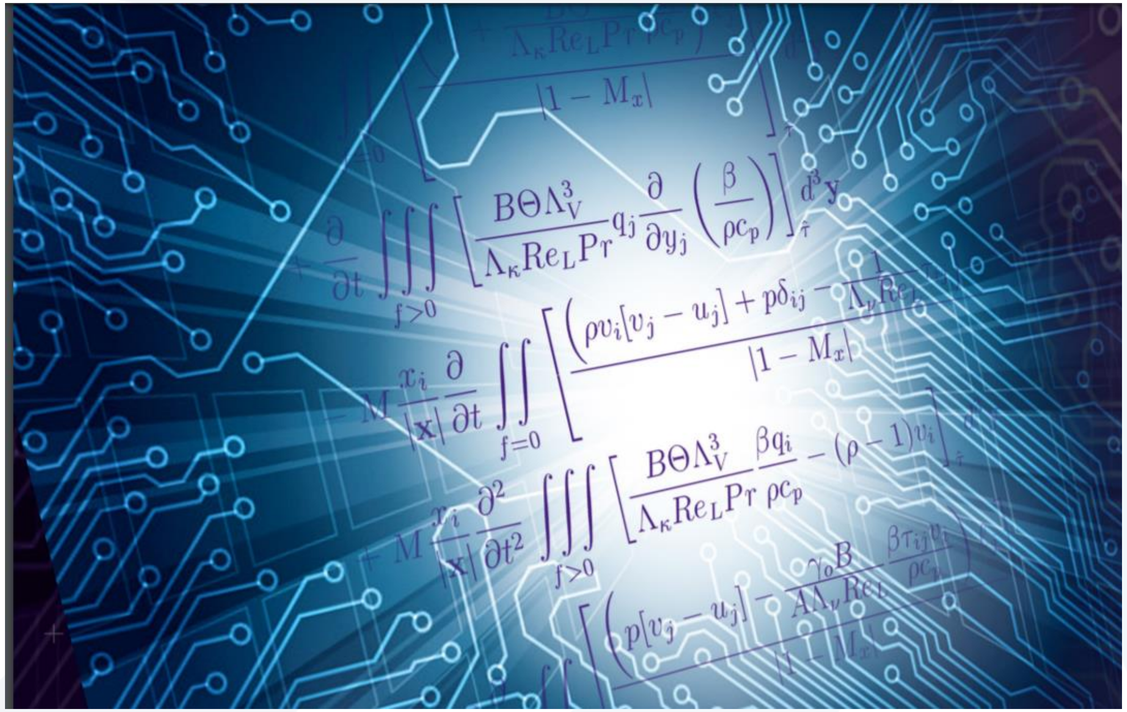
جامعة المنارة
كلية الهندسة
قسم المعلوماتية
مقرر التحليل العددي

Numerical Solutions of Nonlinear Equations with Matlab



د. محمد خيرعبدالله محمد

العام الدراسي 2021-2022

Contents

BISECTION METHOD

طريقة التنصيف

لنفرض بأنه يوجد جذر للمعادلة في الفترة $[x_1, x_2]$ أي إن

$$f(x_1).f(x_2)< 0$$

في هذه الطريقة نحسب قيمة الدالة في نقطة تقع في منتصف المسافة بين x_1 و x_2 فإذا كانت إشارتها تختلف عن إشارة $f(x_1)$ فإن الجذر يقع بين x_1 والمنتصف. أما إذا تشابهت الإشارتان فإنها بالتأكيد ستكون مختلفة عن إشارة $f(x_2)$ وعليه يكون الجذر واقعاً بين المنتصف و x_2 ويمكن تكرار هذه العملية عدة مرات للحصول على فترة ضيقة حول الجذر المطلوب.

خوارزمية طريقة التنصيف

لتكن f هي دالة مستمرة في الفترة $[a_0, b_0]$ بحيث أن: $f(a_0).f(b_0)< 0$

لقيم ... $i=0, 1,2,$ أوجد: $r = \dfrac{a_i + b_i}{2}$

إذا كان $f(a_i).f(r)=0$ فإن r هو الجذر المطلوب.

إذا كان $f(a_i).f(r)<0$ ضع: $a_{i+1}= a_i\ ,\ b_{i+1}=r$

إذا كان $f(a_i).f(r)>0$ ضع: $a_{i+1}=r,\ b_{i+1}=b_i$

بتكرار الطريقة أعلاه نحصل على متتابعة من الفترات $[a_i, b_i]$ التي تحتوي على جذر المعادلة وتكون أطوالها أصغر كلما زادت قيمة i وعلى هذا الأساس إذا كان المطلوب إيجاد قيمة مقربة للجذر لا يتجاوز الخطأ فيها عن ε، نتوقف عندما تتحقق المتراجحة:

$$|b_i - a_i| \leq \varepsilon$$

مثال: جد جذر المعادلة f(x)=x log x-1=0 بطريقة التنصيف وبخطأ ε=0.001 في الفترة (1, 3)

يلاحظ من الدالة أعلاه بأن f(1).f(3)<0. وهذا يعني بأن هناك جذراً في الفترة (1, 3).

$f(1)=-1$

$f(3)=0.4314$

$\varepsilon=b_0-a_0=3-1=2$

$$r=\frac{a_0+b_0}{2}=\frac{1+3}{2}=2$$

$f(2)=-0.3979$

$a_1=r;\quad b_1=b_0;$

$\varepsilon=b_1-a_1=3-2=1$

$$r=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{2+3}{2}=2.5$$

$f(2.5)=-0.0051$

$a_2=r;\quad b_2=b_1;$

$\varepsilon=b_2-a_2=3-2.5=0.5$

$$r=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{2.5+3}{2}=2.75$$

$f(2.75)=2.2081$

$a_3=a_2;\quad b_3=r;$

$\varepsilon=b_3-a_3=2.75-2.5=0.25$

$$r=\frac{a_3+b_3}{2}=\frac{2.5+2.75}{2}=2.625$$

$f(2.625)=0.1002$

$a_4=a_3;\quad b_4=r;$

$\varepsilon=b_4-a_4=2.625-2.5=0.125$

وهكذا نستمر إلى أن نحصل على الجذر المطلوب أو نصل إلى قيمة خطأ ε≤0.001.

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

برنامج طريقة التنصيف باستخدام لغة Matlab (حلقة for)

```
f=inline('x*log10(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
           disp('the exact root is')
           disp(x)
          break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
         else
             x1=x;
        end
     else
        break
    end
end
```

x1=1 x2=3 n=4	x1=1 x2=3 n=6	x1=1 x2=3 n=10	x1=1 x2=3 n=15	x1=1 x2=3 n=1000
2	2	2	2	2
2.5000	2.5000	2.5000	2.5000	2.5000
2.7500	2.7500	2.7500	2.7500	2.7500
2.6250	2.6250	2.6250	2.6250	2.6250
	2.5625	2.5625	2.5625	2.5625
	2.5313	2.5313	2.5313	2.5313
		2.5156	2.5156	2.5156
		2.5078	2.5078	2.5078
		2.5039	2.5039	2.5039
		2.5059	2.5059	2.5059
			2.5068	2.5068

(for حلقة)

```
f=inline('x*log١٠(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
           disp('the exact root is')
           disp(x)
          break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
         else
             x1=x;
        end
     else
        break
     end
end
```

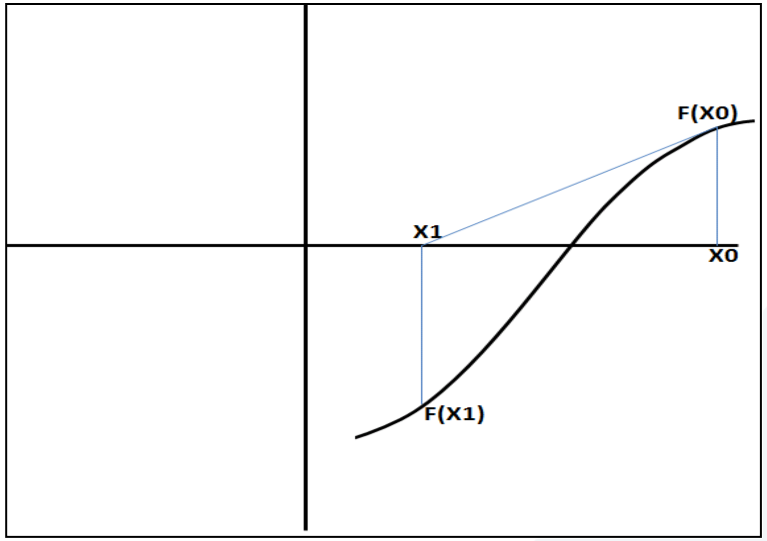
(while حلقة)

```
f=inline('x*log١٠(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
while abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
       if (y1*y) == 0
         disp('the exact root is ')
         disp(x)
        break
       end
       if y1*y<0
            x2=x;
         else
             x1=x;
       end
end
```

NEWTON RAPHSON METHOD

طريقة نيوتن رافسون

اذا اخذنا X0 نقطة ليست بعيدة جدا عن جذر المعادلة ثم قمنا بايجاد صورة النقطة F(X0) الان نلاحظ ان F'(X) هو المماس للدالة F ويقطع محور X عند النقطة X1 . X1 هو القيمة التقريبية لجذر الدالة F . نستطيع ايجاد قيمة X1 من المثلث X0,X1,F(X0) بالشكل التالي



$$F'(X0)=F(X0)/X0-X_1$$

$$X1=X0-(F(X0)/F'(X0))$$

من ذلك نستطيع حساب قيمة X2

$$X2=X1-(F(X1)/F'(X1))$$

و

$$X3=X2-(F(X2)/F'(X2))$$

وبشكل عام $N=1,2,\ldots\ldots\ldots$ $X_{N+1}=X_N-(F(X_N)/F'(X_N))$

مثال: جد جذر المعادلة $f(x)=x.\ \ln(x)-1=0$

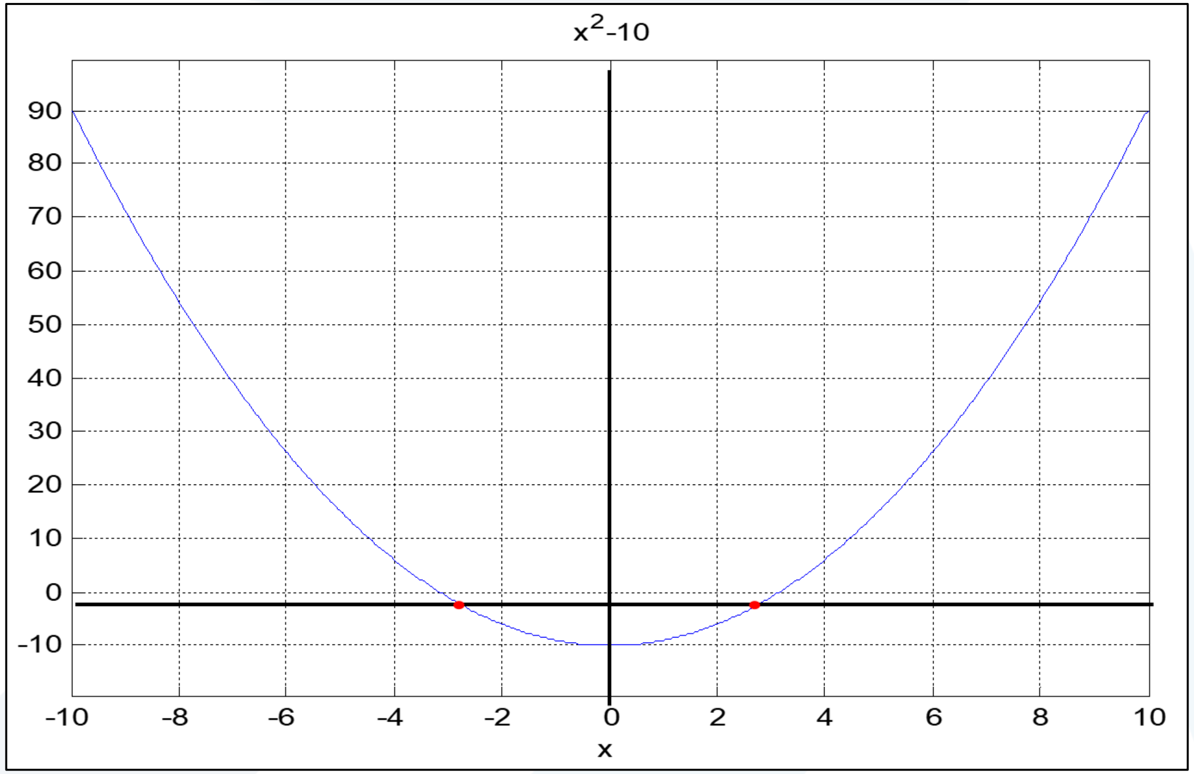
في الفترة $[1, 2]$ وبمقدار خطأ $\varepsilon=0.001$.

```
syms x
f= x*log(x)-1;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
   w=a-(subs(f,a)/subs(u,a));
   v=double(w);
   disp(v)
   if abs(w-a)<= 0.001
      break
   else
      a=w;
   end
end
```

```
a=1.5
n=100

  1.7788

  1.7633

  1.7632
```

إن الحل العددي لمعادلة ما بطريقة نيوتن ر افسون قد يواجه إمكانية حصول عدم التعيين عند نقطة البدء

```
ezplot (' x^2-10',[-10 10])
grid
```



جَـامعة
الَمَـنارة
MANARA UNIVERSITY

('x^2-10')

المجال [-1 4]

```
f=inline(' x^2-10')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (abs(y1*y) == 0)
            disp('the exact root is ')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
```

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
if subs(u,a)==0;
    a=a+0.1;
end
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
```

انتهت المحاضرة