

5- الكُمون الكهربائي electric potential

يعرف فرق الكُمون بين نقطتين في حقل كهربائي بأنه العمل الذي تنجزه واحدة الشحنتات عند حركتها بين هاتين النقطتين. حيث نميز ما يلي: يكون فرق الكُمون سالباً إذا كان العمل على حساب طاقة الحقل، ويكون موجباً إذا كان العمل على حساب طاقة خارجية. أي أن إشارة فرق الكُمون هي دوماً بعكس إشارة العمل المصروف لدى انتقال الشحنة. تعتبر نقطة اللانهاية سوية معيارية لحساب الطاقة الكامنة الكهربائية أو الكُمون الكهربائي بالنسبة لها، حيث يكون الكُمون الكهربائي عندها معدوماً.

إذن فرق الكُمون الكهربائي بين نقطتين A و B هو العمل W_{AB} الواجب تقديمه لتحريك شحنة اختبار من النقطة A إلى النقطة B مقسوماً على تلك الشحنة، ورياضياً يمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة التالية:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \quad (8)$$

واحدة فرق الكُمون في الجملة الدولية هي الجول على كولون والتي تسمى بالفولت (V).

أما الكُمون الكهربائي عند نقطة ما فيعرف بالطريقة التالية:

$$V = \frac{W}{q_0} \quad (9)$$

حيث W هو العمل المبذول لتحريك شحنة اختبار q_0 من اللانهاية إلى النقطة المراد حساب الكُمون عندها. ملاحظة: فرق الكُمون مقدار سلمي وليس شعاعي.

ماذا يحدث إذا كان الحقل الكهربائي غير منتظم؟

ليكن لدينا نقطتان A و B تبعدان عن بعضهما مسافة d، حيث تتخذ شحنة اختبار q_0 مساراً غير منتظم من A إلى B، نتيجة القوة الكهربائية التي تؤثر على الشحنة q_0 .

إذا كانت الإزاحة التي تسببها \vec{F} هي $d\vec{l}$ فيكون العمل المبذول بالمؤثر الخارجي هو:

$$dW = \vec{F}d\vec{l} \quad (10)$$

والعمل المبذول في الحركة من A إلى B يكون:

$$W_{AB} = \int dW = \int_A^B \vec{F}d\vec{l} \quad (11)$$

بالتعويض عن \vec{F} بقيمتها ينتج:

$$W_{AB} = -q_0 \int_A^B \vec{E}d\vec{l} \quad (12)$$

بالتعويض عن W بقيمته $W_{AB} = q_0(V_B - V_A)$ فإن:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E}d\vec{l} \quad (13)$$

إذا كانت A تنتهي إلى ما لا نهاية فإن $V_A = 0$ وبالتالي الكمون عند النقطة B يعطى بالعلاقة:

$$V_B = - \int_A^B \vec{E}d\vec{l} \quad (14)$$

باستخدام المعادلتين الأخيرتين يمكن حساب فرق الكمون بين نقطتين إذا علم الحقل \vec{E} عند نقطة معينة في مجال هذا الحقل.

1-5- سطوح تساوي الكمون potentiometric surfaces

السطح المتساوي الكمون هو المحل الهندسي للنقاط التي لها نفس الكمون. عند تحريك شحنة من نقطة إلى أخرى على سطح متساوي الكمون لا نحتاج لبذل أي عمل لأن فرق الكمون بين نقطتي الانتقال على السطح معدوم. هذا يعني أن

$$\text{الحقل عمودي على الانتقال } (dV = -\vec{E}d\vec{l} = 0).$$

سطوح تساوي الكمون بين لبوسي المكثفة هي مستويات موازية لمستويات لبوسي المكثفة.

2-5- الكومون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية point charge

لتكن لدينا شحنة نقطية موجبة q , ولنحاول حساب فرق الكومون بين النقطتين A و B الواقعتين في جوار الشحنة q وعلى استقامة واحدة للسهولة:



الشكل (12): حساب فرق الكومون بين النقطتين A و B الواقعتين في جوار الشحنة q وعلى استقامة واحدة.

\vec{E} يتجه نحو اليمين، بينما $d\vec{l}$ يتجه نحو اليسار وبالتالي يكون:

$$\vec{E}d\vec{l} = Edl \cos \theta \quad (15)$$

حيث $\theta = \pi$ وبالتالي يكون:

$$\vec{E}d\vec{l} = -Edl \quad (16)$$

وباعتبار أن الإزاحة $d\vec{l}$ بعكس اتجاه زيادة نصف القطر r فيكون: $dl = -dr$ وبالتالي:

$$\vec{E}d\vec{l} = Edr \quad (17)$$

بالتعويض في العلاقة رقم 26: $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l}$ نجد أن:

$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} Edr \quad (18)$$

وبالتعويض عن قيمة $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$ نجد:

$$V_B - V_A = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \quad (19)$$

$$\rightarrow V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (20)$$

إذا انتهت A إلى ما لا نهاية فإن $V_A = 0$ وبالتالي:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (21)$$

وبالتالي سطوح تساوي الكمون لشحنة نقطية معزولة هي عبارة عن سطوح كروية مركزها الشحنة نفسها. والطاقة

الكامنة U لشحنة الإختبار q_0 التي تقع على مسافة r من الشحنة النقطية q تعطى بالعلاقة:

$$U = q_0 V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r} \quad (22)$$

3-5- الكمون الكهربائي المتولد عن مجموعة من الشحنات النقطية

لحساب الكمون الكلي المتولد في نقطة معينة بجوار مجموعة شحنات، نحسب الكمون المتولد عن كل شحنة كما لو

كانت موجودة بمفردها ثم نجمع هذه الكمونات جمعاً جبرياً، أي أن:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (23)$$

4-5- إيجاد الحقل الكهربائي electrical field من الكمون electrical potential

إذا تمكنا من معرفة الكمون، نستطيع حساب الحقل الكهربائي المتعلق به. لنعتبر انتقالاً صغيراً $d\vec{l}$ في حقل كهربائي

كيفي \vec{E} وبالتالي يكون التغير في الكمون:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (24)$$

$$\rightarrow dV = -E_l dl \quad (25)$$

E_l يمثل مركبة \vec{E} الموازي للانتقال، وبالتالي: $E_l = -\frac{dV}{dl}$. بينما إذا كان الكمون يتعلق فقط بالمتحول x حيث $d\vec{l} = dx \vec{i}$ وبالتالي تصبح العلاقة السابقة بالشكل:

$$dV(x) = -\vec{E} dx \vec{i} \rightarrow dV(x) = -E_x dx$$

وبشكل مماثل فإنه من أجل توزيع كروي متناظر للشحنة فإن الكمون تابع فقط للمسافة الشعاعية r أي أن:

$$E_r = -\frac{dV(r)}{r} \quad (26)$$

نكتبها بالشكل:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\vec{\nabla} V \quad (27)$$

$$= -\left(\frac{dV}{dx} \vec{i} + \frac{dV}{dy} \vec{j} + \frac{dV}{dz} \vec{k}\right)$$

ملاحظة: الكمون مقدار سلمي فهو موجب إذا كانت الشحنة التي تولده موجبة وهو سالب إذا كانت الشحنة التي تولده سالبة.

6- المكثفات الكهربائية Capacitors

1-6- سعة ناقل معزول في الخلاء capacitance of an electrical conductor in vacuum

إذا أخذنا ناقلاً معزولاً مشحوناً بشحنة كهربائية ولتكن Q_1 فيكون كمونه V_1 وإذا أصبح كمون هذا الناقل V_2 بوصله بمنبع كهربائي فإننا سوف نحصل على انتقال للشحنات عبر المنبع إلى أن نصل إلى حالة توازن جديدة أي يصبح الناقل مشحون بشحنة Q_2 وهكذا ، أي أن:

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \dots = \frac{Q}{V} = cte$$

نسمي هذا الثابت سعة الناقل ونرمز له بالرمز C.

$$Q = C \cdot V \quad (28)$$

نعرف السعة الكهربائية بأنها مقدار يصف قدرة الناقل (عندما يشحن إلى كمون معين) على اختزان الشحنة الكهربائية. أي أن السعة الكهربائية: هي النسبة بين الشحنة الكهربائية التي يحملها هذا الناقل وكمونه. وواحدتها هي الفاراد Farad. الفاراد عبارة عن سعة ناقل معزول والذي إذا رفع إلى كمون قيمته فولط واحد يشحن شحنة قدرها كولوم واحد. تجدر الإشارة إلى أن سعة الناقل تتعلق بنصف القطر اي تعتمد على السطح الخارجي للناقل.

2-6- طريقة حساب سعة مكثفة لسطوح هندسية منتظمة

1- حساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة بين اللبوسين (من قانون غوص مثلاً).

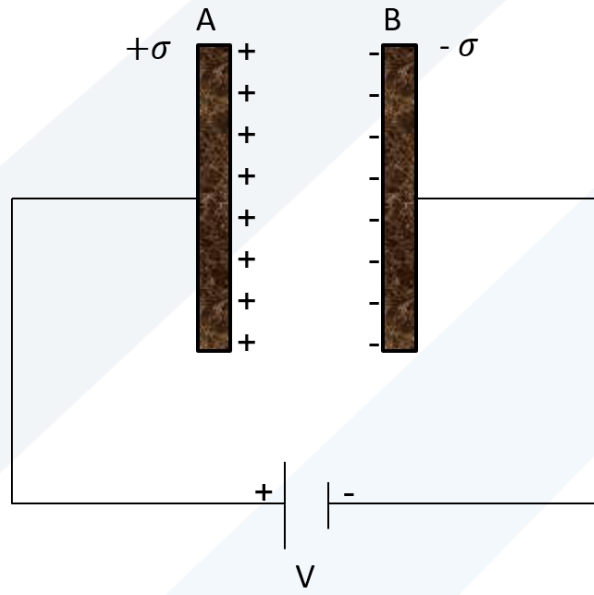
2- حساب فرق الكمون بين اللبوسين بالاستفادة من علاقة الحقل بالكمون $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V$ ويعطي هذا الحساب

معادلة تحتوي على V وعلى Q .

3- استخراج النسبة $\frac{Q}{V}$ من المعادلة السابقة والتي تمثل السعة المطلوبة.

3-6- حساب سعة المكثفة المستوية the capacitance of a parallel-plate capacitor

تعرف المكثفة المستوية بأنها عبارة عن مستويين متوازيين سطح كل منهما S والمسافة بينهما d صغيرة جداً بالمقارنة مع أبعاد اللبوسين (المستويين).



الشكل (13): مكثفة مستوية.

بتطبيق قانون غوص :

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E \cdot S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

نحسب فرق الكمون V من جولان الحقل بين اللبوسين من A إلى B :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \rightarrow \int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

$$\rightarrow V_A - V_B = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

نضرب ونقسم على S :

$$V_A - V_B = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$$

إذن سعة المكثفة المستوية:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (29)$$

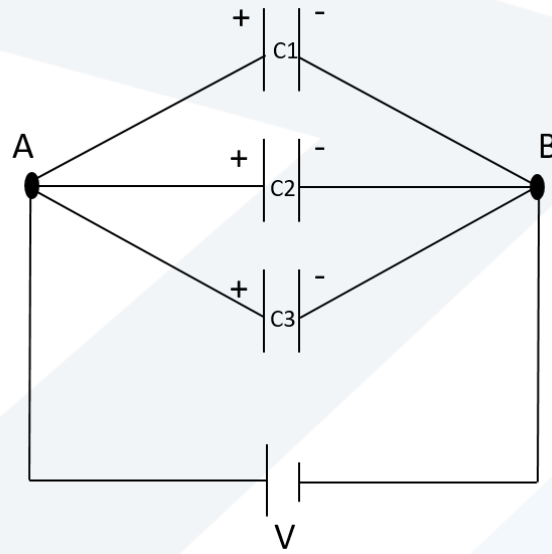
7- وصل المكثفات circuit analysis

يمكن وصل المكثفات على التفرع أو على التسلسل

7-1 وصل المكثفات على التفرع capacitors in parallel

نصل أحد اللبوسين في كل مكثفة إلى نقطة معينة ونصل اللبوس الآخر من كل مكثفة في الطرف الآخر إلى نقطة معينة

أخرى كما في الشكل (16).



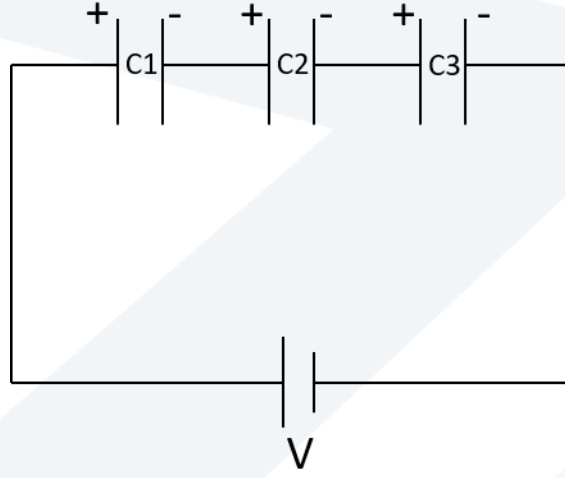
الشكل (16): وصل المكثفات على التفرع.

فتكون السعة المحصلة:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (30)$$

2-7- وصل المكثفات على التسلسل Capacitors in series

في هذا النوع من الوصل نصل نهاية المكثفة الأولى ببداية المكثفة الثانية وهكذا ... (الشكل 17).



الشكل (17): وصل المكثفات على التسلسل.

من أجل n مكثفة موصولة على التسلسل يكون:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (31)$$

أي أن مقلوب سعة المكثفة المكافئة في حالة الوصل على التسلسل يكون مجموع مقلوب سعرات المكثفات الموصولة على التسلسل.