

إيجاد الإجهادات في المقاطع العرضية التي لها محور تناظر واحد على الأقل

٢. إجهادات مماسية مترافقة مع عزوم انعطاف (قص انعطافي):

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z}{I_z \cdot b}$$

ناتجة عن قوة قص Q_y



$$\tau = \frac{Q_z \cdot S_y}{I_y \cdot b}$$

ناتجة عن قوة قص Q_z

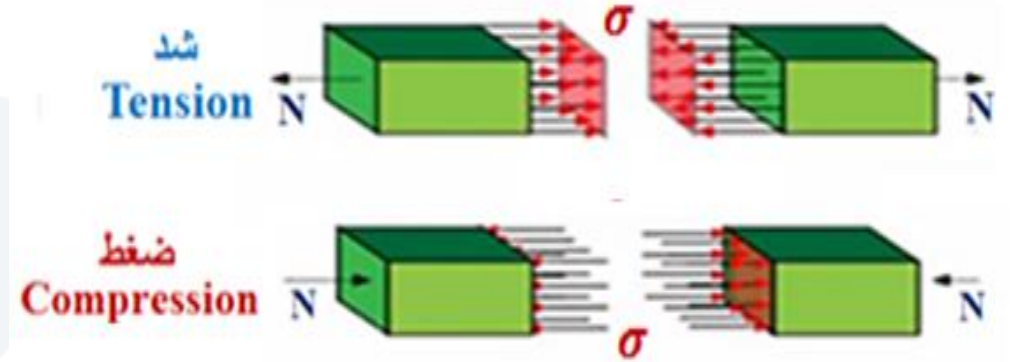
$$\tau = \frac{M_t \cdot r}{I_p}$$

ناتجة عن عزم فتل M_t
(للمقاطع الدورانية)

تجمع الإجهادات المماسية جمعاً شعاعياً

يعتمد توزيع هذه الإجهادات على المقطع العرضي على نوع القوى الداخلية المتولدة في المقطع وعلى الشكل الهندسي للمقطع.

١. إجهادات ناظرية:



$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

ناتجة	ناتجة	ناتجة عن
عن قوة	عن عزم	عزم
ناظرية	انعطاف	انعطاف
N	M_z	M_y

مثال

للجائز المبين بالشكل، يطلب:

رسم مخطط الإجهادات الناعمية عند النقطة B.

رسم مخطط الإجهادات المماسية عند النقطة B.

الحل:

إيجاد ردود الأفعال:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -300(2) + V_B(4) - 100(6) = 0 \rightarrow V_B = 300 \text{ kN.m}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 300 + V_A - 300 - 100 = 0 \rightarrow V_A = 100 \text{ kN}$$

نوجد أولاً مركز الثقل وعزم العطالة للمقطع العرضي

$$\bar{y}_c = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot A_i}{\sum A_i}$$

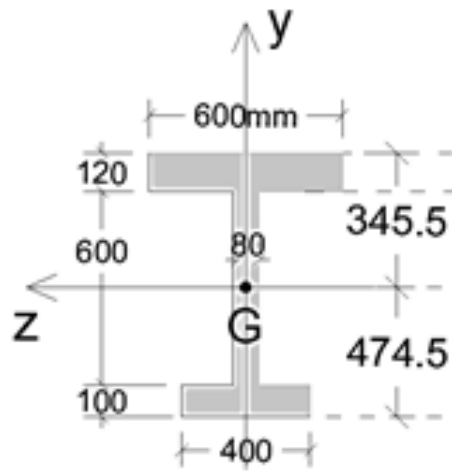
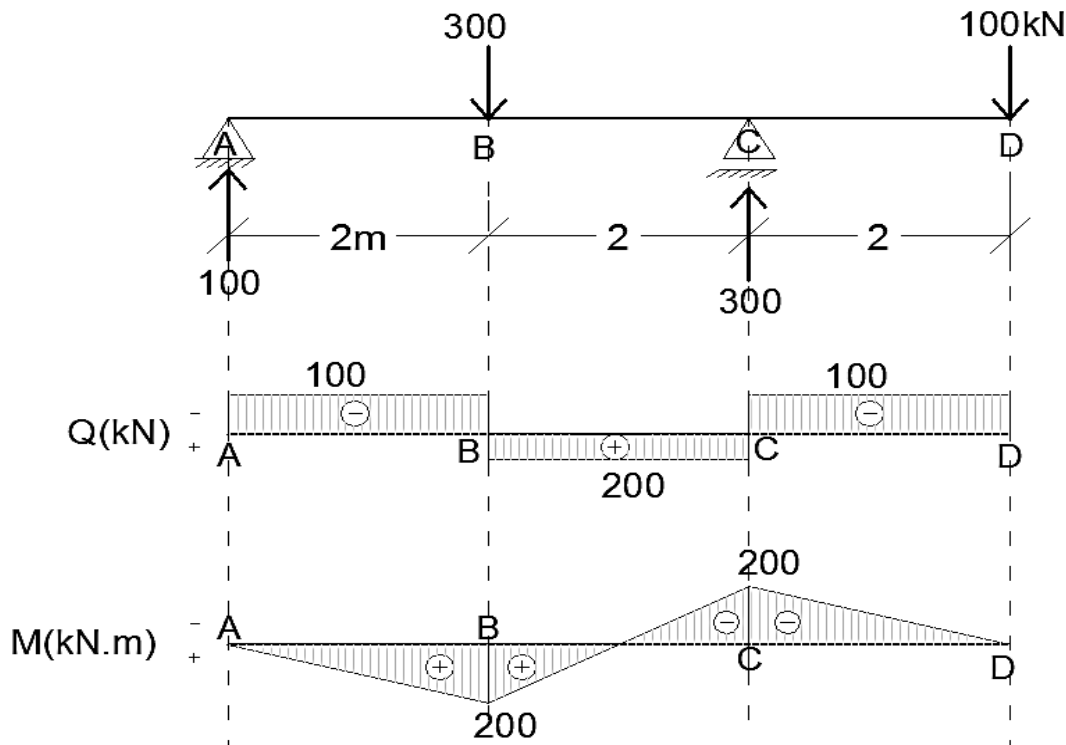
$$= \frac{(600)(120)(820 - 60) + (80)(600)(100 + 300) + (400)(100)(50)}{(600)(120) + (80)(600) + (400)(100)}$$

$$\rightarrow \bar{y}_c = 474.5 \text{ mm}$$

$$I_z = \frac{600 \times 120^3}{12} + 600 \times 120(345.5 - 60)^2 + \frac{80 \times 600^3}{12} + 80$$

$$\times 600 \left(474.5 - 100 - \frac{600}{2} \right)^2 + \frac{400 \times 100^3}{12} + 400$$

$$\times 100(475.5 - 50)^2 \rightarrow I_z = 1.49 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$



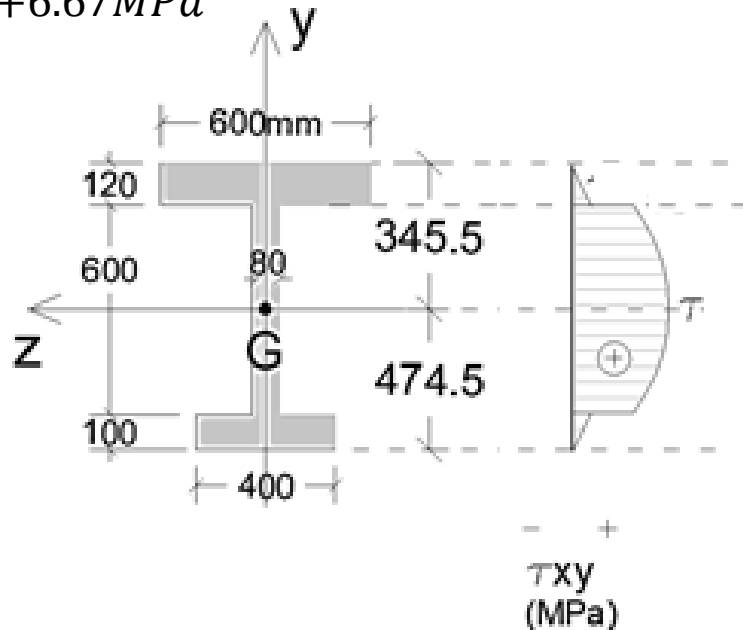
إيجاد الإجهادات المماسية عند النقطة B

$$Q_B = +200\text{kN}$$

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z}{I_z \cdot b} = \frac{200 \times 10^3}{1.49 \times 10^{10}} \frac{S_z}{b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_z = 600 \times 120(345.5 - 60) + 80 \left(\frac{345.5 - 120}{2} \right)^2 = \text{mm}^3 \\ b = 80\text{mm} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \tau = +6.67\text{MPa}$$



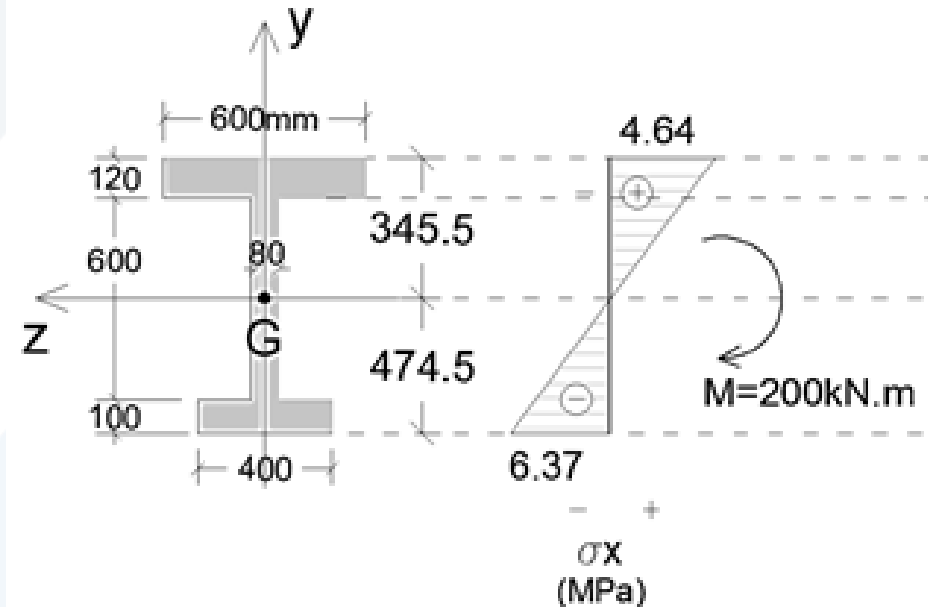
الإجهادات الناعمية عند النقطة B

$$M_{max}^+ = 200\text{kN.m}$$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} y = \frac{200 \times 10^6}{1.49 \times 10^{10}} y = 0.0134y$$

$$y_1 = 345.5\text{mm} \rightarrow \sigma_1 = 0.01344y = 4.64\text{MPa}$$

$$y_2 = 474.5\text{mm} \rightarrow \sigma_2 = 0.01344y = 6.37\text{MPa}$$



مثال

للجائز الميئين بالشكل، يطلب:

١- رسم مخطط الإجهادات الناظمية الأعظمية.

٢- رسم مخطط الإجهادات المماسية الأعظمية.

الحل:

إيجاد ردود الأفعال:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 20(1.5) + 20(3.5) + 30 = V_B(5) \rightarrow V_B = 26kN$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 26 - 20 - 20 + V_A = 0 \rightarrow V_A = 14kN$$

إيجاد الخصائص الهندسية للمقطع العرضي:

نوجد أولاً مركز الثقل

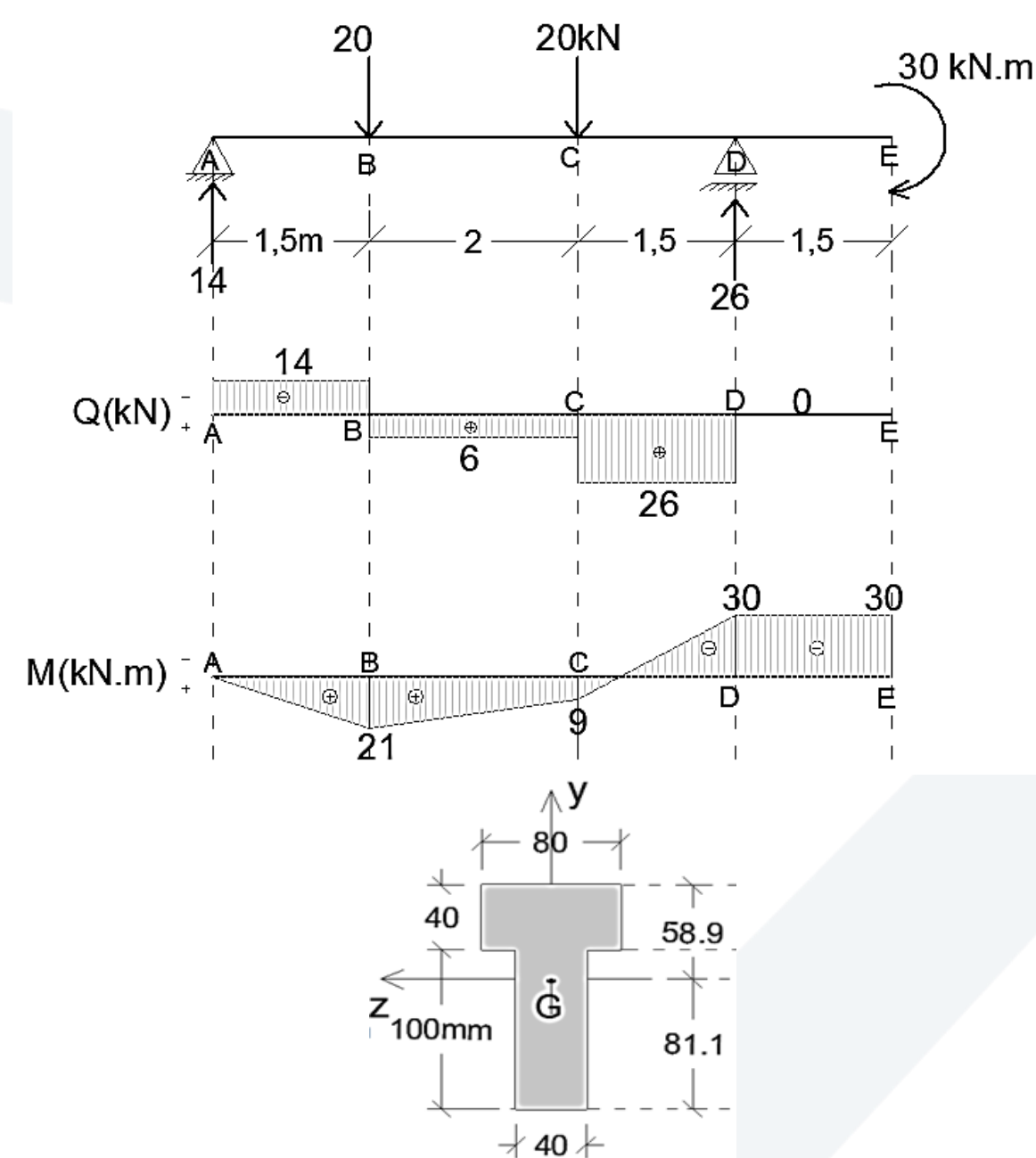
$$\bar{y}_c = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{(80)(40)(100 + 20) + (40)(100)(50)}{(80)(40) + (40)(100)}$$

$$\rightarrow \bar{y}_c = 81.1mm$$

عزم العطالة للمقطع العرضي

$$I_z = \frac{80 \times 40^3}{12} + 80 \times 40(58.9 - 20)^2 + \frac{40 \times 100^3}{12} + 40 \times 100(81.1 - 50)^2$$

$$\rightarrow I_z = 12.47 \times 10^6 mm^4$$



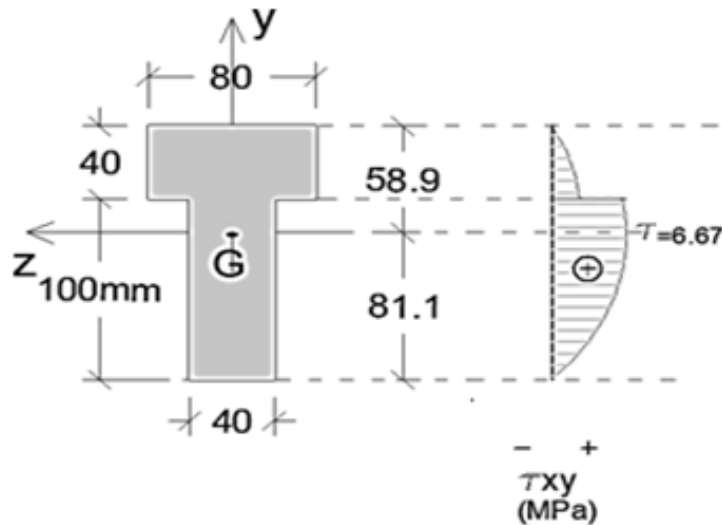
$Q_{max}^+ = +26kN$ إيجاد الإجهادات المماسية عند القص الأعظمي



$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z}{I_z \cdot b} = \frac{26 \times 10^3}{12.47 \times 10^6} \frac{S_z}{b} = 2.085 \times 10^{-3} \frac{S_z}{b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_z = 12448 + (58.9 - 40) \times 40 \left(\frac{58.9 - 40}{2} \right) = 128052.1 \text{mm}^3 \\ b = 400 \text{mm} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \tau = 2.085 \times 10^{-3} \frac{124480}{40} = 6.67 \text{MPa}$$



الإجهادات الناعمية الموافقة للعزم الأعظمي الموجب $M_{max}^+ = 21kN.m$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} y = \frac{+21 \times 10^6}{12.47 \times 10^6} y = 1.684y$$

$$y_1 = 58.9 \text{mm} \rightarrow \sigma_1 = 1.684(58.9) = 99.18 \text{MPa}$$

$$y_2 = 81.1 \text{mm} \rightarrow \sigma_2 = 1.684(81.1) = +136.57 \text{MPa}$$

الإجهادات الناعمية الموافقة للعزم الأعظمي السالب $M_{max}^- = 30kN.m$

$$\sigma_x = \frac{M_z}{I_z} y = \frac{30 \times 10^6}{12.47 \times 10^6} y = 2.4y$$

$$y_1 = 58.9 \text{mm} \rightarrow \sigma_1 = 2.4y = 2.4(58.9) = 141.7 \text{MPa}$$

$$y_2 = 81.1 \text{mm} \rightarrow \sigma_2 = 2.4y = 2.4(81.1) = 195.1 \text{MPa}$$

