بيانيات الحاسوب
Computer Graphics

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

Dr.-Eng. Samer Sulaiman

2022-2023

مفردات المنهاج

- **أساسيات بيانيات الحاسوب**
  - مقدمة: مفاهيم أساسية
  - التحويلات ثنائية البعد 2D
  - التحويلات ثلاثية البعد 3D
- **خوارزميات بيانيات الحاسوب**
  - الخوارزميات الهندسية
  - الخوارزميات النقطية الأساسية
  - خوارزميات إزالة الأسطح المخفية
- **نماذج بيانيات الحاسوب**
  - الألوان ونماذج الألوان
  - المنحنيات والأسطح: النمذجة الهندسية
  - نماذج الإضاءة والتظليل
  - عناصر التركيب والنمذجة الإجرائية

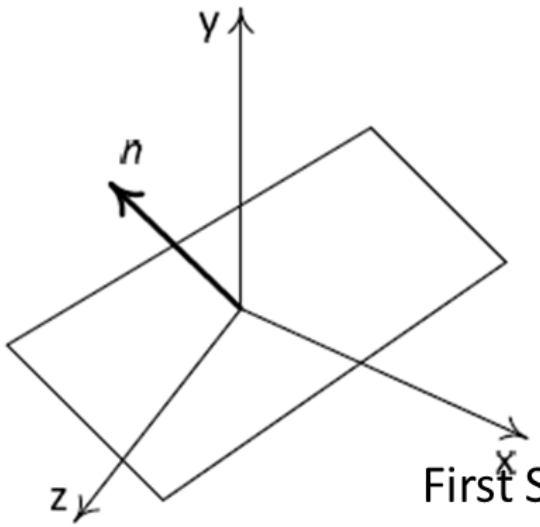
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - الانعكاس بالنسبة للمستوي
      - معادلة المستوي العامة ثلاثية الأبعاد تشابه تمامًا معادلة خط 2D: (p, n) + d = 0
        - n هو الناظم للمستوى و d هي المسافة من المستوى إلى نقطة مبدأ الإحداثيات
        - إذا كان المستوى يمر من مبدأ الإحداثيات، فالمسافة dتساوي صفرًا ونصل إلى المعادلة (p, n) = 0
      - باستخدام التحولات الأساسية المركبة
        - في الحالة العامة (عندما لا يكون n موازي لأي مستوى أو محور إحداثيات) يمكننا القيام بذلك في خمس خطوات:

$$R_n = R_x(\phi)R_y(\psi)R_{yz}R_y(-\psi)R_x(-\phi)$$

- يتم تدوير الكائنات الهندسية حول المحور x بزاوية معينة φ التي يتم اختيارها بحيث يصبح الناظم المدور n´ في المستوى XZ (i.e., ny = 0)

أساسيات بيانيات الحاسوب



- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - الانعكاس بالنسبة للمستوي
      - الحل: $R_n = R_x(\phi) R_y(\psi) R_{yz} R_y(-\psi) R_x(-\phi)$

First Step

$$n' = R_x(\phi) \cdot n = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \cos\phi + n_z \sin\phi \\ -n_y \sin\phi + n_z \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$n_y \cos\phi + n_z \sin\phi = \sqrt{n_y^2 + n_z^2}\left(\frac{n_z}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}} \sin\phi - \frac{-n_y}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}} \cos\phi\right)$$

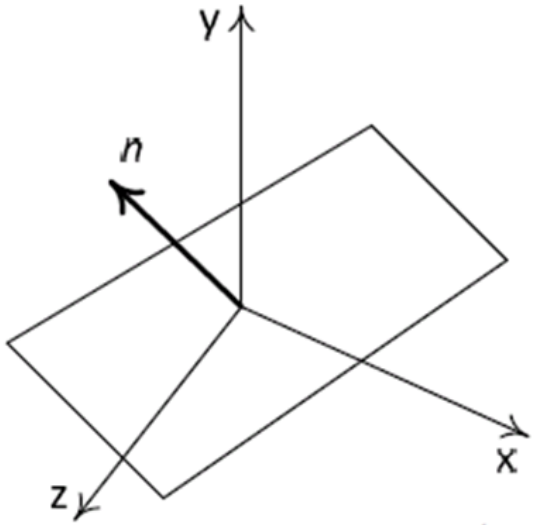
$$\left(\frac{n_z}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}}\right)^2 + \left(\frac{-n_y}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}}\right)^2 = 1$$

$$\cos\alpha = \frac{n_z}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}}$$

$$n'_y = \sqrt{n_y^2 + n_z^2}(\cos\alpha \sin\phi - \sin\alpha \cos\phi) = \sqrt{n_y^2 + n_z^2} \cdot \sin(\phi - \alpha)$$

$$\sin\alpha = \frac{-n_y}{\sqrt{n_y^2 + n_z^2}}$$

أساسيات بيانيات الحاسوب



- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - الانعكاس بالنسبة للمستوي
    - الحل: $R_n = R_x(\phi)R_y(\psi)R_{yz}R_y(-\psi)R_x(-\phi)$
    - إذا افترضنا أن $\varphi = \alpha$ عندها سينتج عن الدوران $n'_y = 0$

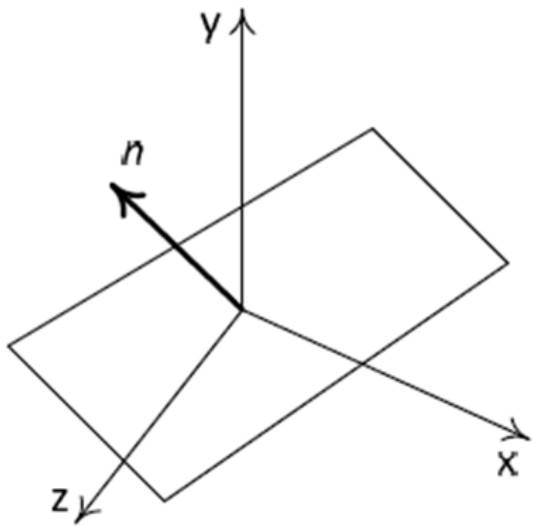
$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_z}{\sqrt{n_y^2+n_z^2}} & \frac{-n_y}{\sqrt{n_y^2+n_z^2}} \\ 0 & \frac{n_y}{\sqrt{n_y^2+n_z^2}} & \frac{n_z}{\sqrt{n_y^2+n_z^2}} \end{pmatrix}.$$

- $\| n' \| = \| n \|$ (الدوران يحافظ على طول المتجه)
- الخطوة الثانية: تدوير n' حول المحور y بزاوية ما ψ

$$n'' = \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ 0 \\ \sqrt{n_y^2+n_z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_x\cos\psi - \sqrt{n_y^2+n_z^2}\sin\psi \\ 0 \\ n_x\sin\psi + \sqrt{n_y^2+n_z^2}\cos\psi \end{pmatrix}.$$

- .

أساسيات بيانيات الحاسوب



- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - الانعكاس بالنسبة للمستوي
    - الحل:

$$R_n = R_x(\phi)R_y(\psi)R_{yz}R_y(-\psi)R_x(-\phi)$$

$$n'' \text{ will become } \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\sin\psi = -\sqrt{n_y^2+n_z^2},$$

$$\cos\psi = n_x.$$

- مصفوفة الدوران النهائية

$$R_y(\psi) = \begin{pmatrix} n_x & 0 & \sqrt{n_y^2+n_z^2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{n_y^2+n_z^2} & 0 & n_x \end{pmatrix}$$

- مصفوفة الانعكاس

$$R_{yz} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

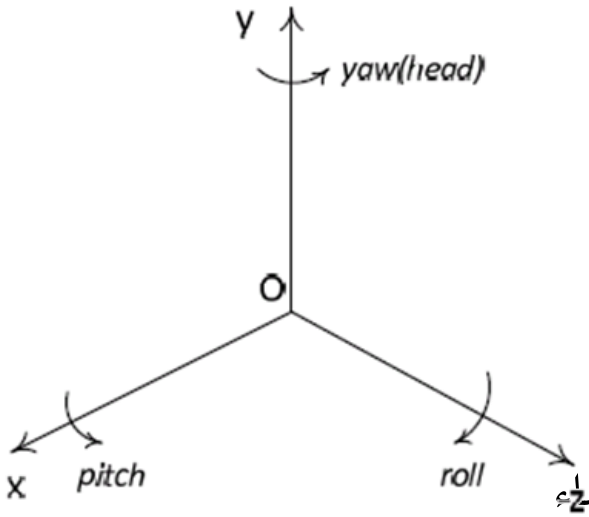
- وظيفة: إيجاد المصفوفة النهائية

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - التحويلات الخطية:
    - الدوران حول مستقيم
      - لنفترض L مستقيماً يمر من مبدأ الإحداثيات والذي يملك الناظم l
      - المطلوب: إجراء عملية دوران حول هذا المستقيم بالزاوية المعطاة φ
      - الحل:
        - يمكن تحليل هذا الدوران إلى مجموعة من التحويلات الأساسية
        - إذا لم يكن الناظم l في المستوى xy (i.e., lz = 0)
          - الدوران حول المحور x بزاوية ψ بحيث ينتقل المستقيم بعد هذا الدوران إلى المستوى xy.
          - تطبيق دوران حول المحور z والذي سيجعل المستقيم ينطبق على المحور x، مما ينقلنا إلى الحالة الأساسية

$$R_l(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi + (1-\cos\phi)l_x^2 & (1-\cos\phi)l_x l_y - l_z \sin\phi & (1-\cos\phi)l_x l_z + l_y \sin\phi \\ (1-\cos\phi)l_x l_y + l_z \sin\phi & \cos\phi + (1-\cos\phi)l_y^2 & (1-\cos\phi)l_y l_z - l_x \sin\phi \\ (1-\cos\phi)l_x l_z - l_y \sin\phi & (1-\cos\phi)l_y l_z + l_x \sin\phi & \cos\phi + (1-\cos\phi)l_z^2 \end{pmatrix}$$

أساسيات بيانيات الحاسوب



- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تحويل أويلر
    - في حالة ثنائية الأبعاد ، كان هناك دوران واحد محتمل
    - في الوضع ثلاثي الأبعاد يكون الأمر أكثر تعقيدًا
    - طرق عديدة ومختلفة لتحديد التوجه
    - يعد تحويل أويلر من أكثر الطرق سهولة وبديهية لتحديد الاتجاه في الفضاء
      - ثلاث عمليات دوران حول ثلاثة محاور إحداثيات
      - عادةً ما يكون اتجاه العرض (الذي تنظر فيه الكاميرا أو المراقب) هو الاتجاه السلبي لمحور إحداثيات z، لذلك نحن ندير محاور Zو Xو Y
      - زاوية الدوران حول المحور Z تسمى roll
      - تسمى زاوية الدوران حول المحور X pitch
      - زاوية الدوران حول المحور Y تسمى head or yaw

$$E(h,p,r) = R_{-z}(r)R_x(p)R_y(h)$$

$$E = \begin{pmatrix} \cos r\cos h - \sin r\sin p\sin h & -\sin r\cos p & -\sin h\cos r - \sin r\sin p\cos h \\ \sin r\cos h + \cos r\sin p\sin h & \cos r\cos p & -\sin r\sin h + \cos r\sin p\cos h \\ \cos p\sin h & -\sin p & \cos p\cos h \end{pmatrix}$$

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تحويل أويلر
    - الشكل العام من E:

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix}$$

- استخراج زوايا أويلر:

$$e_{32} = -\sin p$$

$$\frac{e_{12}}{e_{22}} = \frac{-\sin r \cos p}{\cos r \cos p} = -\tan r,$$

$$\frac{e_{31}}{e_{33}} = \frac{\cos p \sin h}{\cos p \cos h} = \tan h.$$

- مشكلة:
  - Gimbal Lock:
  - من أجل $p = \pi/2$ تصبح المصفوفة $E(h, \pi/2, r)$ تعتمد فقط على $r + h$

- .

$$E(h, \frac{\pi}{2}, r) = \begin{pmatrix} \cos(r+h) & 0 & -\sin(r+h) \\ \sin(r+h) & 0 & -\cos(r+h) \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

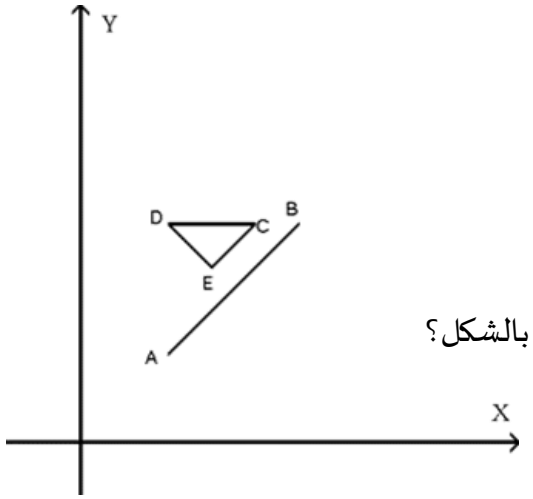
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - الإحداثيات المتجانسة
    - على غرار الإحداثيات المتجانسة ثنائية الأبعاد
    - تتمثل بمصفوفة 4 × 4 (تتضمن 4 صفوف و 4 أعمدة) بدلاً من مصفوفة 3 × 3
    - جميع الخصائص المستخدمة في الإحداثيات المتجانسة في 2D تبقى صحيحة

$$h = \begin{pmatrix} u \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- وظيفة: استنتج مصفوفة الدوران بالزاوية φ حول نقطة معينة A لكائن ثلاثي الأبعاد

أساسيات بيانيات الحاسوب



- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تمرين:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمعرف بالإحداثيات التالية: A(2,2), B(5,5), C(4,5), D(2,5), E(3,4) والمطلوب:
      - ايجاد مصفوفة التحويل لدوران الشكل السابق بزاوية (Φ=180° بالقيم العددية) بالنسبة لمحور الاحداثيات Y!
        ما هو الشكل الذي سيظهر بعد عملية التدوير السابقة فيما لو تم استخدام جملة الاحداثيات ثنائية البعد الموضحة بالشكل؟
        اذكر عملية (أو عمليات) التحويل المكافئة لعملية الدوران السابقة مع كتابة مصفوفة التحويل المناسبة؟
      - ايجاد مصفوفة التحويل لدوران المثلث المحدد بالنقاط C, D, E بالنسبة للقطعة المستقيمة المحددة بالنقطتين A, B وبزاوية (Φ=90° بالقيم العددية) علماً أن زاوية القطعة المستقيمة المحددة بالنقطتين (0,0) و (3,3) مع المستوي XZ هي 45° لتتكون بعدها زاوية مع المستوي XY هي 0° ما هو الشكل الذي سيظهر بعد عملية الدوران السابقة فيما لو تم استخدام جملة الاحداثيات ثنائية البعد الموضحة بالشكل؟
      - إيجاد موقع المثلث الجديد الناتج عن عملية الدوران من الطلب الثاني ومن ثم عملية الدوران من الطلب الأول (بالقيم العددية)
      - هل ستختلف احداثيات المثلث على شاشة العرض عند تدويره بالنسبة لمحور الاحداثيات X فيما لو كانت زاوية الدوران Φ=180° أو Φ=-180° معللاً اجابتك بالقيم العددية.

علماً أن مصفوفات التحويل تعطى بالشكل التالي (مصفوفة الدوران تعتمد على اساس الدوران مع عقارب الساعة):

$$R_x(\emptyset)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\emptyset&\sin\emptyset\\0&-\sin\emptyset&\cos\emptyset\end{pmatrix}\quad R_{yz}=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad T_A=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\quad H_{xz}(\lambda)=\begin{pmatrix}1&0&\lambda\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad T_{AH}=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&1&y\\0&0&1\end{pmatrix}$$

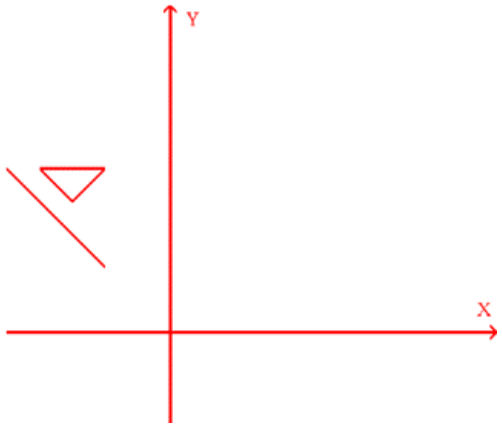
$$R_y(\emptyset)=\begin{pmatrix}\cos\emptyset&0&\sin\emptyset\\0&1&0\\-\sin\emptyset&0&\cos\emptyset\end{pmatrix}\quad R_{xy}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\quad T_{AH}=\begin{pmatrix}1&0&0&x\\0&1&0&y\\0&0&1&z\\0&0&0&1\end{pmatrix}\quad H_x(\lambda)=\begin{pmatrix}1&\lambda\\0&1\end{pmatrix}\quad R_y=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$T_A=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\quad R_x=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$R_z(\emptyset)=\begin{pmatrix}\cos\emptyset&\sin\emptyset&0\\-\sin\emptyset&\cos\emptyset&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad R_{xz}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad R_\emptyset=\begin{pmatrix}\cos\emptyset&\sin\emptyset\\-\sin\emptyset&\cos\emptyset\end{pmatrix}\quad H_y(\lambda)=\begin{pmatrix}1&0\\\lambda&1\end{pmatrix}$$

أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تمرين:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمعرف بالإحداثيات التالية:
      A(2,2), B(5,5), C(4,5), D(2,5), E(3,4) والمطلوب:
      - ايجاد مصفوفة التحويل لدوران الشكل السابق بزاوية $\Phi=180°$ (بالقيم العددية) بالنسبة لمحور الاحداثيات Y! ما هو الشكل الذي سيظهر بعد عملية التدوير السابقة فيما لو تم استخدام جملة الاحداثيات ثنائية البعد الموضحة بالشكل؟ اذكر عملية (أو عمليات) التحويل المكافئة لعملية الدوران السابقة مع كتابة مصفوفة التحويل المناسبة؟



- الحل: بما أن الدوران بالنسبة لمحور الاحداثيات Y هو عبارة عن عملية تحويل خطية لذلك يمكن استخدام مصفوفة الدوران ثلاثي البعد مباشرة

$$R_y(180) = \begin{pmatrix} \cos 180 & 0 & \sin 180 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 180 & 0 & \cos 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- يمكن تمثيل عملية الدوران السابقة بعمليتي انعكاس ثلاثية الأبعاد بالنسبة للمستويين YZ و XY أو بعملية انعكاس ثنائي البعد بالنسبة للمحور Y ومصفوفة التحويل تعطى بالشكل التالي:

$$R_{xy}R_{yz} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ Or } R_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

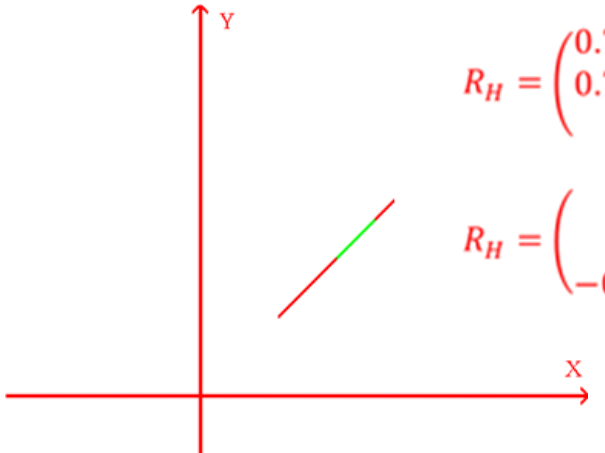
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تمرين:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمعرف بالإحداثيات التالية: A(2,2), B(5,5), C(4,5), D(2,5), E(3,4) والمطلوب:
      - ايجاد مصفوفة التحويل لدوران المثلث المحدد بالنقاط C, D, E بالنسبة للقطعة المستقيمة المحددة بالنقطتين A, B وبزاوية Φ=90° (بالقيم العددية) علماً أن زاوية القطعة المستقيمة المحددة بالنقطتين (0,0) و (3,3) مع المستوي XZ هي 45° لتتكون بعدها زاوية مع المستوي XY هي 0° ما هو الشكل الذي سيظهر بعد عملية الدوران السابقة فيما لو تم استخدام جملة الاحداثيات ثنائية البعد الموضحة بالشكل؟
        - الحل:

$$R_H = R_z(\emptyset)R_x(90)R_z(-\emptyset)$$

$$R_H = \begin{pmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_H = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.707 \\ 0.5 & 0.5 & -0.707 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \end{pmatrix}$$



أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
- تمرين:
- ليكن لدينا الشكل التالي والمعرف بالإحداثيات التالية: A(2,2), B(5,5), C(4,5), D(2,5), E(3,4) والمطلوب:
  - إيجاد موقع المثلث الجديد الناتج عن عملية الدوران من الطلب الثاني ومن ثم عملية الدوران من الطلب الأول (بالقيم العددية)
  - الحل:

$$C' = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, D' = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, E' = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C'' = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.707 \\ 0.5 & 0.5 & -0.707 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 4.5 \\ 0.707 \end{pmatrix}, D'' = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.707 \\ 0.5 & 0.5 & -0.707 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 3.5 \\ 2.1 \end{pmatrix}, E'' = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.707 \\ 0.5 & 0.5 & -0.707 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 \\ 3.5 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

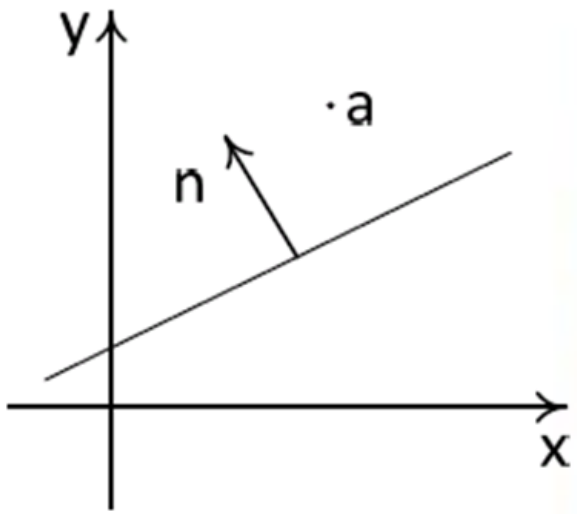
أساسيات بيانيات الحاسوب

- التحويلات ثلاثية البعد 3D
  - تمرين:
    - ليكن لدينا الشكل التالي والمعرف بالإحداثيات التالية: A(2,2), B(5,5), C(4,5), D(2,5), E(3,4) والمطلوب:
    - هل ستختلف احداثيات المثلث على شاشة العرض عند تدويره بالنسبة لمحور الاحداثيات X فيما لو كانت زاوية الدوران $\Phi=180°$ أو $\Phi=-180°$ معللاً اجابتك بالقيم العددية.
    - الحل: كلا لن تختلف احداثيات المثلث وذلك لأن اختلاف إشارة الزاوية ضمن تابع الـ cos() لا يؤثر على النتيجة:

$$R_x(180) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 180 & \sin 180 \\ 0 & -\sin 180 & \cos 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$R_x(-180) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos -180 & \sin -180 \\ 0 & -\sin -180 & \cos -180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

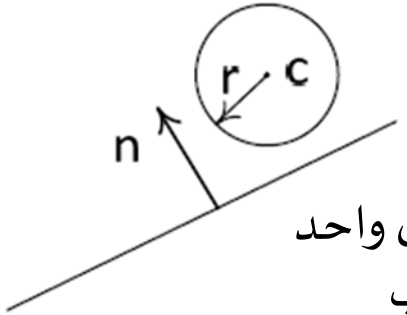
خوارزميات بيانيات الحاسوب

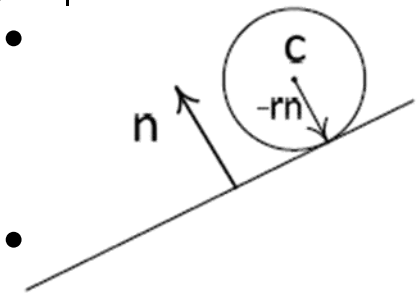


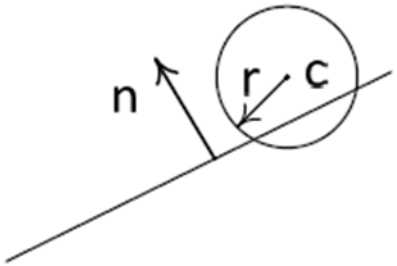
- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف النقطة بالنسبة للمستقيم:
    - أي مستقيم L يقسم المستوي إلى نصفين:
      - المستوى الموجب $(p, n)+d > 0$
      - المستوى السلبي $(p, n)+d < 0$
    - طريقة التصنيف:
      - فحص إشارة العلاقة $(a, n)+d$
        - إذا كان موجبًا ، فإن النقطة a تقع في نصف المستوى الموجب
        - والا فستكون في نصف المستوى السالب
      - تابع الاختبار $f(p) = (p, n)+d$ لتصنيف النقاط بالنسبة لمستقيم

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الدائرة بالنسبة لمستقيم:
    - دائرة مركزها c ونصف قطرها r
    - الدائرة عبارة عن مجموعة من جميع النقاط p التي لا تزيد مسافتها عن المركز c عن نصف القطر r
    - لتصنيف الدائرة نحتاج إلى إيجاد المسافة من مركز الدائرة c إلى المستقيم
      - إذا تم إعطاء المستقيم بواسطة المعادلة $(p, n)+d = 0$
      - $|(c, n)+d|$ يعطي المسافة المطلوبة
      - إذا كان أكبر من نصف القطر r، فإن الدائرة تقع بالكامل في نصف مستوى واحد
        - إذا كان هذا التابع موجبًا ، فستكون الدائرة في نصف المستوى الموجب
        - وإلا ستكون الدائرة في نصف المستوى السالب
      - إذا كان مساوياً لـ r، فإن الدائرة تلامس الخط وتكون بالكامل في نصف مستوى واحد باستثناء نقطة التماس
        - نقطة اللمس هي إما c - rn أو c + rn
      - إذا كان أصغر من r فإن المستقيم يقطع الدائرة







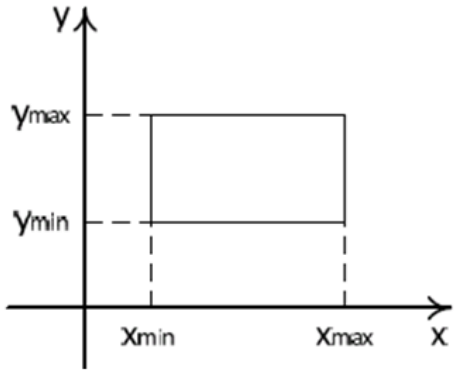
خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الدائرة بالنسبة لمستقيم:
    - مثال عن الكود البرمجي:

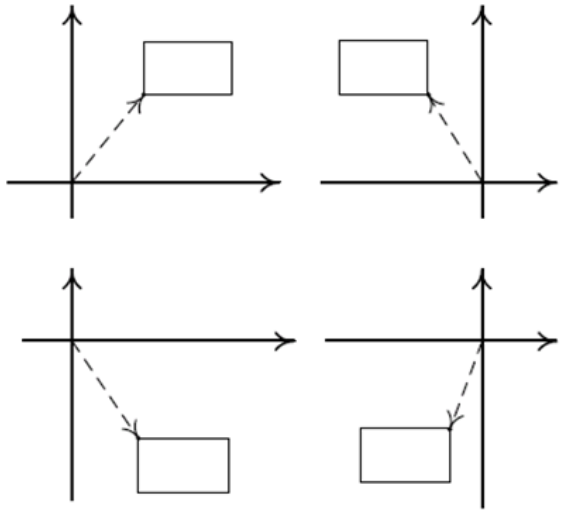
```
int classifyCircle ( const vec2& n, float d,
                     const vec2& c, float r )
{
  float sd = dot ( c, n ) + d;

  if ( sd >= r )
    return IN_POSITIVE;

  if ( sd <= -r )
    return IN_NEGATIVE;

  return IN_BOTH;
}
```

- .

خوارزميات بيانيات الحاسوب



$$\begin{cases} x_{min} \le x \le x_{max}, \\ y_{min} \le y \le y_{max} \end{cases}$$



- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
    - مستطيل تتوازى جوانبه (حوافه) مع محاور الإحداثيات
      - مُعرَّفة بأربعة أرقام x_{min} وy_{min} وx_{max} وy_{max}
    - أبسط طريقة لتصنيف مثل هذا الشكل هي فقط تصنيف الرؤوس الأربعة
    - تعتبر معقدة للغاية ، خاصة في حال نحتاج فيها إلى تصنيف العديد من المستطيلات بالنسبة إلى نفس المستقيم L
    - طريقة التصنيف:
      - قد يقع الناظم للمستقيم في أرباع جملة الإحداثيات الأربعة اعتمادًا على اشارات مكوناته
      - لكل ربع من جملة الإحداثيات هناك نقطة واحد فقط هي الأقرب للمستقيم على طول اتجاه الناظم
        - والتي يتم فحصها في المقام الأول

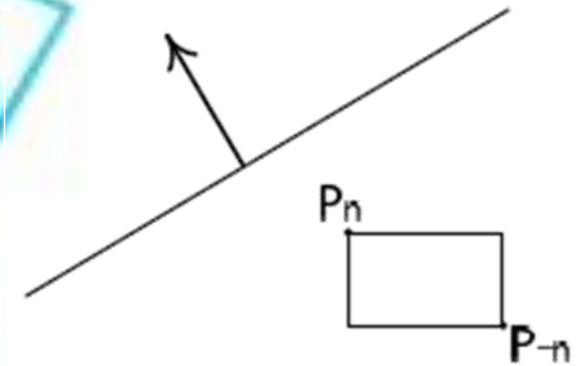
خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
    - قاعدة لاختيار نقطة الزاوية هذه:

$$p_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$x_n = \begin{cases} x_{min}, n_x \geq 0 \\ , x_{max}, n_x < 0, \end{cases}$$

$$y_n = \begin{cases} y_{min}, n_y \geq 0 \\ , y_{max}, n_y < 0. \end{cases}$$



- إذا كانت هذه النقطة pn تقع في نصف المستوى الموجب (أي ، $f(p_n) \geq 0$) ، فإن كامل AABB يقع في نصف المستوى الموجب
- بخلاف ذلك ، نحتاج إلى التحقق من النقطة المناظرة لـ p_n وهي p_{-n} لمعرفة ما إذا كان في نصف المستوى السالب
  - إذا كانت هذه النقطة p_{-n} تقع في نصف المستوى السالب ، فإن AABB يقع في نصف المستوى السالب
  - خلاف ذلك يقطع المستقيم المستطيل AABB

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
- تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
- مثال عن الكود البرمجي:

```
int classifyBox ( const vec2& n, float d,
                  float xMin, float yMin,
                  float xMax, float yMax )
{
  vec2 pn( n.x >= 0 ? xMin : xMax,
           n.y >= 0 ? yMin : yMax );

  if ( dot ( pn, n ) + d > 0 )
    return IN_POSITIVE;

                  // find opposite to pn corner
  pn = vec2 ( xMin + xMax, yMin + yMax ) - pn;

  if ( dot ( pn, n ) + d < 0 )
    return IN_NEGATIVE;

  return IN_BOTH;
}
```

- .