الإحصاء والاحتمالات– المحاضرة التاسعة

Statistics and probabilities– Lecture 9

Dr Fadi KHALIL

Doctor lecturer in statistics and programing

2021

في هذه المحاضرة سيتم التطرق لـ

- استخدام التقنيات الإحصائية في مراقبة الجودة **Statistical control quality**
- مخطط التحكم أو مخطط مراقبة الجودة **Introduction for control chart**

11- استخدام التقنيات الإحصائية في مراقبة الجودة Statistical control quality:

تعتبر جودة المنتج والخدمة عامل مهم في معظم الأعمال وهي في أغلب الأحيان تملك نفس أهمية التكلفة بالنسبة للمستهلك. والجودة تعني ملاءمة الاستخدام (Fitness for use) سواء من ناحية جودة التصميم (quality of design) وجودة المطابقة (quality of conformance). جودة التصميم تعبر عن المستويات المختلفة من الأداء، الموثوقية، وقابلية الخدمة، إضافة للعديد من الوظائف التي تعود لقرارات هندسية وإدارية. بينما تعبر جودة المطابقة عن التخفيض المدروس في الاختلاف (variability) والعيوب (defects) بحيث يكون كل منتج مطابق تماماً للمنتج الآخر ولا يحوي أي عيوب.

كذلك إنّ تحسين الجودة (quality improvement) تتضمن أيضاً جودة التصميم من ناحية معرفة متطلبات الزبون، والتخفيض المدروس للهدر (إعادة التصنيع، الاختبار، الأخطاء في الخطط، وطلبات الشراء، وتكاليف الكفالة) والتي من الممكن تنفيذها وتلافيها من المرة الأولى. والتحسين الناجح للجودة يتضمن استبعاد الهدر وتخفيض التكلفة، وزيادة رضا الزبائن، ..

في هذا السياق، الطرق الإحصائية تلعب دوراً حيوياً في القياس، المراقبة، التحكم، وتحسين الجودة وفي تصميم المنتج وعملية التصنيع وتخفيف الاختلاف variability في المنتج. وفي الواقع من غير السهل دراسة الجودة في أحد المنتجات. فمن المفترض أنَ المنتج يتم تصميمه بداية بشكل جيَد، بعدها فإنّ عملية التصنيع يجب أن تكون مستقرة، قابلة للإعادة، مع إمكانية اختلاف (variability) أبعاد المنتج الموضوعة. هذه النقاط تشكل مقاييس لجودة المنتج أو العملية وهو ما يسمى المراقبة الإحصائية للعملية statistical process control (SPC). ومن أهم أدواتها هو المدرج التكراري Histogram، مخطط باريتو Pareto chart[1]، مخطط الانتشار scatter diagram، و خرائط المراقبة control charts. وسيتم في هذا المبحث عرض مقدمة عن خرائط المراقبة.

11- 1- مقدمة عن خرائط مراقبة الجودة Introduction for control chart:

تتضمن كل عملية تصنيع بعض التغير العشوائي في المخرجات التي تنتجها، ومهما كانت عملية مراقبة العملية صارمة ، فإنّه سيكون هناك دائمًا بعض الاختلاف أو التباين variability بين العناصر المنتجة. يسمى هذا الاختلاف تباين الصدفة ويعتبر متأصلًا في العملية وناتجاً عن مجموعة الانحرافات الصغيرة الناتجة عن أسباب لا يمكن تجنبها (chance causes) ويكون تأثيرها على أداء العملية مقبولاً.

وبالمقابل ، هناك نوع آخر من الاختلاف يظهر في بعض الأحيان. هذا الاختلاف يرجع إلى سبب معين أو مخصص (assignable causes) وعادة ما ينتج عنه تأثير سلبي على جودة العناصر المنتجة. على سبيل المثال، قد يكون هذا الاختلاف ناتجًا عن ثلاثة أسباب رئيسية، إعداد خاطئ للآلة، أو بسبب رداءة جودة المواد الخام

[1] مخطط باريتو Pareto hart يستخدم بشكل واسع في قياس الجودة وهو عبارة عن مخطط يرتب تكرارات الأخطاء في المنتج frequeny of defetcs ويعرضها على شكل أعمدة Bars بحيث يكون العود الأول هو الخطأ الأكثر تكراراً.

المستخدمة ، أو بسبب أخطاء في العملية (برنامج غير صحيح ، أو خطأ بشري) ، أو لأسباب أخرى كثيرة. هذه الاختلافات (variability) تكون غالباً كبيرة وتكون لها آثار سلبية غير مقبولة على أداء العملية.

عموماً، عندما يكون الاختلاف الوحيد الحالي بسبب الصدفة ، وليس بسبب سبب قابل للتخصيص ، فإننا نقول إن العملية تحت السيطرة ، وبالتالي، المشكلة الرئيسية هي تحديد ما إذا كانت العملية داخل أو خارجة عن السيطرة.

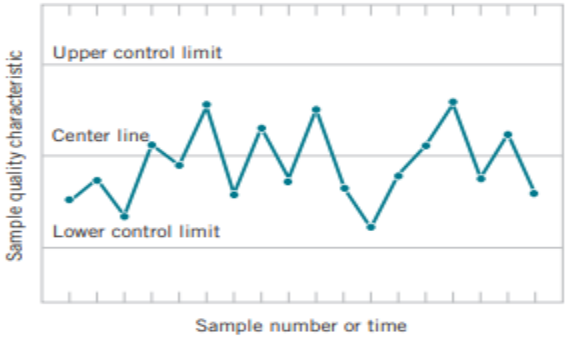
يمكن تحديد ما إذا كانت العملية داخل أو خارج نطاق السيطرة خلال استخدام خرائط المراقبة أو مخطط التحكم، والتي يتم تحديدها من خلال رقمين، حد التحكم العلوي (UCL) وحد التحكم السفلي (LCL). وفيما يأتي سيتم عرض أحد أنواع خرائط التحكم وهو مخطط $\bar{X}$ أو $\bar{X}\ control\ chart$، وهو ما يشكل تمهيد لأنواع اكثر تطوراً من خرائط مراقبة الجودة من الممكن أن يتم التعرف عليها مستقبلاً.

ولإعداد هذا المخطط ، يتم تقسيم البيانات الناتجة عن عملية التصنيع إلى مجموعات فرعية (subgroups) بحيث يتم بيانات كل مجموعة فرعية في نفس اليوم أو الفترة الزمنية، او في نفس خط الإنتاج. ويتم حساب مقاييس المجموعات الفرعية ، مثل متوسط المجموعة الفرعية arithmetic mean والانحراف المعياري للمجموعة الفرعية standard deviation. بالتالي عندما لا يقع مقياس المجموعة الفرعية ضمن حد التحكم العلوي والسفلي ، فعندها تكون العملية خارجة عن السيطرة.

مخطط مراقبة الجودة النموذجي لخصائص المنتج يمكن عرضه عبر الزمن (over time) أو عبر العينات (sample number)، وغالباً ما تكون العينات مأخوذة خلال فترات زمنية قصيرة (دقائق، أو ساعات، ...). ويتضمن المخطط:

- خط المركز central line وهو يمثل متوسط القيم عن خصائص جودة المنتج quality characteristics product (مثل، الوزن، الطول، زمن الأداء، قوة الجهد، كمية الاستهلاك، ...) والتي تعبر عن خط التحكم بحيث لا يوجد إلّا الانحرافات الناتجة عن الصدفة،
- خطين أفقيين ويطلقان عليهما الحد العلوي upper control line (UCL) والحد السفلي lower control line (LCL)، ويمكن تحديد هذين الخطين بحيث أنّه عندما تكون العملية تحت السيطرة (process is in control) فإنّ كل مقاييس خصائص الجودة تقع ضمنهما وعندما تكون العملية خارج السيطرة (process is out of control) فإنّ هذه المقاييس تقع خارجهما.

وهذا ما هو موضح بالشكل الآتي:



كذلك عندما العملية تحت السيطرة (is control) فإنّ المواد أو العناصر المصنعة أو المنتجة تملك خصائص مستقلة (الوزن، اللون، الأداء، المقاومة، كمية الاستهلاك، المتانة ....) بحيث يمكن تمثيل كل خاصية عن طريق متغيرات عشوائية بمتوسط μ وتباين σ^2 كل منها خاضع للتوزيع الإحتمالي الطبيعي (أي تملك خصائص طبيعية) . وبفرض أنّه بسبب بعض الظروف الخاصة أصبحت العملية خارج السيطرة (out of control) وهذا ما أدى إلى إنتاج أو تصنيع مخرجات بتوزيعات احتمالية مختلفة (خارجة عن الشروط أو الخصائص الاعتيادية) وهذا ما يُسمّى بالاختلافات (variability) لأسباب ليست ناتجة عن الصدفة او ما يعرف بالأسباب القابة للتخصيص (assignable causes) . حينها سيكون من الضروري تحديد مكان وزمن هذا الانحراف غير الاعتيادي من أجل إيقاف العملية وتصحيح الأخطاء.

ليكن X_1، X_2، X_3، .... متغيرات عشوائية تعبر عن خصائص لمجموعة المواد المصنّعة. ولتحديد متى تكون العملية خارج السيطرة، يتم بداية تقسيم البيانات إلى مجموعات فرعية بحجوم ثابتة يرمز لها n. ويتم اختيار n بحيث أنّ المواد أو المنتجات الموجودة في كل مجموعة فرعية مصنعة يتم اختيارها في نفس اليوم، أو في نفس خط الإنتاج، أو نفس الإعدادات. بعبارة أخرى يتم تحديد n بحيث يكون من المرجّح أن يكون سبب التغير في الخصائص ناتج عن الاختلاف بين المجموعات الفرعية وليس بسبب الاختلاف داخل المجموعة الفرعية بحد ذاتها. عموما غالباً ما تكون القيم النموذجية لـ n هي 4، 5، أو 6.

وبفرض أنّه تمّ اختيار 3 مجموعات فرعية وأنّ $i = 1, 2, \ldots$، $\bar{X}_i$ تعبر عن المتوسط الحسابي في المجموعة الفرعية i.

$$\bar{X}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \cdots X_n}{n}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{X_{n+1} + X_{n+2} + \cdots X_{2n}}{n}$$

$$\bar{X}_3 = \frac{X_{2n+1} + X_{2n+2} + \cdots X_{3n}}{n}$$

وعندما تكون العملية تحت السيطرة in control كل مجموعة فرعية تملك متوسط μ وتباين σ^2، وبالتالي يكون التوقع $E(\bar{X}_i) = \mu$، و $Var(\bar{X}_i) = \frac{\sigma^2}{n}$ وبالتالي فإنّ القيمة المعيارية:

$$Z = \frac{\bar{X}_i - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \sqrt{n}\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma}$$

تخضع للتوزيع الطبيعي المعياري.

ومن خصائص هذ التوزيع أنّ قيمه دائماً تخضع في المجال *[-3, +3]*، أي :

$$-3 < \sqrt{n}\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma} < +3$$

$$-3 < Z < +3$$

بمعنى آخر أنّ $p(-3 < Z < +3) = 0.9973$

بالتالي عندما تكون العملية تحت السيطرة *in control* أي تملك خصائص طبيعية وإذا تمّ حساب المتوسط μ والتباين $\frac{\sigma^2}{n}$ لخصائص المواد المصنعة. فإنّ

$$-3 < \sqrt{n}\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma} < +3$$

$$\mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}_i < \mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

والحد العلوي $UCL = \mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$

أمّا الحد السفلي $LCL = \mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$

بالتالي فإنّ مخطط مراقبة الجودة يتم تصميمه لاكتشاف التغير في متوسط خصائص المواد المنتجة، بحيث يتم التصريح بأنّ عملية الإنتاج هي خارج السيطرة في أول مرة لا يقع فيها $\bar{X}_i$ بين UCL، و LCL.

مثال :

تقوم شركة مصنعة بتصنيع أعمدة فولاذية ذات أقطار بمقاسات تملك توزيع طبيعي معياري بمتوسط $\mu = 3\ mm$ وانحراف معياري $\sigma = 0.1\ mm$ ، فإذا تمّ اختيار أربع عينات أفضت عن القياسات الآتية:

Sample	$\overline{X}$	Sample	$\overline{X}$
1	3.01	6	3.02
2	2.97	7	3.10
3	3.12	8	3.14
4	2.99	9	3.09
5	3.03	10	3.20

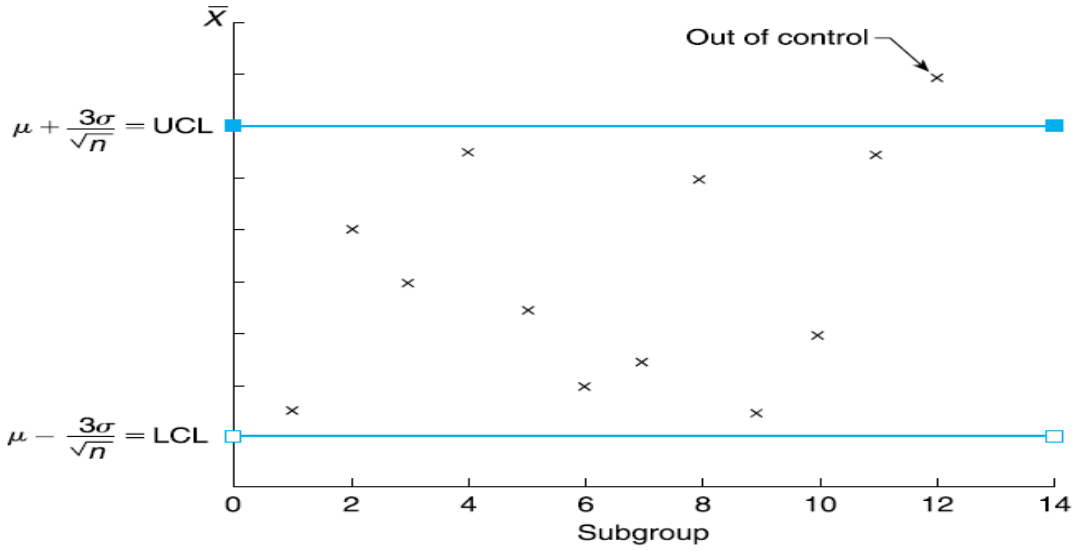
فما هي النتائج المشتقة من هذه القياسات؟

عندما تكون عملية التصنيع تحت السيطرة in control تملك الأقطار متوسط حسابي $\mu = 3\ mm$، و انحراف معياري $\sigma = 0.1\ mm$ وبما إنّ عدد العينات تساوي $n = 4$، فإنّ حدود التحكم العلوي upper central line والسفلي Lower central line :

$$UCL = \mu + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = 3 + \frac{3 * 0.1}{\sqrt{4}} = 3.15$$

$$LCL = \mu - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = 3 - \frac{3 * 0.1}{\sqrt{4}} = 2.85$$

وهو ما يمكن تمثيله بالمخطط الآتي:



يلاحظ أنّ العينة العاشرة تقع خارج الحد العلوي، وعلى ما يبدو أنّ هناك سبب ما للاشتباه بأنّ قياس قطر العمود الفولاذي يختلف عن المتوسط $\mu = 3$