



مقرر الإشارات والنظم
قسم هندسة الروبوت والأنظمة الذكية

د. السموع صالح
م. أوشين داؤد

محاضرة العملي الأسبوع ٦
الفصل الثاني ٢٠٢١/٢٠٢٢

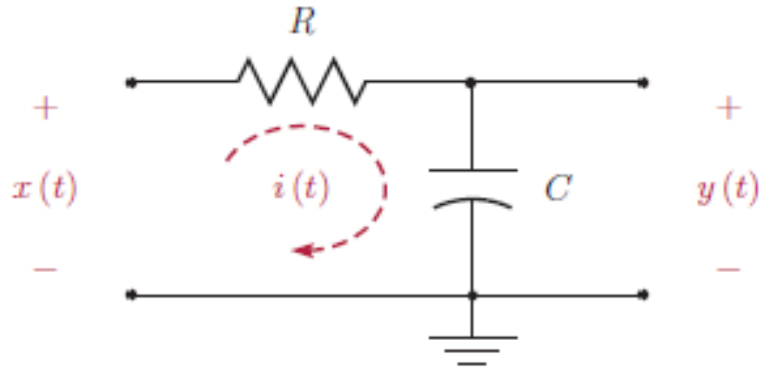
Impulse Response

$$y(t) = \text{Trans} (u(t)) \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} = \text{Trans} \left(\frac{du(t)}{dt} \right) = \text{Trans}(\delta(t)) = h(t)$$

Differentiate the unit-step response of the system to obtain the impulse response, i.e.,

$$h(t) = \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.134)$$

Impulse Response



$$R = 1 \Omega \text{ and } C = 1/4 \text{ F}$$

the output at time $t = 0$ is $y(0) = 0$

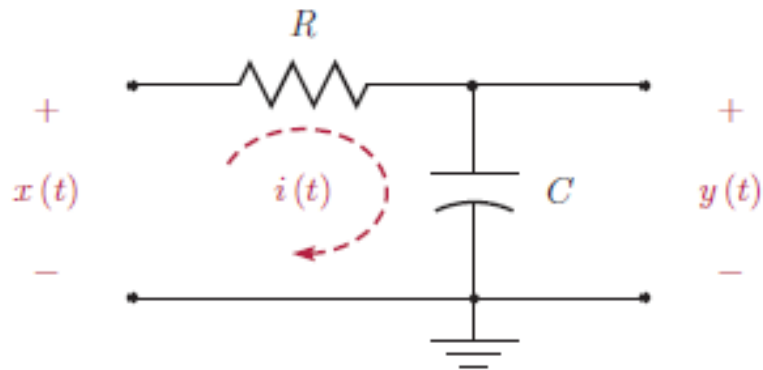
The differential equation

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha y(t) = r(t), \quad y(t_0): \text{ specified}$$

is solved as

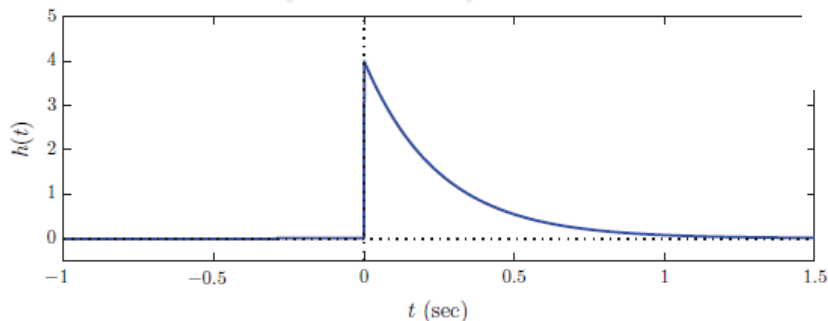
$$y(t) = e^{-\alpha(t-t_0)} y(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-\tau)} r(\tau) d\tau$$

Impulse Response



$$R = 1 \Omega \text{ and } C = 1/4 \text{ F}$$

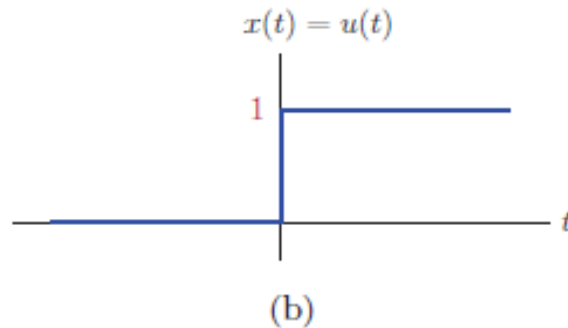
$$h(t) = \left(\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \right) u(t)$$



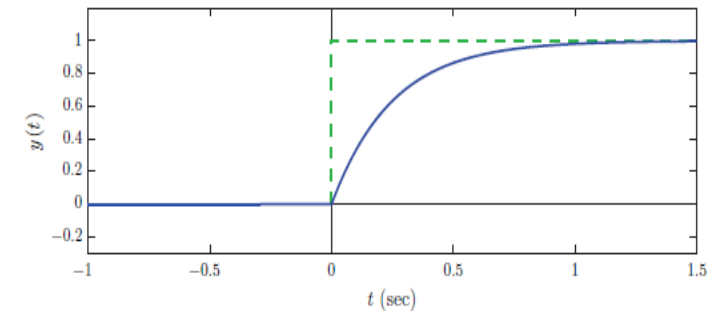
لديك دائرة مبينة في الشكل نستخرج استجابتها النبضية بالاعتماد على اشتقاق حل المعادلة التفاضلية :

$$u(t) = \frac{1}{4} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) \rightarrow 4u(t) = \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t)$$

$$y(t) = (1 - e^{-4(t)})u(t)$$



The input signal

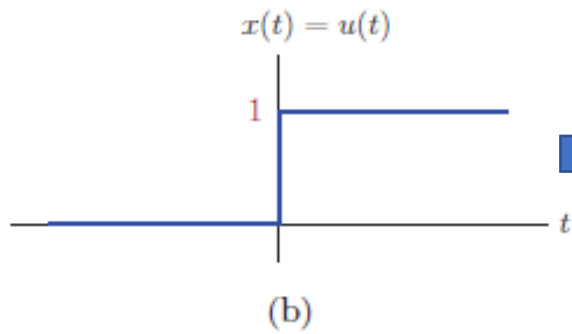


The output signal

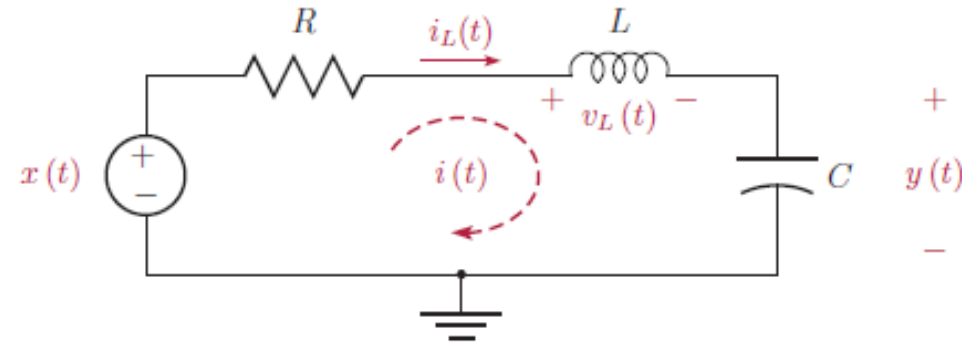
$$h(t) = (4e^{-4(t)})u(t): \text{impulse response}$$

Impulse Response

لديك دائرة مبينة في الشكل نستخرج استجابتها النبضية بالاعتماد على اشتقاق حل المعادلة التفاضلية:



The input signal



$$R = 2 \Omega, L = 1 \text{ H and } C = 1/26 \text{ F.}$$

$$y(t) = 2 \mid t = 0$$

$$y'(t) = 13 \mid t = 0$$

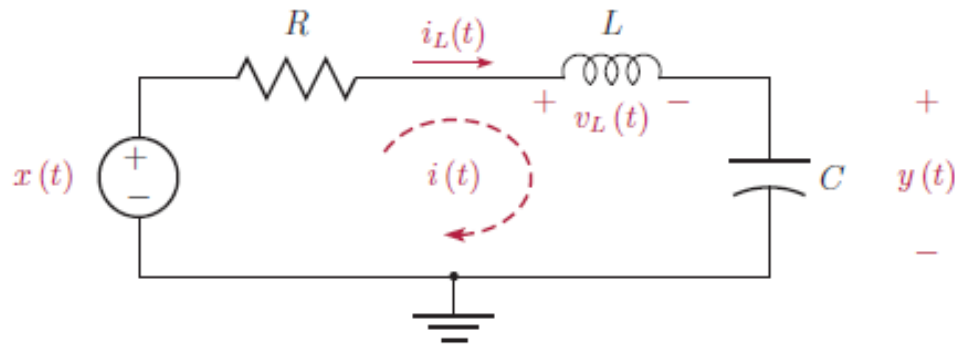
Zero input solution + Particular solution

Input signal	Particular solution
K (constant)	k_1
$K e^{at}$	$k_1 e^{at}$
$K \cos(at)$	$k_1 \cos(at) + k_2 \sin(at)$
$K \sin(at)$	$k_1 \cos(at) + k_2 \sin(at)$
$K t^n$	$k_n t^n + k_{n-1} t^{n-1} + \dots + k_1 t + k_0$

Table 2.1 – Choosing a particular solution for various input signals.

Impulse Response

لديك دائرة مبيّنة في الشكل نستخرج استجابتها النبضية بالاعتماد على اشتقاق حل المعادلة التفاضلية:



$$R = 2 \Omega, L = 1 \text{ H and } C = 1/26 \text{ F.}$$

$$y(t) = 2 \mid t = 0$$

$$y'(t) = 13 \mid t = 0$$

$$x(t) = v_R + v_L + v_C$$

$$x(t) = i(t)R + \frac{Ldi(t)}{dt} + y(t)$$

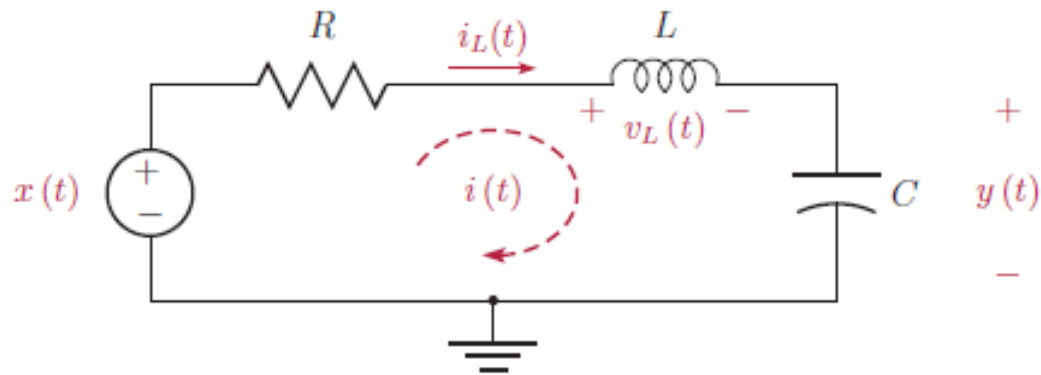
$$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = C \frac{dy(t)}{dt}$$

$$x(t) = LC \frac{d^2y(t)}{d^2t} + RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

$$\frac{1}{LC} x(t) = \frac{d^2y(t)}{d^2t} + \frac{R}{L} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{LC} y(t)$$

$$26x(t) = \frac{d^2y(t)}{d^2t} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + 26y(t)$$

Impulse Response



$R = 2 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ and $C = 1/26 \text{ F}$.

$$y(t) = 2 \mid t = 0$$

$$y'(t) = 13 \mid t = 0$$

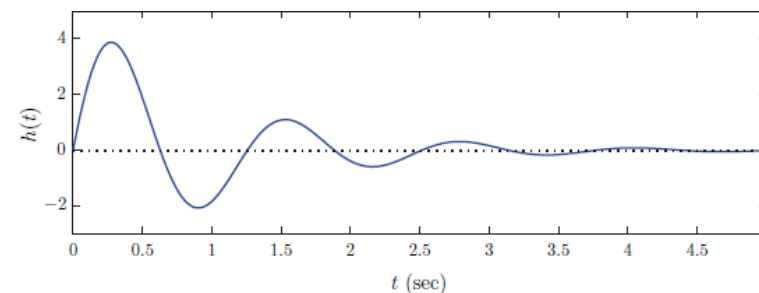
$$26x(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 26y(t)$$

$$y(t) = -e^{-t} \cos(5t) - 0.2e^{-t} \sin(5t) + 1$$

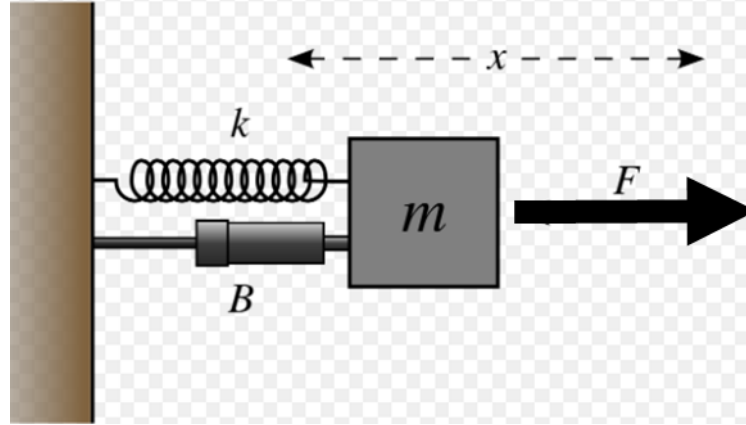
Zero input
solution

Particular
solution

$$h(t) = \frac{dy(t)}{dt} = 5.2e^{-t} \sin(5t)$$



Impulse Response



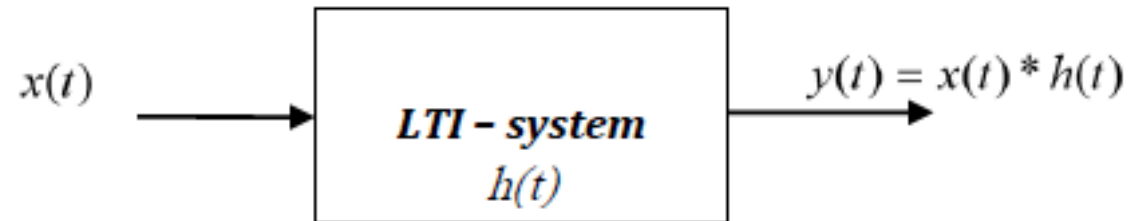
Mass-Spring-Damper (MSD) system

الجملة الميكانيكية الموضحة بالشكل :
تمثل مكافئاً ميكانيكياً لدارة RLC وتوصف بمعادلة
تفاضلية من الدرجة الأولى والمرتبة الثانية
ونستطيع الوصول من المعادلة التفاضلية الممثلة
لسلوك هذه الدارة الى الاستجابة النبضية بنفس
الطريقة السابقة .

$$f(t) = Ma + Bv + Kx(t) = \frac{Md^2x(t)}{dt^2} + B \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t)$$

التسارع
السرعة
الإزاحة

Convolution product

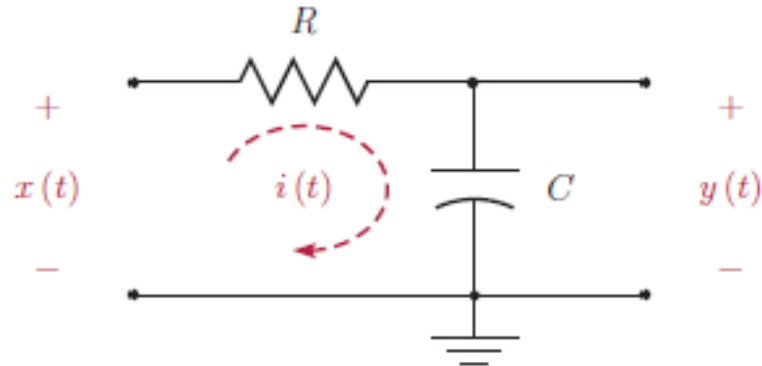


Continuous-time convolution summary:

$$\begin{aligned} y(t) = x(t) * h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda \\ &= h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) x(t - \lambda) d\lambda \end{aligned}$$

Convolution product

باستخدام جداء الانطواء أوجد خرج الدارة المبينة في الشكل من أجل إشارة الدخل التالية بالاعتماد على استجابتها النبضية المستخرجة سابقاً:



$$R = 1 \Omega \text{ and } C = 1/4 \text{ F}$$

the output at time $t = 0$ is $y(0) = 0$

$$x(t) = A \text{rect} \left(\frac{t - 0.5T}{T} \right)$$

$$h(t) = 4e^{-4t}u(t)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

الحل رياضياً

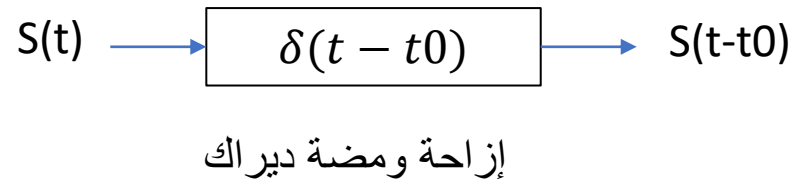
$$\text{for } t < 0 : y(t) = 0$$

$$\text{for } 0 \leq t \leq T : y(t) = \int_0^t 4Ae^{-4t} e^{4\tau} d\tau = A(1 - e^{-4t})$$

$$\text{for } t > T : y(t) = \int_0^T 4Ae^{-4t} e^{4\tau} d\tau = Ae^{-4t}(e^{4T} - 1)$$

يطلب الحل بالرسم

Convolution product

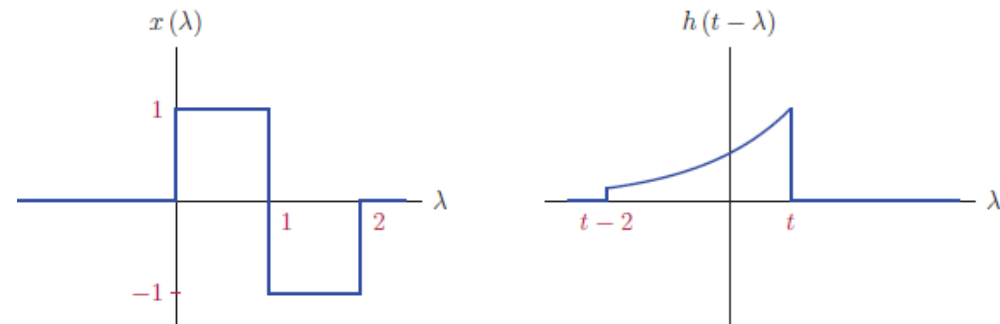


بالاعتماد على دائرة RC المدروسة :
 لديك الاستجابة التالية :

$$h(t) = \left[\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} (u(t) - u(t - 2)) \right]$$

اقترح شكلاً لنظام صندوقي يعطي الاستجابة المفترضة
 ثم اوجد الخرج من اجل دخل :

$$x(t) = \text{rect}(t - 0.5) - \text{rect}(t - 1.5)$$



Convolution product

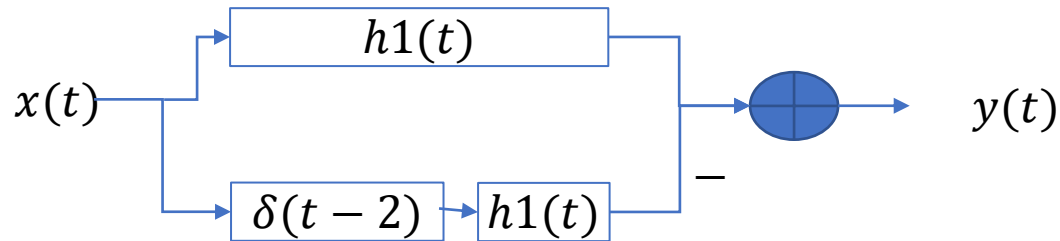
بالاعتماد على دائرة RC المدروسة :
لديك الاستجابة التالية :

$$y(t) = \left[\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} (u(t) - u(t - 2)) \right] * x(t)$$

$$y(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} u(t) * x(t) - \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} u(t) * x(t - 2)$$

$$h(t) = \left[\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} (u(t) - u(t - 2)) \right]$$

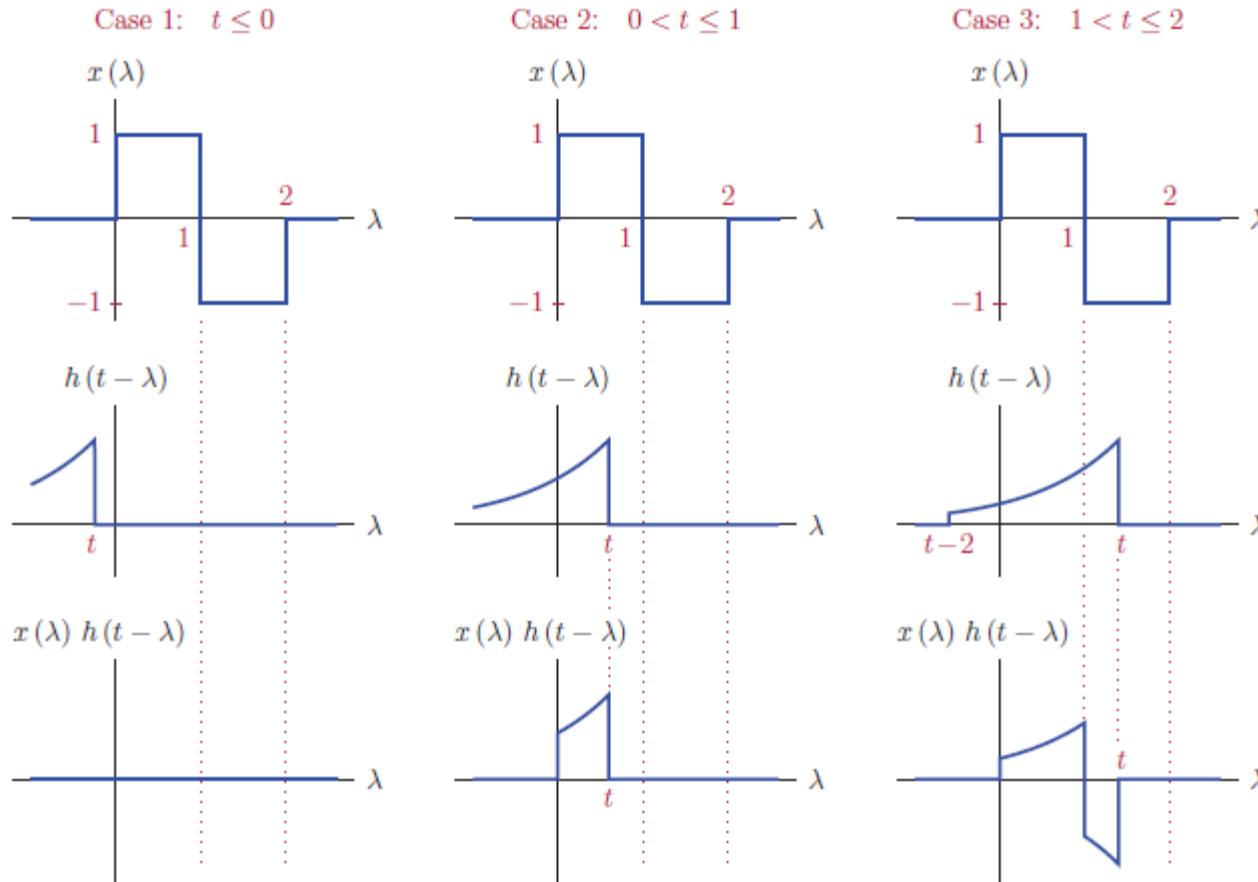
اقترح مخططاً صندوقياً لنظام يعطي الاستجابة
المفترضة
ثم اوجد الخرج من اجل دخل :



$$x(t) = \text{rect}(t - 0.5) - \text{rect}(t - 1.5)$$

Convolution product

بالاعتماد على دائرة RC المدروسة :
لديك الاستجابة التالية :



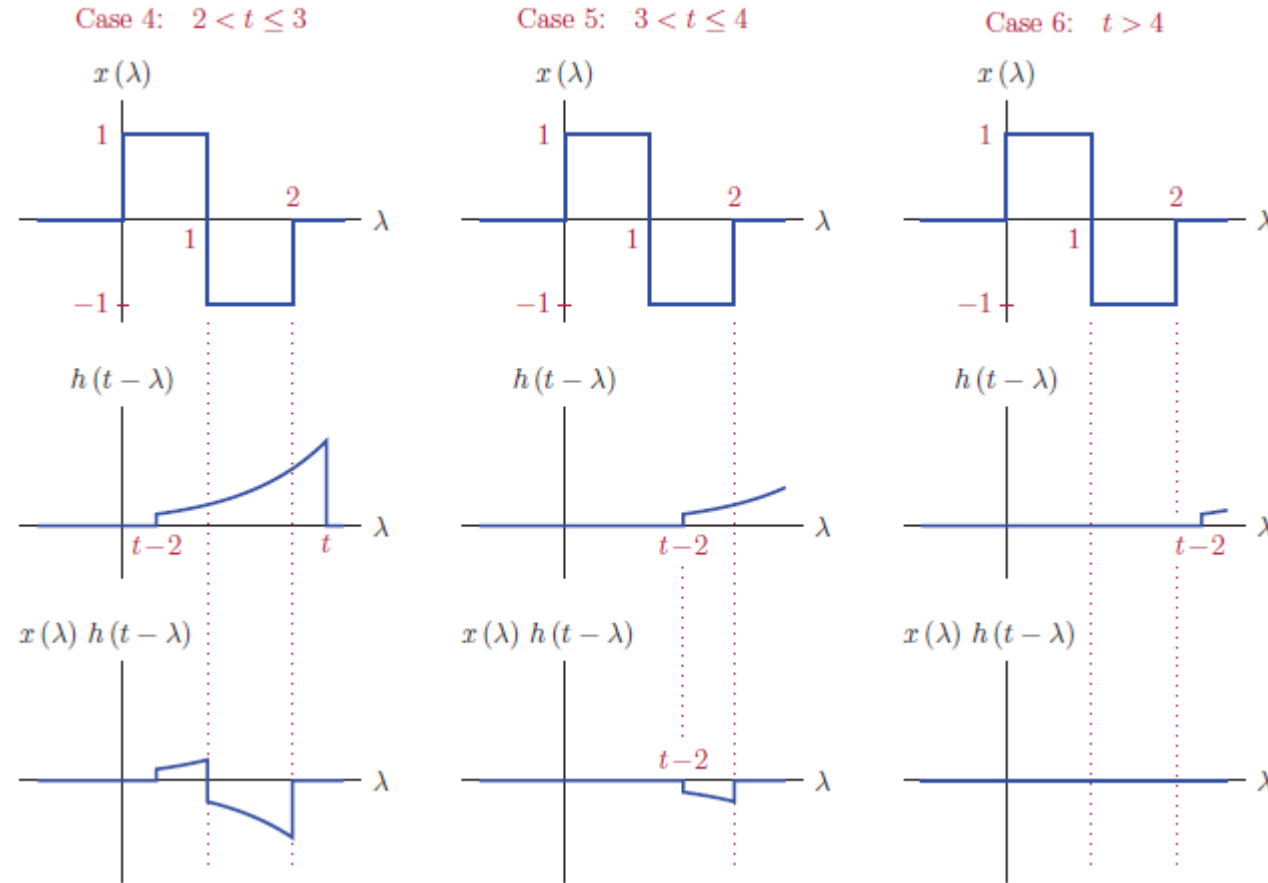
$$h(t) = \left[\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} (u(t) - u(t - 2)) \right]$$

اقترح شكلاً لنظام صندوقي يعطي الاستجابة المفترضة
ثم اوجد الخرج من اجل دخل :

$$x(t) = \text{rect}(t - 0.5) - \text{rect}(t - 1.5)$$

الحل بالرسم

Convolution product



Convolution product

$$y(t) = 0, \quad \text{for } t \leq 0$$

$$y(t) = \int_0^t (1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda$$

$$= 1 - e^{-t}, \quad \text{for } 0 < t \leq 1$$

$$y(t) = \int_0^1 (1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda + \int_1^t (-1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda$$

$$= -1 + 4.4366 e^{-t}, \quad \text{for } 1 < t \leq 2$$

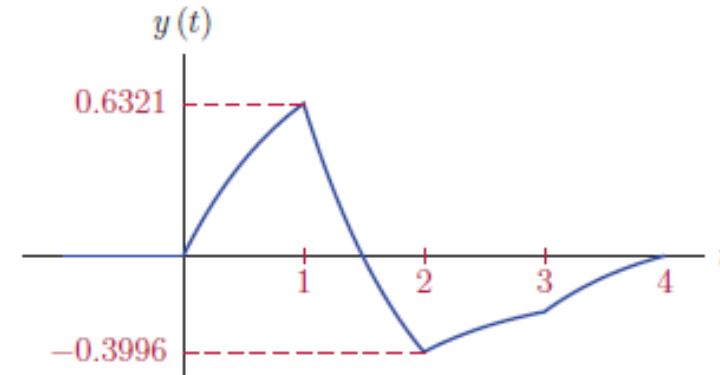
$$y(t) = \int_{t-2}^1 (1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda + \int_1^2 (-1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda$$

$$= -0.1353 - 1.9525 e^{-t}, \quad \text{for } 2 < t \leq 3$$

$$y(t) = \int_{t-2}^2 (-1) e^{-(t-\lambda)} d\lambda$$

$$= 0.1353 - 7.3891 e^{-t}, \quad \text{for } 3 < t \leq 4$$

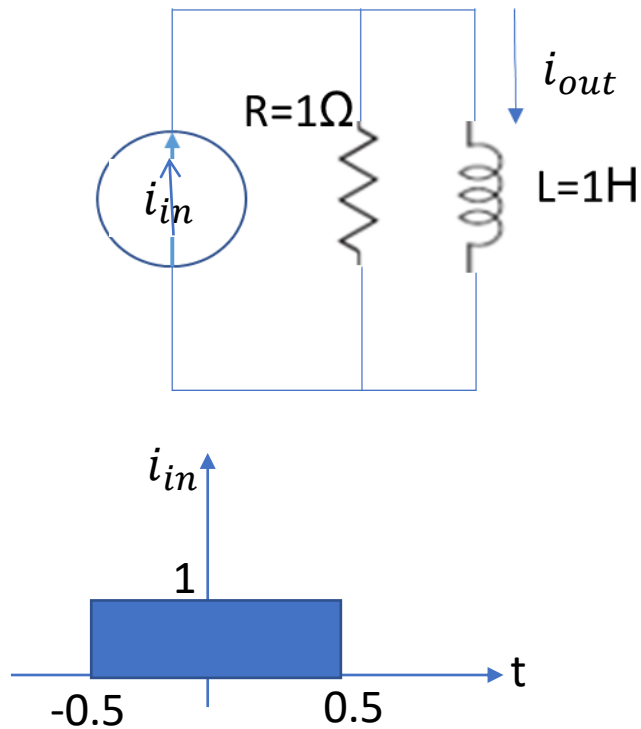
$$y(t) = 0, \quad \text{for } t > 4$$



الحل رياضياً

Convolution product

لديك الدارة المجاورة أوجد تابع الاستجابة النبضية لها ثم ارسم إشارة تيار الخرج علماً أن إشارة تيار الدخل هي :
يعطى تيار الخرج بالعلاقة :



$$I_{out} = I_{in} \frac{R}{R + j\omega L} = I_{in} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R}} \right)$$

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = H(\omega) = \left(\frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R}} \right)$$

$$h(t) = IFT\{H(\omega)\} = IFT\left\{ \left(\frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R}} \right) \right\} = \frac{1}{\frac{L}{R}} e^{-\frac{t}{\frac{L}{R}}} u(t)$$

$$h(t) = e^{-t} u(t)$$

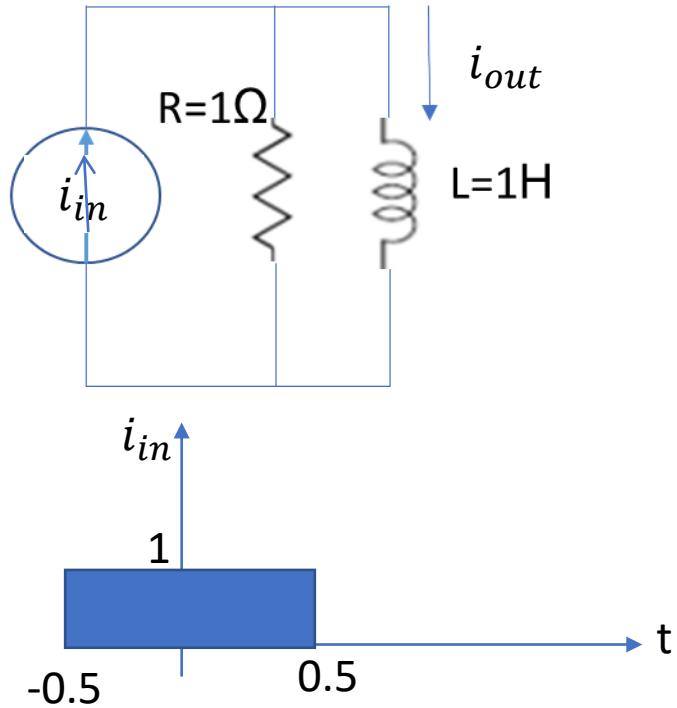
$$y(t) = h(t) * i_{in}$$

$$h(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} u(t)$$



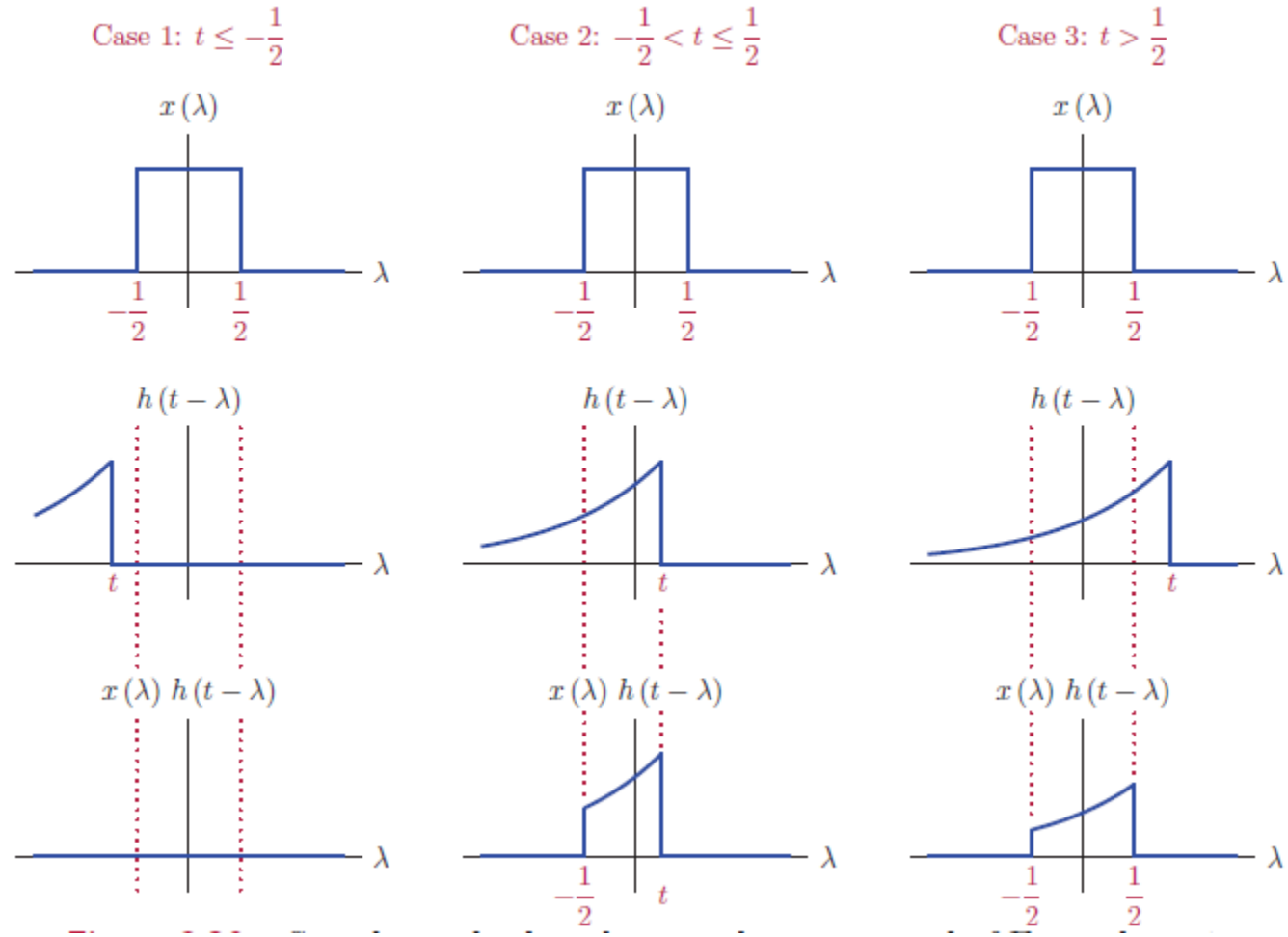
$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j2\pi fT}$$

Convolution product



$$h(t) = e^{-t}u(t)$$

$$x(t) = \text{rect}(t)$$



الحل بالرسم

Convolution product

$$y(t) = 0, \quad \text{for } t \leq -\frac{1}{2}$$

$$y(t) = \int_{-1/2}^t \frac{1}{RC} e^{-(t-\lambda)/RC} d\lambda$$

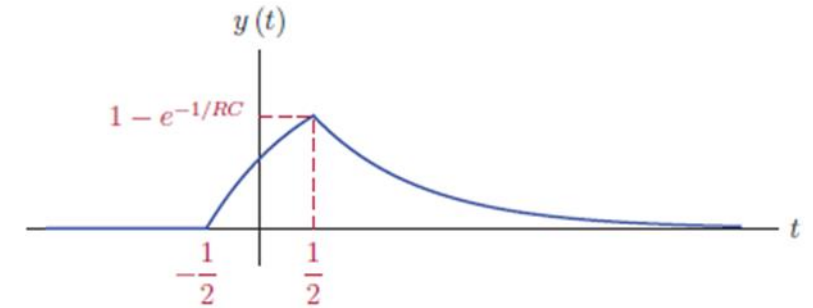
$$= \left(1 - e^{-(t+1/2)/RC}\right), \quad \text{for } -\frac{1}{2} < t \leq \frac{1}{2}$$

$$y(t) = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{RC} e^{-(t-\lambda)/RC} d\lambda$$

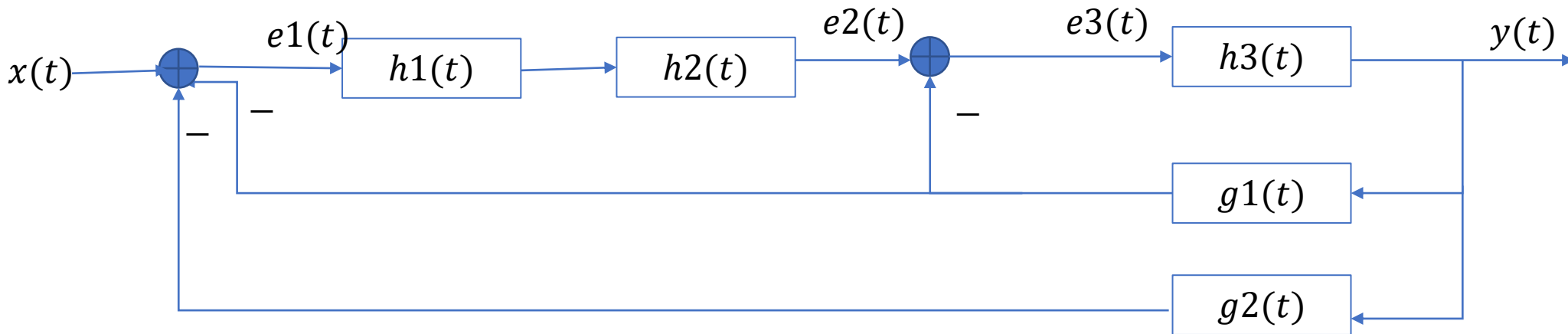
$$= e^{-t/RC} \left(e^{1/2RC} - e^{-1/2RC}\right), \quad \text{for } t > \frac{1}{2}$$

الحل رياضياً

$$y(t) = \begin{cases} 0, & t \leq -\frac{1}{2} \\ (1 - e^{-(t+1/2)/RC}), & -\frac{1}{2} < t \leq \frac{1}{2} \\ e^{-t/RC} (e^{1/2RC} - e^{-1/2RC}), & t > \frac{1}{2} \end{cases}$$



Convolution product



$$y(t) = (((x(t) - y(t) * (g2(t) + g1(t))) * h1(t) * h2(t)) - y(t) * g1(t)) * h3(t)$$

$$e2(t) = e1(t) * h1(t) * h2(t)$$

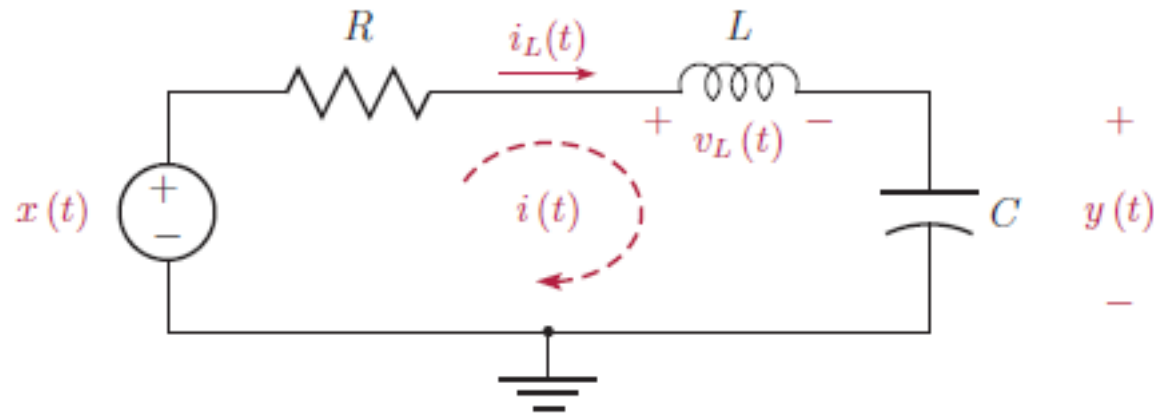
$$h(t) = \frac{h1(t) * h2(t) * h3(t)}{1 + g1(t) * h3(t) + (g1(t) + g2(t)) * h1(t) * h2(t) * h3(t)}$$

$$e3(t) = e2(t) - y(t) * g1(t)$$

$$e1(t) = x(t) - y(t) * (g2(t) + g1(t))$$

$$H(w) = \frac{H1(w)H2(w)H3(w)}{1 + G1(w)H3(w) + (G1(w) + G2(w))H1(w)H2(w)H3(w)}$$

$$y(t) = e3(t) * h3(t)$$

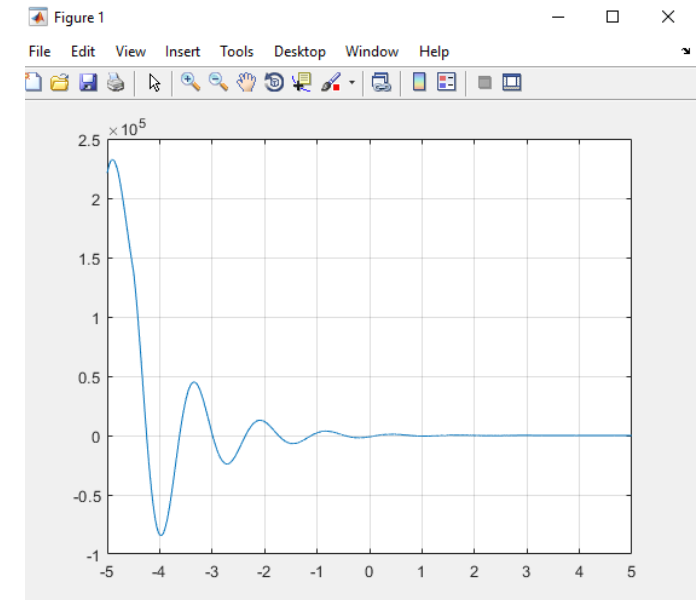


$$h(t) = 5.2e^{-t} \sin(5t)$$

$$x(t) = \text{rect}(t)$$

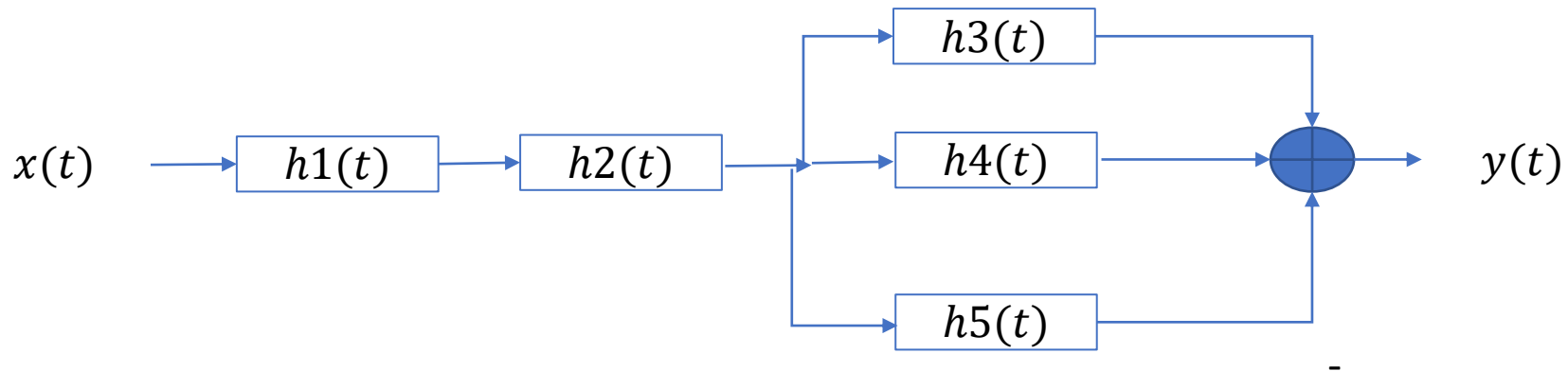
Convolution in MATLAB

```
t = -5:0.001:5;
h = 5.2*exp(-t).*sin(5*t);
x = rectpuls(t)
y = conv(h,x, 'same');
plot (t,y)
grid on
```



Convolution product

لديك المخطط الصندوقي يمثل جملاً مربوطة ربطاً تفرعياً وتسلسلياً:
 ١- الاستجابة النبضية الكلية بالحل الرياضي
 ٢- إشارة الخرج باستخدام ماتلاب عندما يكون الدخل هو:



$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{3T}\right)$$

$$h_1(t) = h_4(t) = \delta(t)$$

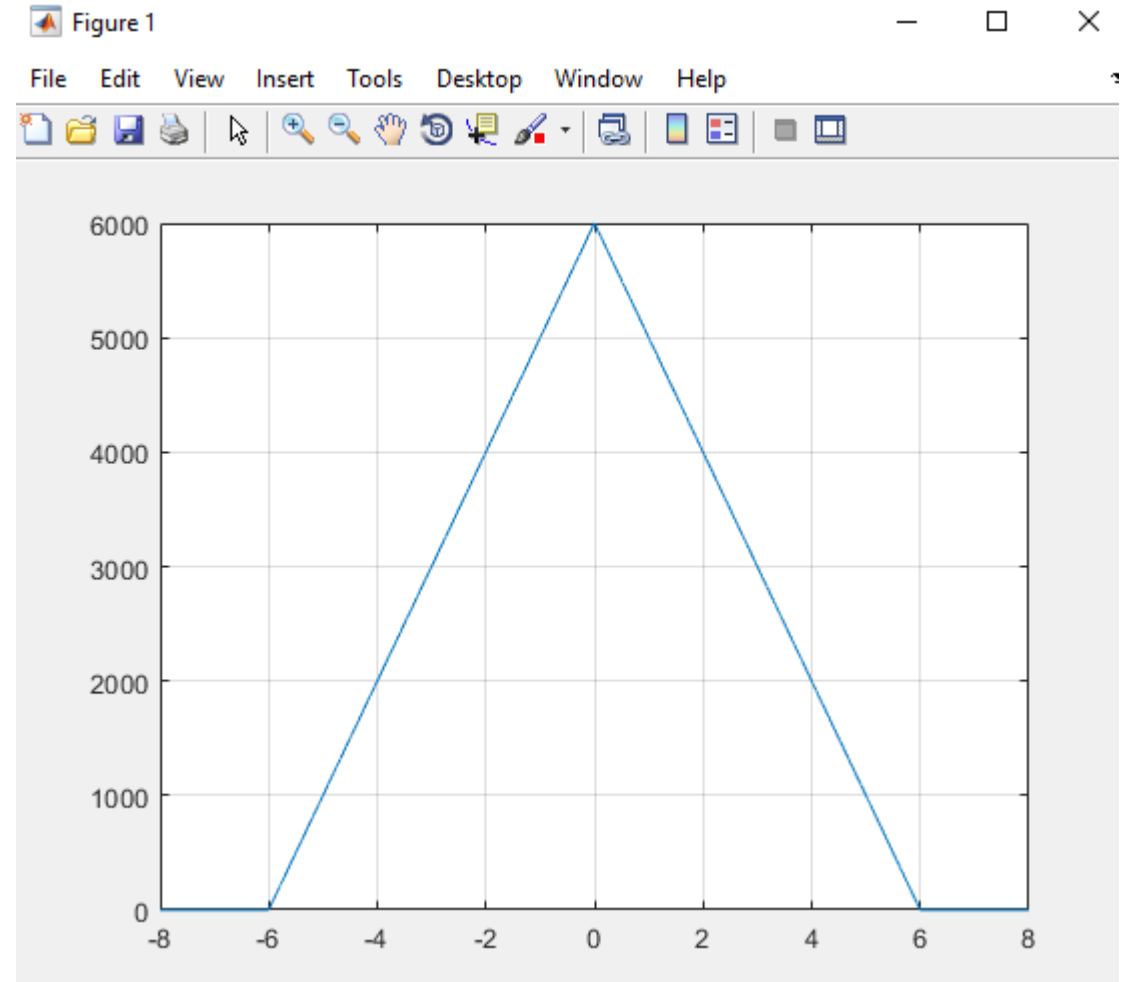
$$h_3(t) = \delta(t - T)$$

$$h_5(t) = \delta(t + T)$$

$$h_2(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

يطلب الحل ضمن الجلسة

```
t= -8:0.001:8;  
h2_1 = rectpuls(t-2, 2);  
h2 = rectpuls (t,2);  
h2_2 = rectpuls(t+2, 2);  
h_total = h2_1+h2 +h2_2;  
x = rectpuls(t, 6);  
y = conv (x,h_total, 'same' );  
plot (t ,y )  
grid on
```





The End