - MR_2 & = & 0 \\
 & MX_1 & + 3MX_2 & - MS_1 & & + MR_1 & & = & 30M \\
 & 4MX_1 & + 2MX_2 & & - MS_2 & & + MR_2 & = & \\
 40M & & & & & & & & \\
 \hline
 Z & + (-2+5M)X_1 & + (-1+5M)X_2 & - MS_1 & - MS_2 & + 0R_1 & + 0R_2 & = & 70M
 \end{array}$$

• خامساً: يتم اعداد جدول الحل الابتدائي

B.V	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	Solution	Ratio
Z	1	- 2+5M	-1+5M	-M	-M	0	0	70M	
R1	0	1	3	-1	0	1	0	30	30/3=10
R2	0	4	3	0	-1	0	1	40	40/2=20

اختيار المتغير الداخل وهو المتغير الذي يمثل اكبر قيمة بإشارة موجبة في صف Z ومن الجدول اعلاه يكون X2 هو المتغير الداخل لان قيمته $(-1+5M)$ ويطلق على العمود الذي يضم المتغير الداخل (عمود المحور Pivot column).

ايجاد قيم المتغير الداخل X_2 وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.
العنصر المحوري (Pivot variable) هو نقطة تقاطع عمود المحور مع صف المحور، وهو (3).
اذن قيم المتغير الداخل X_2 هي :

$$X_2 = (0/3, 1/3, 3/3, -1/3, 0/3, 1/3, 0/3, 30/3)$$

$$X_2 = (0, 1/3, 1, -1/3, 0, 1/3, 0, 10)$$

لإيجاد قيمة Z الجديدة، نطرح حاصل ضرب القيمة المقابلة لـ Z في عمود المحور وهي
($-1+5M$) \times قيم المتغير الداخل الجديدة (المعادلة المحورية) من قيم Z في جدول الحل
الاولي كما يلي :

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد كما يلي :

$$\begin{aligned} \text{NEW}(Z) &= (1, -2+5M, -1+5M, -M, -M, 0, 0, 70M) - \\ &\quad (-1+5M) \times (0, 1/3, 1, -1/3, 0, 1/3, 0, 10) \\ &= (1, -5/3+10/3M, 0, -1/3+2/3M, -M, 1/3-5/3M, 0, 10+20M) \end{aligned}$$

$$\text{NEW}(R2) = (0, 4, 2, 0, -1, 0, 1, 40) - 2 \times (0, 1/3, 1, -1/3, 0, 1/3, 0, 10) = (0, 10/3, 0, 2/3, -1, -2/3, 1, 20)$$

نقوم بوضع النتائج في جدول الحل ثاني، كالآتي

جدول الحل الثاني

B.V	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	Solution	Ratio
Z	1	$-5/3+10/3M$	0	$-1/3+2/3M$	-M	$1/3-5/3M$	0	$10+20M$	
X2	0	$1/3$	1	$-1/3$	0	$1/3$	0	10	30
R2	0	$10/3$	0	$2/3$	-1	$-2/3$	1	20	6



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

المتغير الداخل هو، (X_1) لكونه يقابل اكبر قيمة موجبة ($-5/3+10/3M$) في صف دالة الهدف Z
المتغير الخارج هو (R_2) لكونه يقابل اقل قيمة موجبة في الصف المحوري
العنصر المحوري هو $10/3$

عليه تكون المعادلة المحورية، على النحو التالي :

$$\text{Pivot Equation } X_1 = 0, 1, 0, 1/5, -3/10, -1/5, 3/10, 6$$

نقوم بإيجاد قيمة (Z) و (X_2) الجديدتين ، كالآتي:

$$\text{New } (Z) = (1, -5/3+10/3M, 0, -1/3+2/3M, -M, 1/3-5/3M, 0, 10+20M) -$$
$$(-5/3+10/3M) * (0, 1, 0, 1/5, -3/10, -1/5, 3/10, 6)$$

$$= (1, 0, 0, 0, -1/2, -M, 1/2-M, 20)$$

$$\text{New}(X_2) = (0, 1/3, 1, -1/3, 0, 1/3, 0, 10) - 1/3 * (0, 1, 0, 1/5, -3/10, -1/5, 3/10, 6)$$

$$= (0, 0, 1, -2/5, 1/10, 2/5, -1/10, 8)$$

جدول الحل النهائي

B.V	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	Solution
Z	1	0	0	0	-1/2	-M	1/2-M	20
X2	0	0	1	- 2/5	1/10	2/5	-1/10	8
X1	0	1	0	1/5	-3/10	-1/5	3/10	6

و بما ان جميع معاملات دالة الهدف (z) اقل او تساوي الصفر ،عليه فان الحل الامثل للمشكلة ،يكون:

$$X_1= 6, X_2=8, Z_{\max.}=20$$



جَامِعَة
الْمَنَارَة
MANARA UNIVERSITY



جَامِعَة
الْمَنَارَة
MANARA UNIVERSITY