المحاضرة الأولى والثانية

مقرر نظم التحكم

كلية الهندسة قسم الميكاترونيك جامعة المنارة

مفهوم أنظمة التحكم (تعاريف ومصطلحات)

مدرس المقرر

الدكتور نسمت أبو طبق

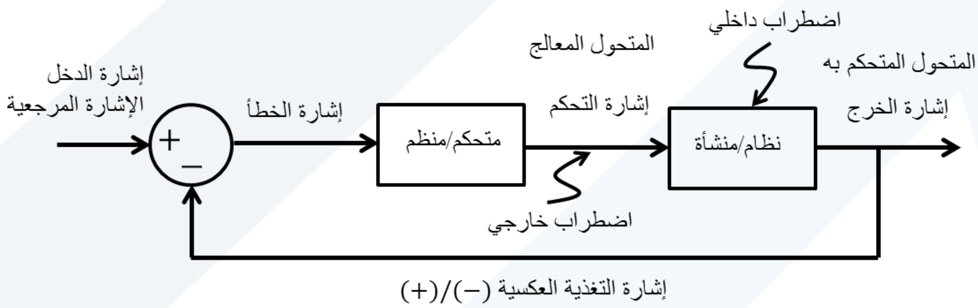
مفهوم أنظمة التحكم (تعاريف ومصطلحات)

مقدمة:

تعتبر الأجهزة والمنشآت المستخدمة في حياتنا اليومية هامة ولكن الأهم هو جعل هذه التجهيزات تقوم بأداء مرغوب من المستثمر ولا تعمل بشكل عشوائي. فالمستثمر يستطيع السيطرة على السلوك الديناميكي لهذه الأنظمة من أجل إتمام عملية انتاجية معينة كما في المصانع مثلاً. للسيطرة والتحكم بهذه الأنظمة لابد من استخدام ما يسمى بالمتحكمات. يعتبر تكوين المتحكمات وتصميمها المحور الرئيسي في مجال دراسة نظرية التحكم الآلي.

المخطط الصندوقي لنظام تحكمي:

يبين المخطط الصندوقي الوظيفي في الشكل (1) المكونات الأساسية لنظام تحكم بتغذية عكسية مع تسمية الإشارات الداخلة والخارجة.



الشكل (1) المخطط الصندوقي لنظام تحكمي

أنواع أنظمة التحكم:

تقسم أنظمة التحكم حسب نوع الحلقة إلى:

أنظمة التحكم ذات الحلقة المفتوحة:

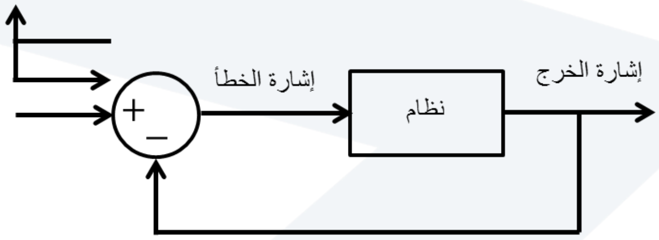
كمثال عليها التحكم بدرجة حرارة فرن عن طريق مقاومة متغيرة يدوياً ويمثل بالمخطط التالي:

الشكل (2) المخطط الصندوقي لحلقة مفتوحة

أنظمة التحكم ذات الحلقة المغلقة:

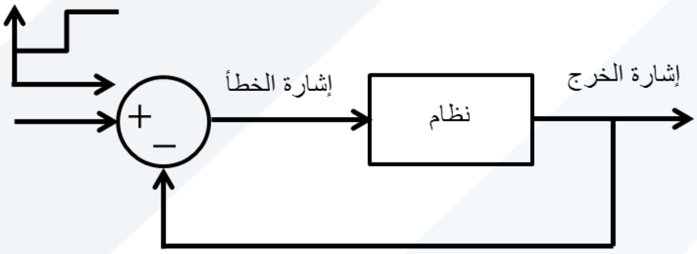
وهي الأنظمة التي تعاد فيها إشارة الخرج لتقارن مع إشارة الدخل لذلك تسمى بحلقة مغلقة أو أنظمة ذات تغذية عكسية سالبة. وتقسم بدورها إلى أنظمة التنظيم (Regulation) وأنظمة التحكم (Control).

أنظمة التنظيم: تكون إشارة المرجع ثابتة ويطلب تثبيت الخرج عليها كما في الشكل (3). مثلاً تثبيت سرعة دوران محرك مهما تغير العزم على محوره.



الشكل (3) نظام تحكمي للتنظيم

أنظمة التحكم: تكون إشارة المرجع متغيرة ويطلب تتبع الخرج للمرجع كما في الشكل (3). مثلاً تغيير سرعة المحرك حسب مرجع محدد سلفاً.



الشكل (4) نظام تحكمي للتحكم

تحويلات لابلاس وخواصها

مقدمة:

للتعامل مع الأنظمة الفيزيائية يتم إيجاد النموذج الرياضي لكل منها. النماذج الرياضية هي معادلات رياضية تفاضلية تصف السلوك الديناميكي للنظام الفيزيائي وتربط بين متحولات الخرج والدخل. إن إيجاد خرج النظام كتابع لدخله يعني حل المعادلات التفاضلية التي تربط بين الدخل والخرج من أجل دخل معين أو شروط ابتدائية معينة.

بما أن حل المعادلات التفاضلية موضوع معقد وصعب ولذلك ولتسهيل الحل يتم اللجوء إلى وسيلة رياضية تؤمن الحصول على الحل بشكل أبسط. فلدينا مثلاً تحويلات لابلاس للأنظمة المستمرة زمنياً (في الزمن المستمر) وتحويلات Z للأنظمة المتقطعة زمنياً.

مراجعة تحويلات لابلاس:

تعريف تحويل لابلاس:

يعطى تحويل لابلاس لتابع بالعلاقة التالية:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathrm{F(s)} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

s: متحول لابلاس.

t: الزمن.

$f(t)$: التابع الزمني الذي تحويل لابلاس له هو F(s).

تحويل لابلاس العكسي:

$$\mathcal{L}^{-1}[\mathrm{F(s)}] = f(t)$$

تحويل لابلاس لبعض التوابع الشهيرة:

هناك بعض التوابع المستخدمة كثيراً في أنظمة التحكم من أجل اختبار أداء الأنظمة ومنها تابع الخطوة وتابع الانحدار وغيرها.

التابع الأسي $Ae^{-\propto t}$:

يعطى التابع الأسي بالعلاقة:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 & t &< 0 \\ &= Ae^{-\propto t} & t &\geq 0 \end{aligned} \qquad A, \propto \text{ ثوابت}$$

بتطبيق القانون نحصل على:

$$\mathcal{L}[Ae^{-\propto t}] = \mathrm{F(s)} = \int_0^\infty Ae^{-\propto t}e^{-st}dt = A\int_0^\infty e^{-(\propto+s)t}dt = A\left[-\frac{1}{\propto+s}e^{-(\propto+s)t}\right]_0^\infty$$

$$= A\left[0 + \frac{1}{\propto+s}\right] = \frac{A}{s+\propto}$$

تابع الخطوة

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 & t &< 0 \\ &= A & t &\geq 0 \end{aligned} \qquad A, \text{ ثابت}$$

بتطبيق القانون نحصل على:

$$\mathcal{L}[A] = \mathrm{F(s)} = \int_0^\infty Ae^{-st}dt = A\int_0^\infty e^{-st}dt = A\left[-\frac{1}{s}e^{-st}\right]_0^\infty$$

$$= A\left[0 + \frac{1}{s}\right] = \frac{A}{s}$$

في تابع الخطوة الواحدي يكون $A = 1$.

تابع الانحدار $A.t$:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 & t &< 0 \\ &= A.t & t &\geq 0 \end{aligned} \qquad A, \text{ ثابت}$$

بتطبيق القانون نحصل على:

$$\mathcal{L}[A.t] = \mathrm{F(s)} = \int_0^\infty A.t.e^{-st}dt = A\frac{1}{s^2}$$

في تابع الانحدار الواحدي يكون $A = 1$.

تم الحصول على النتيجة السابقة عن طريق تكامل بالتجزئة كما يلي:

$$\int u dv = u.v - \int v du\,, \qquad dv = e^{-st}dt, v = At$$

تم وضع تحويلات لابلاس للتوابع الشهيرة في جداول تحويلات لابلاس يظهر فيها التابع في المستوى الزمني ومقابله في المستوى اللابلاسي.

خواص تحويلات لابلاس:

تفيد خواص تحويل لابلاس في إيجاد تحويل لابلاس لتوابع غير شهيرة بمعرفة تحويل لابلاس للتوابع الشهيرة. وصنفت أيضاً خواص تحويل لابلاس في جداول فمثلاً:

الخطية:

$$\mathcal{L}[Af(t)] = \mathrm{AF(s)}$$

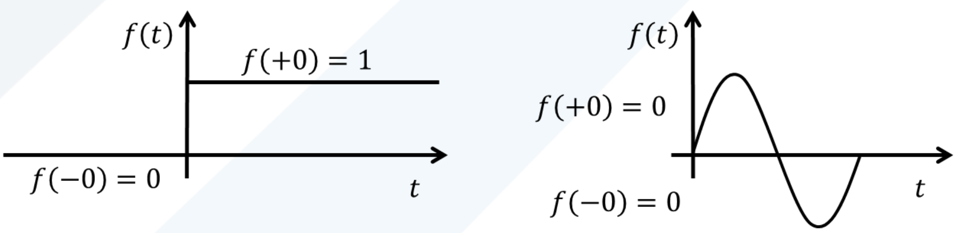
التراكم:

$$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = \mathrm{F_1(s) + F_2(s)}$$

التفاضل:

$$\mathcal{L} \mp \left[\frac{d}{dt} f(t)\right] = \mathrm{sF(s)} - f(\mp 0)$$

$f(\mp 0)$: قيمة التابع قبيل وبعيد الصفر أحياناً تكون مختلفة.



الشكل (5) القيم الابتدائية لتابع

$$\mathcal{L} \mp \left[\frac{d_2}{dt^2} f(t)\right] = \mathrm{s^2F(s)} - \mathrm{s}f(\mp 0) - \acute{f}(\mp 0)$$

$\acute{f}(\mp 0)$: قيمة المشتق من المرتبة الأولى.

التكامل:

$$\mathcal{L}\left[\left|\int_0^t f(t)dt\right|\right] = \frac{\mathrm{F(s)}}{\mathrm{s}}$$

الضرب بتابع أسي $e^{-\propto t}$:

$$\mathcal{L}[e^{-\propto t} f(t)] = \mathrm{F(s{+}\propto)}$$

الضرب بـ t:

$$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{\mathrm{dF(s)}}{\mathrm{ds}}$$

$$\mathcal{L}[t^2 f(t)] = -\frac{\mathrm{d_2F(s)}}{\mathrm{ds^2}}$$

مثال:

أوجد تحويل لابلاس لـ t:

$$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{\mathrm{dF(s)}}{\mathrm{ds}}, \quad f(t) = 1, \qquad \mathrm{F(s)} = \frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$\mathcal{L}[t] = -\frac{\mathrm{dF(s)}}{\mathrm{ds}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{ds}}\frac{1}{\mathrm{s}} = \frac{1}{\mathrm{s^2}}$$

طرق إيجاد تحويل لابلاس العكسي:

يستخدم تحويل لابلاس العكسي للعودة من المستوى اللابلاسي إلى المستوى الزمني. أسهل طريقة لإيجاد تحويل لابلاس العكسي هي تجزئة التابع لتوابع معروف تحويل لابلاس العكسي لها من الجداول كما يلي:

$$\mathrm{F(s)} = \frac{B(\mathrm{s})}{A(\mathrm{s})} = \mathrm{F_1(s)} + \mathrm{F_2(s)} + \mathrm{F_3(s)} + \cdots \mathrm{F}_n\mathrm{(s)}$$

$\mathrm{F_1(s)}, \mathrm{F_2(s)}, \mathrm{F_3(s)}, \ldots \mathrm{F}_n\mathrm{(s)}$: مجموعة توابع معروف تحويل لابلاس لها.

مثال:

أوجد تحويل لابلاس العكسي للتابع:

$$\mathrm{F(s)} = \frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+1)(\mathrm{s}+2)}$$

الحل:

$$\mathrm{F(s)} = \frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+1)(\mathrm{s}+2)} = \frac{A}{(\mathrm{s}+1)} + \frac{B}{(\mathrm{s}+2)}$$

$$A = (\mathrm{s}+1)\frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+1)(\mathrm{s}+2)}\bigg|_{\mathrm{s}=-1} = \frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+2)}\bigg|_{\mathrm{s}=-1} = 2$$

$$B = (\mathrm{s}+2)\frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+1)(\mathrm{s}+2)}\bigg|_{\mathrm{s}=-2} = \frac{\mathrm{s}+3}{(\mathrm{s}+1)}\bigg|_{\mathrm{s}=-2} = -1$$

$$\mathcal{L}^{-1}[\mathrm{F(s)}] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(\mathrm{s}+1)}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-1}{(\mathrm{s}+2)}\right] = 2e^{-t} - e^{-2t}, t \geq 0$$

أوجد تحويل لابلاس العكسي للتابع:

$$F(s) = s + 2 + \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

الحل: يتم التجزئة كما في المثال السابق ثم نكتب:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \mathcal{L}^{-1}[s] + \mathcal{L}^{-1}[2] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s+1)}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-1}{(s+2)}\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\delta(t) + 2\delta(t) + 2e^{-t} - e^{-2t}, t \geq 0$$

$\delta(t)$: نبضة ديراك وهي تحويل لابلاس العكسي للـ 1.

حل المعادلات التفاضلية باستخدام تحويل لابلاس:

مثال:

أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية عند شروط ابتدائية معدومة.

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 3$$

$$x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

تحويل لابلاس للطرفين:

$$s^2X(s) + 2sX(s) + 5X(s) = \frac{3}{s}$$

$$X(s) = \frac{3}{s(s^2+2s+5)} = \frac{A}{s} + \frac{2B}{(s+1)^2+2^2} + \frac{C(s+1)}{(s+1)^2+2^2}$$

$$3 = A((s+1)^2+2^2) + 2Bs + Cs(s+1)$$

بالتبسيط وبالحل المشترك لثلاث معادلات:

$$3 = 5A$$

$$0 = A + C$$

$$0 = 2A + 2B + C$$

نحصل على:

$$A = \frac{3}{5}, B = -\frac{3}{10}, C = -\frac{3}{5}$$

وبالتالي:

$$X(s) = \frac{3}{s(s^2+2s+5)} = \frac{3}{5}\frac{1}{s} - \frac{3}{10}\frac{2}{(s+1)^2+2^2} - \frac{3}{5}\frac{(s+1)}{(s+1)^2+2^2}$$

تحويل لابلاس العكسي من الجداول:

$$x(t) = \frac{3}{5} - \frac{3}{10}e^{-t}\sin 2t - \frac{3}{5}e^{-t}\cos 2t, \qquad t \geq 0$$

استخدام MATLAB

يقدم برنامج MATLAB وسيلة برمجية سهلة التعامل وسريعة التنفيذ لحل مجموعة من الاجراءات الرياضية المفيدة في تطبيقات نظرية التحكم الآلي.

تفريق الكسور:

يمكن باستخدام MATLAB تحويل أي كسر إلى كسور مفرقة على النحو التالي:

الكسر أو التابع يملك الشكل العام التالي:

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b_0 s^n+b_1 s^{n-1}+\cdots b_{n-1}s+b_n}{s^n+a_1 s^{n-1}+\cdots a_{n-1}s+a_n}$$

سوف يتم تفريقه كما يلي:

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{r_1}{(s-p_1)}+\frac{r_2}{(s-p_2)}+\cdots+\frac{r_n}{(s-p_n)}+k(s)$$

p_n: الأقطاب.

r_n: الباقي.

$k(s)$: الحدود المباشرة.

للحصول على ما سبق يتم اتباع الخطوات التالية:

num=[$b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{n-1} \quad b_n$];

den=[1 $\quad a_1 \quad \cdots \quad a_{n-1} \quad a_n$];

[r,p,k]=residue(num,den)

حساب الأصفار والأقطاب والربح:

التابع معطي بالعلاقة:

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{4s^2+16s+12}{s^4+12s^3+24s^2+48s}$$

ويراد التعبير عنه بالعلاقة التالية:

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{K(s+z_1)(s+z_2)}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)(s+p_4)}$$

K: الربح.

$-z_i$: الأصفار وهي قيم s التي تعدم البسط.

$-p_i$: الأقطاب وهي قيم s التي تعدم المقام.

num=[4 16 12];

den=[1 12 24 28 0];

[z,p,K]=tf2zp(num,den)

تشكيل تابع النقل بمعرفة الأقطاب والأصفار والربح:

في هذه الحالة يعطى الربح والأصفار والأقطاب ويتم الحصول على التابع أو الكسر:

z=[−1   − 3];

p=[0   − 6   − 4   − 2];

K=4

[num, den]=tf2zp(z,p,K)

Sys=tf(num, den)

رسم مخطط الأصفار والأقطاب في المستوي العقدي:

pzmap(num, den)

النمذجة الرياضية للأنظمة الديناميكية

مقدمة:

يتم استبدال التجهيزات ومكوناتها بنماذجها الرياضية (معادلات رياضية واصفة)، الأنظمة المختلفة يمكن أن تمثل بنفس النموذج الرياضي، النموذج الرياضي ليس وحيداً لنفس النظام.

مفهوم تابع النقل:

تابع النقل هو النسبة بين تحويل لابلاس لخرج النظام وتحويل لابلاس لدخله عند شروط ابتدائية معدومة وهو يأخذ العلاقة العامة التالية:

$$G(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\cdots b_{m-1}s+b_m}{a_0 s^n+a_1 s^{n-1}+\cdots a_{n-1}s+a_n}$$

$G(s)$: تابع نقل من الدرجة (n) وهي أعلى أس بالمقام.

لاشتقاق تابع النقل لنظام ما:

- نكتب المعادلة التفاضلية للنظام.
- نوجد تحويل لابلاس للمعادلة التفاضلية بفرض جميع الشروط الابتدائية معدومة.
- نأخذ نسبة الخرج إلى الدخل والتي تسمى تابع النقل.

مثال:

أوجد تابع النقل للنظام المعطى بمعادلته التفاضلية:

$$J\frac{d_2\theta}{dt^2}=T$$

T: العزم.

θ: زاوية الموضع للدائر.

J: ثابت العطالة.

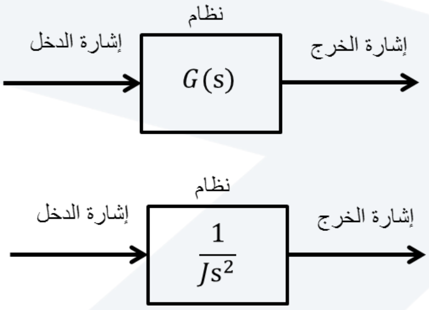
الحل:

نجري تحويل لابلاس للمعادلة السابقة:

$$Js^2\theta(s)=T(s)$$

$$G(s)=\frac{\theta(s)}{T(s)}=\frac{1}{Js^2}$$

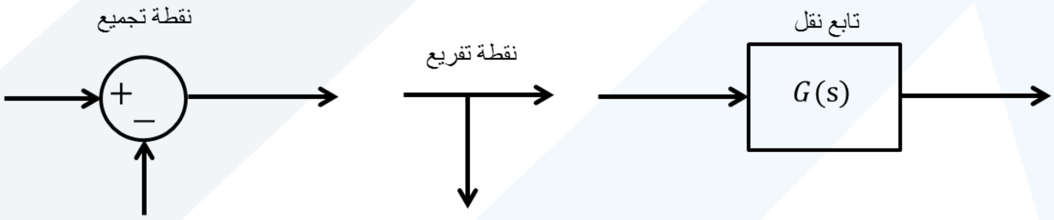
يمثل تابع النقل بمخطط صندوقي كما يلي:



الشكل (6) تمثيل التابع بمخطط صندوقي

المخططات الصندوقية:

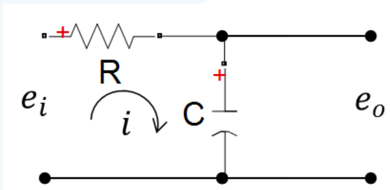
تتضمن المخططات الصندوقية الممثلة للأنظمة المركبة من مجموعة من الصناديق تمثل توابع نقل ونقاط تجميع ونقاط تفريع كما في الشكل (7).



الشكل (7) بعض عناصر المخطط الصندوقي

طريقة رسم المخطط الصندوقي:

لرسم المخطط الصندوقي للنظام في الشكل (8) نقوم أولا بكتابة المعادلة التفاضلية الواصفة ثم إيجاد تحويل لابلاس ثم رسم المخطط الصندوقي.



الشكل (8) دارة RL

قانون كيرشوف:

$$i = \frac{e_i - e_o}{R}$$

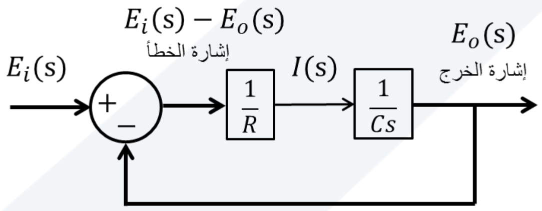
$$e_o = \frac{1}{c}\int idt$$

تحويل لابلاس:

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R}$$

$$E_o(\mathrm{s}) = \frac{I(\mathrm{s})}{\mathrm{Cs}}$$

المخطط الصندوقي:

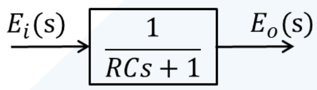


الشكل (9) المخطط الصندوقي للدارة RC

تابع نقل الحلقة المغلقة:

$$\frac{E_o(\mathrm{s})}{E_i(\mathrm{s})} = \frac{\frac{1}{RCs}}{1 + \frac{1}{RCs}} = \frac{1}{RCs + 1}$$

المخطط الصندوقي للحلقة المغلقة:



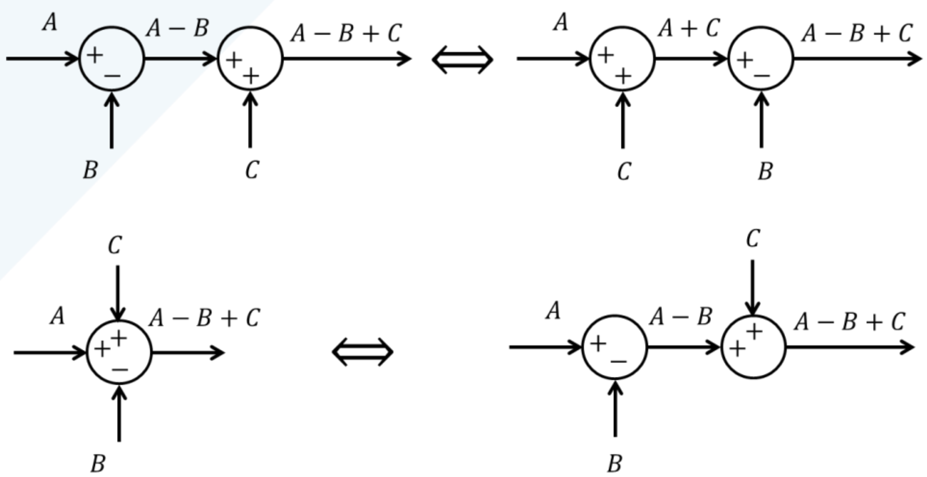
الشكل (10) المخطط الصندوقي المكافئ للحلقة المغلقة

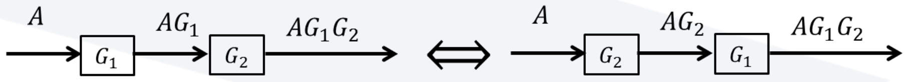
تبسيط المخططات الصندوقية:

يعني ذلك تحويل النظام متعدد الصناديق إلى نظام بصندوق واحد يربط الدخل مع الخرج. يوجد طريقتين لذلك وهي التبسيط التقليدي والتبسيط بمساعدة مخطط تدفق الإشارة.

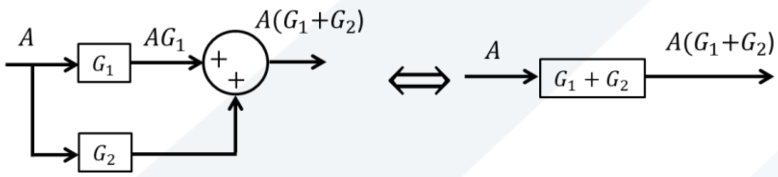
أولاً: الطريقة التقليدية:

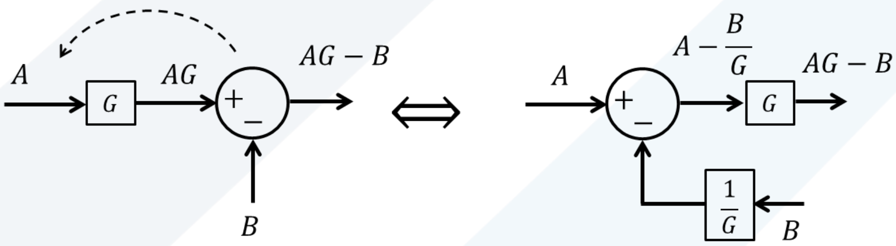
فيما يلي نورد بعض قواعد التبسيط المفيدة:

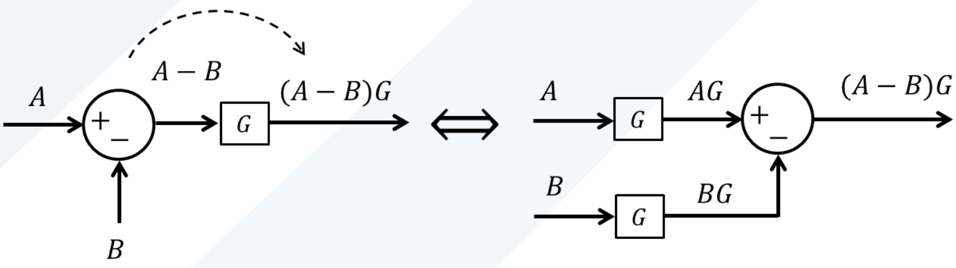



A
AG1
AG1G2
G1
G2
A
AG2
AG1G2
G2
G1

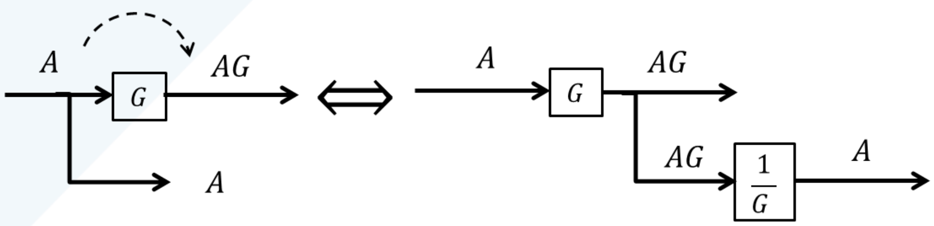

A
AG1
AG1G2
G1
G2
A
AG1G2
G1 G2

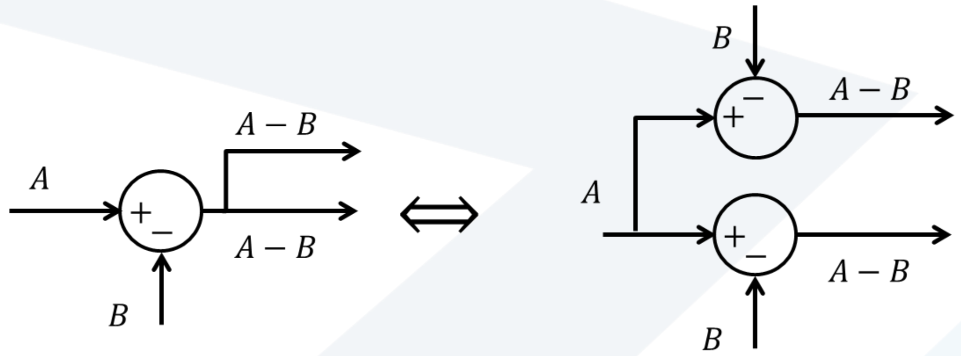

A
AG1
A(G1+G2)
G1
G2
A
A(G1+G2)
G1 + G2

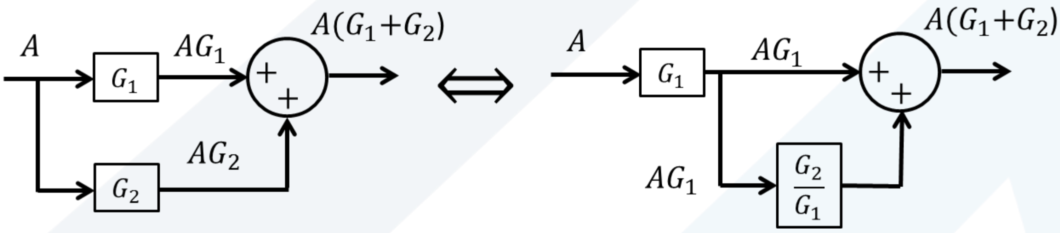

A
AG
AG − B
G
B
A
A − B/G
AG − B
G
1/G
B

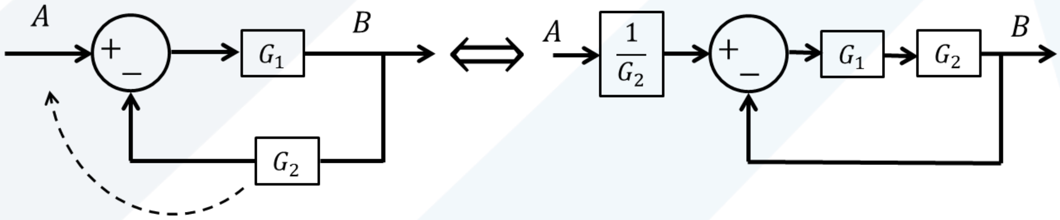

A
A − B
(A − B)G
G
B
A
AG
(A − B)G
G
B
BG
G

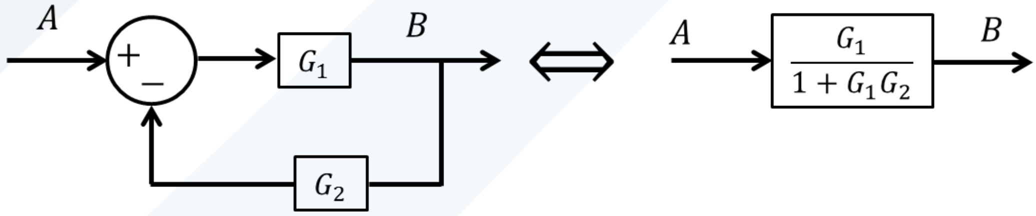

A
G
AG
AG
A
G
AG
G
AG


A
G
AG
A
A
G
AG
AG
1/G
A



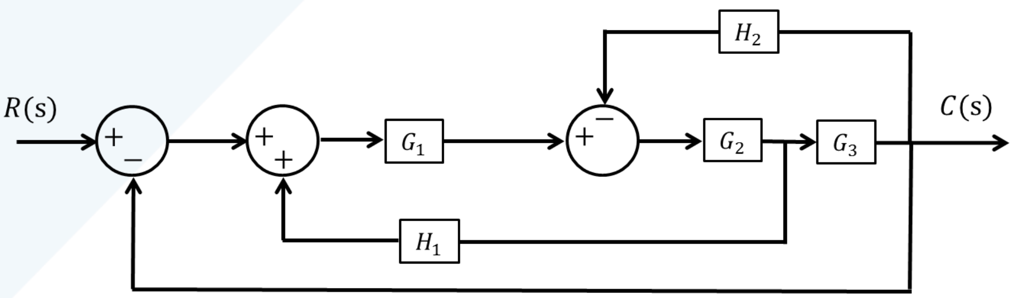






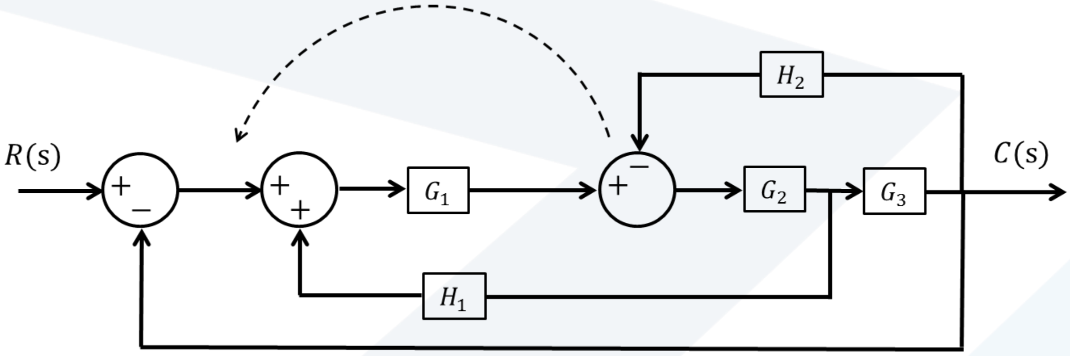
مثال:

بسط المخطط الصندوقي التالي بالطريقة التقليدية.

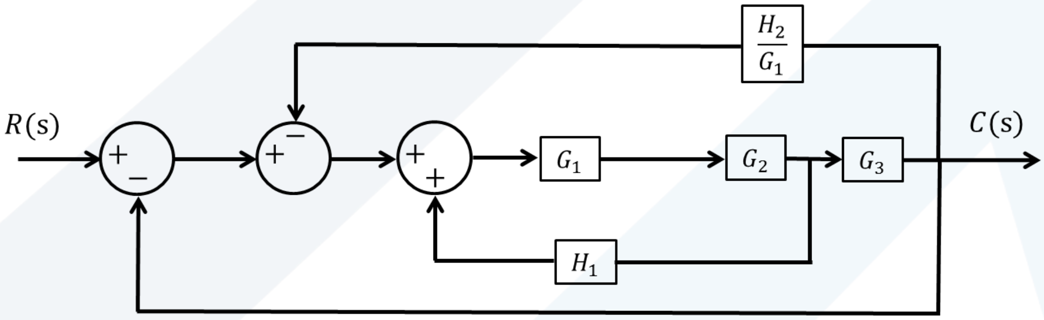


الشكل (11) المخطط الصندوقي للمثال

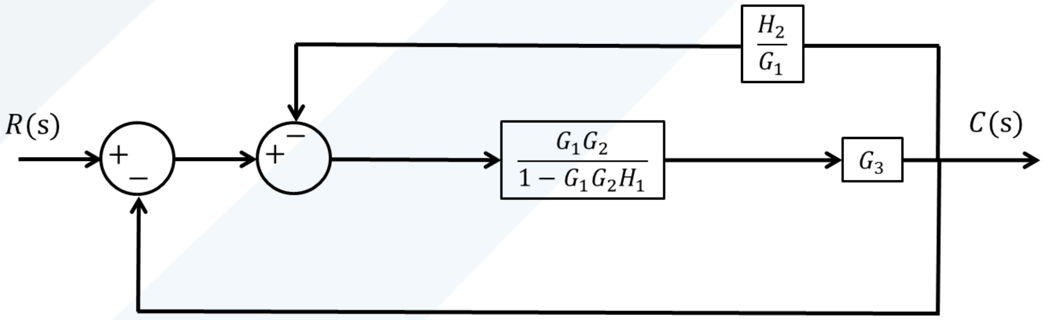
سيتم نقل نقطة التجميع الوسطى باتجاه اليسار كما في الشكل (11).



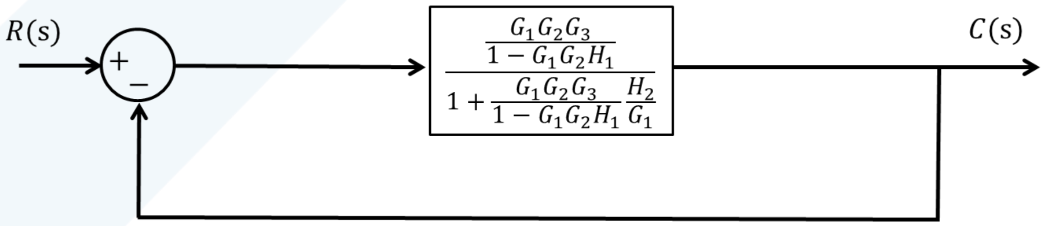
الشكل (12) نقل نقطة التجميع الوسطى



الشكل (13) الشكل الجديد للمخطط الصندوقي



الشكل (14) تبسيط أول



الشكل (15) تبسيط ثاني

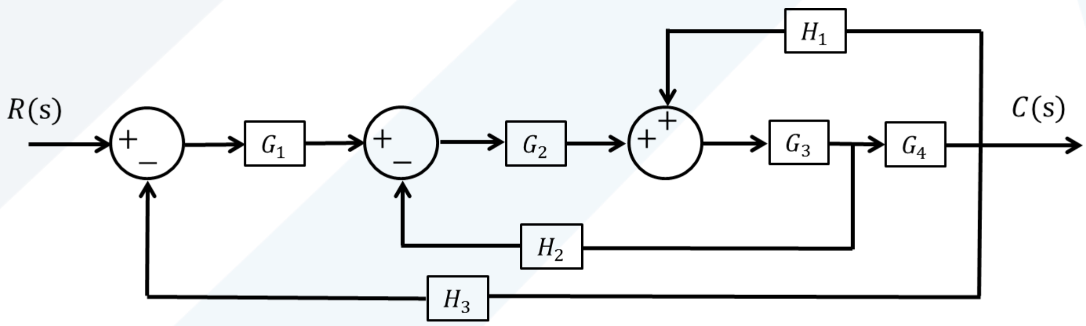
$$R(s) \longrightarrow \boxed{\dfrac{\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1}}{1+\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1}\dfrac{H_2}{G_1}+\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1}}} \longrightarrow C(s)$$

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\dfrac{G_1G_2G_3}{1-G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3}} \longrightarrow C(s)$$

الشكل (16) الشكل النهائي

مثال:

بسط المخطط الصندوقي التالي بالطريقة التقليدية.



الشكل (17) المخطط الصندوقي للمثال

مدرس المقرر

الدكتور نسمت أبو طبق