جَامعة
المَنارة
MANARA UNIVERSITY

Signal flow graphs
المحاضرة الرابعة

د. نزار عبد الرحمن

مخططات تدفق الإشارة

Signal flow graphs

- نستخدم طريقة مخطط تدفق الإشارة، وفقاً لصيغة ماسون (S.J. Mason) كطريقة بديلة لتمثيل ديناميكية نظام التحكم عن المخطط الصندوقي.
- إن طريقة مخطط تدفق الإشارة و طريقة المخطط الصندوقي تعطيان المعلومات نفسها، و لا تتفوق أي من الطريقتين على الأخرى.
- مخطط تدفق الإشارة: هو مخطط يمثل مجموعة من المعادلات التفاضلية الخطية الآنية.
- عند استخدام طريقة مخطط تدفق الإشارة لتحليل أنظمة التحكم، يجب أولاً أن نحول المعادلات التفاضلية الخطية إلى معادلة جبرية في s.

- يتألف مخطط تدفق الإشارة من شبكة مكونة من عقد تصل بينها فروع.
- كل عقدة تمثل متحولاً من متحولات النظام.
- وكل فرع يصل بين عقدتين يؤثر كإشارة مضاعفة (إشارة مضروبة فيه).
- الإشارة تتدفق في اتجاه واحد فقط.
- يشار إلى اتجاه تدفق الإشارة بسهم موضوع على الفرع، و العامل المضروب به يشار إليه بجوار الفرع.
- يصور مخطط تدفق الإشارة تدفق الإشارات من نقطة إلى أخرى في النظام، ويعطي العلاقة بين الإشارات.
- يحتوي مخطط تدفق الإشارة بشكل أساسي على المعلومات نفسها الموجودة في المخطط الصندوقي.
- إذا استخدم مخطط تدفق الإشارة لتمثيل نظام تحكم، عندئذٍ، تدعى صيغة الربح بصيغة ماسون للربح.
- يمكن أن تستخدم صيغة ماسون للحصول على العلاقات بين متحولات النظام بدون تبسيط المخطط.

تعاريف Definitions

العقدة *Node* : العقدة هي نقطة تمثل متحول أو إشارة.

معامل النقل (الربح) *Transmittance*: و هو عبارة عن الربح الحقيقي أو الربح العقدي بين عقدتين. مثل هذا الربح يمكن التعبير عنه بدلالة تابع النقل بين عقدتين.

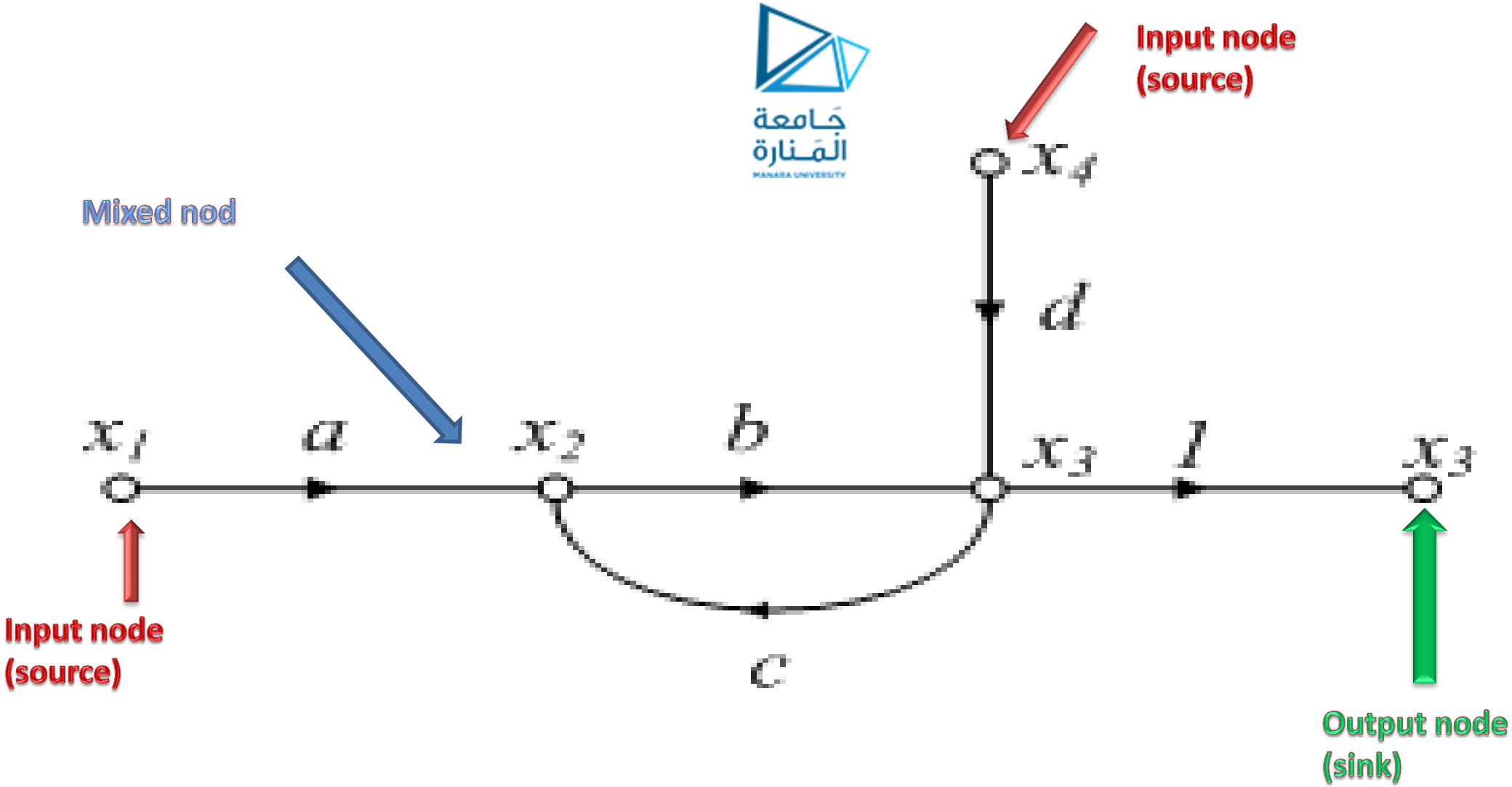
الفرع *Branch* : و هو الخط المباشر الذي يصل بين عقدتين، يدعى ربح الفرع بالناقلية (*transmittance*).

عقدة الدخل أو المنبع *Input node or source*: إن عقدة الدخل أو المنبع هي عقدة ذات فروع خارجة منها فقط. و هذه توافق متحولات مستقلة.

عقدة الخرج أو المصرف *Output node or sink*: وهي عقدة تحتوي على الفروع الداخلة إليها. و هذه توافق المتحول التابع.

عقدة مختلطة *Mixed node*: العقدة المختلطة هي عقدة تحتوي على فروع داخلة و فروع خارجة.

- **الممر Path**: الممر هو اجتياز أو عبور للفروع الواصلة في اتجاه أسهم الفروع. إذا لم يقطع الممر أية عقدة أكثر من مرة واحدة، يكون الممر مفتوحاً. إذا انتهى الممر في نفس العقدة التي بدأ منها و لم يتقاطع مع عقدة أخرى أكثر من مرة، عندئذ نقول عن الممر إنه مغلق. إذا قطع الممر بعض العقد أكثر من مرة و لكن انتهى عند عقدة مختلفة عن العقدة التي بدأ منها، عندئذٍ يكون الممر لا مفتوحاً ولا مغلقاً.
- **الحلقة Loop**: الحلقة هي ممر مغلق.
- ربح الحلقة **Loop gain**: ربح الحلقة هو ناتج جداء ناقليات الفروع في الحلقة.
- **حلقات غير متلامسة Non touching loops**: تكون الحلقات غير متلامسة، إذا لم تملك عقد مشتركة.
- **ممر أمامي Forward path**: الممر الأمامي هو ممر من عقدة دخل (منبع) إلى عقدة خرج (مصرف)، ولا يقطع أية عقدة أكثر من مرة.
- **ربح الممر الأمامي Forward path gain**: ربح الممر الأمامي هو جداء ناقليات الفروع في الممر الأمامي.



الشكل (٣-١٤) مخطط تدفق الإشارة

خصائص مخططات تدفق الإشارة

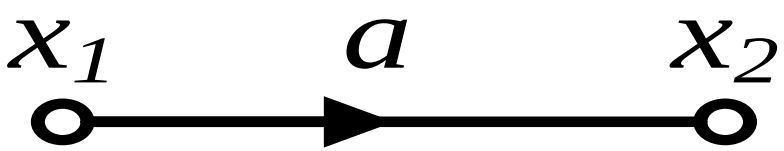
- تمر الإشارة عبر عقدة فقط في الاتجاه المحدد بأسهم الفرع.
- تجمع العقدة جميع الإشارات لجميع الفروع القادمة و ترسل هذا المجموع إلى جميع الفروع الخارجة.
- يمكن أن تعالج العقدة المختلطة التي تحتوي على الفروع الداخلة و الخارجة، كعقدة خرج (مصرف) بإضافة الفروع الخارجة بناقليه تساوي الواحد (انظر الشكل ٣-١٤)، لاحظ أن الفرع بعامل ناقليه واحد المتجه من x_3 إلى عقدة أخرى أيضاً مشار إليها بـ x_3 .
- من اجل نظام محدد، مخطط تدفق الإشارة ليس وحيداً. يمكن رسم عدة مخططات مختلفة لتدفق الإشارة من أجل هذا النظام عبر كتابة معادلات النظام بشكل مختلف.

جبر مخطط تدفق الإشارة
Signal flow graph algebra

- يمكن رسم مخطط تدفق الإشارة لنظام خطي باستخدام التعاريف السابقة.
- لتحقيق ذلك نحرك عقد الدخل (المنابع) إلى اليسار و عقد الخرج (المصارف) إلى اليمين.
- نستخدم القواعد التالية:

١. قيمة العقدة بفرع وحيد داخل، كما هو مبين في الشكل:

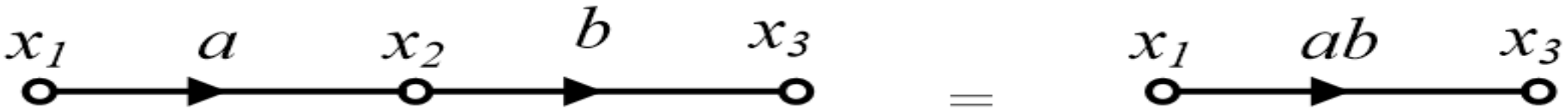
(a)



هو $x_2 = a\, x_1$.

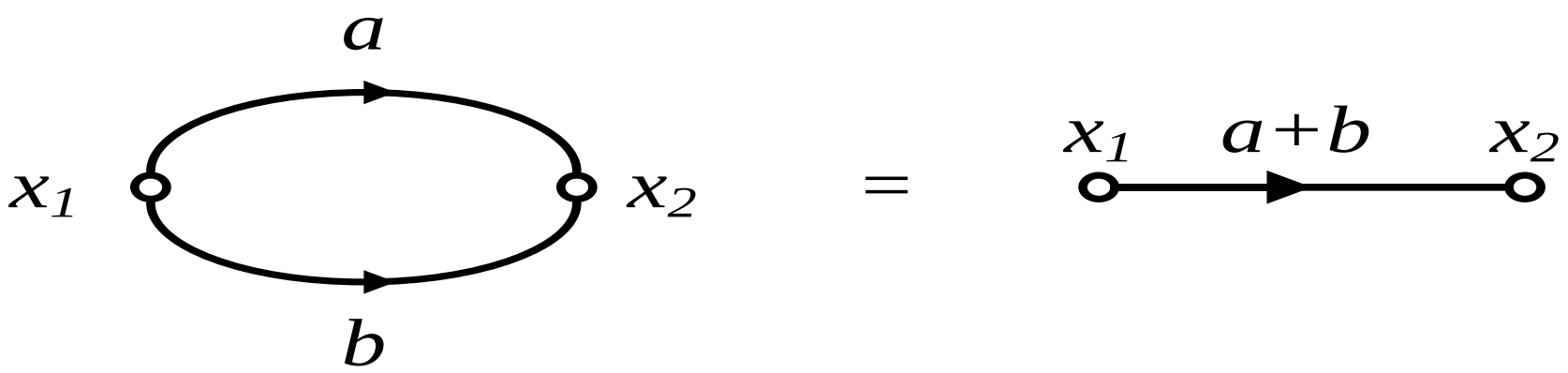
٢. الناقلية الكلية لفرعين متتاليين (تسلسليين) يمكن بذلك الفروع. جميع ناقليات جداء إلى ناتج يساوي دمجها في فرع مفرد بضرب الناقليات، كما هو مبين في الشكل

(b)



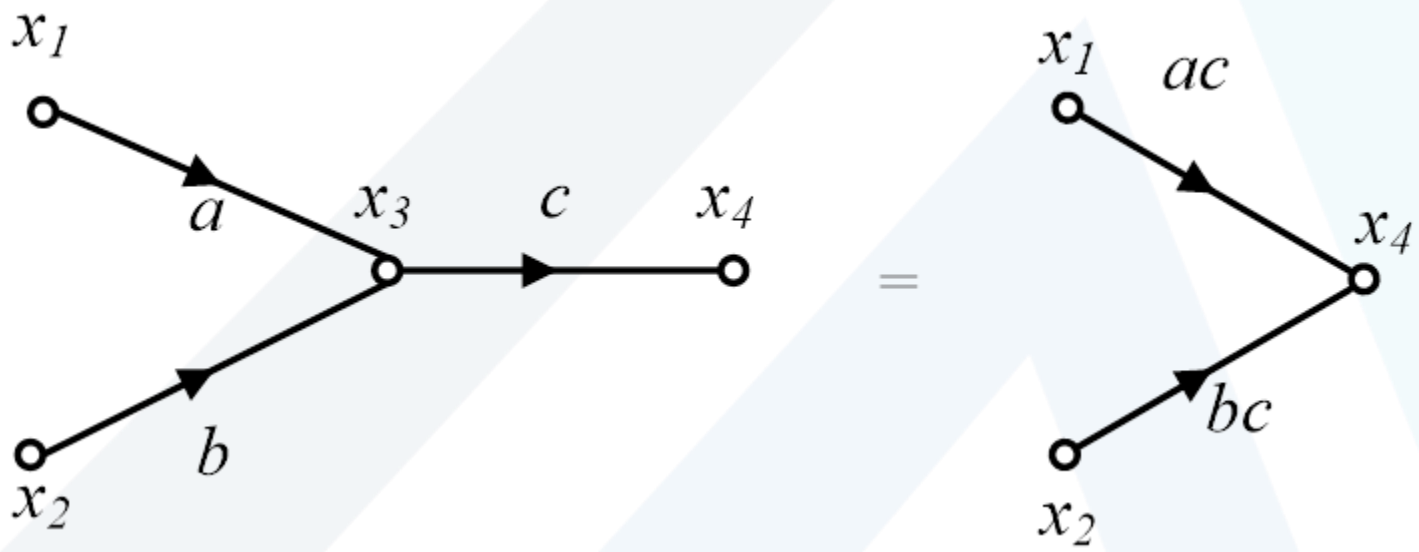
٣. يمكن دمج الفروع التفرعية بإضافة الناقليات، كما هو مبين في الشكل

(c)

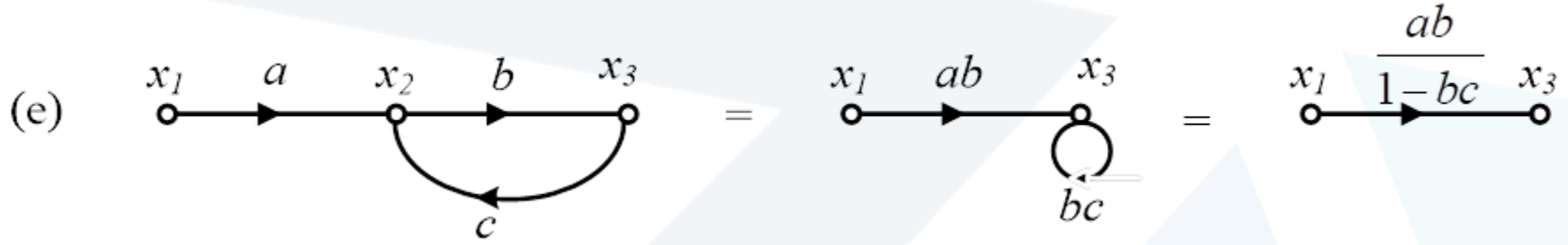


٤. يمكن حذف العقدة المختلطة، كما هو مبين في الشكل

(d)



٥. يمكن حذف الحلقة كما هو مبين في الشكل



$$x_3 = b\,x_2, \qquad x_2 = a\,x_1 + c\,x_3$$

$$x_3 = abx_1 + bcx_3$$

$$x_3 = \frac{ab}{1-bc}x_1$$

توافق هذه المعادلة مخططاً ذا حلقة ذاتية بناقليه ***bc***.

بحذف الحلقة الذاتية تنتج المعادلة،

التي تبين بوضوح أن الناقلية الكلية هي

$$\frac{ab}{1-bc}$$

تمثيل الأنظمة الديناميكية باستخدام مخططات تدفق الإشارة

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

- يمكن رسم مخطط تدفق الإشارة من معادلات النظام.
- ليكن لدينا النظام المعرَف بمجموعة المعادلات التالية:

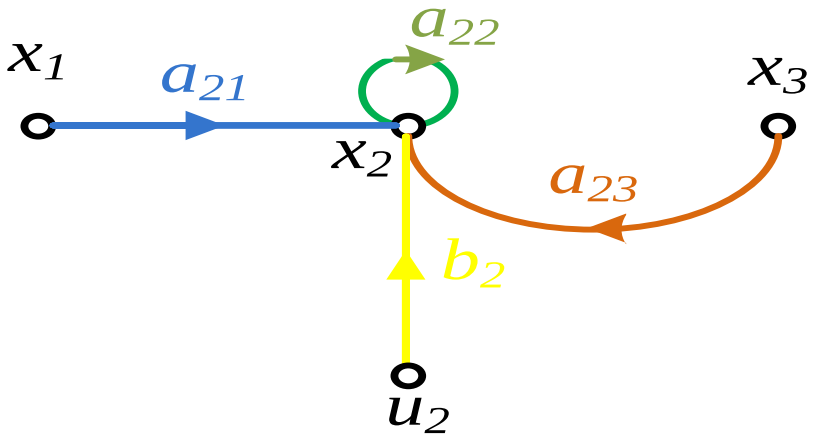
$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + b_1u_1$$

$$x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_2u_2$$

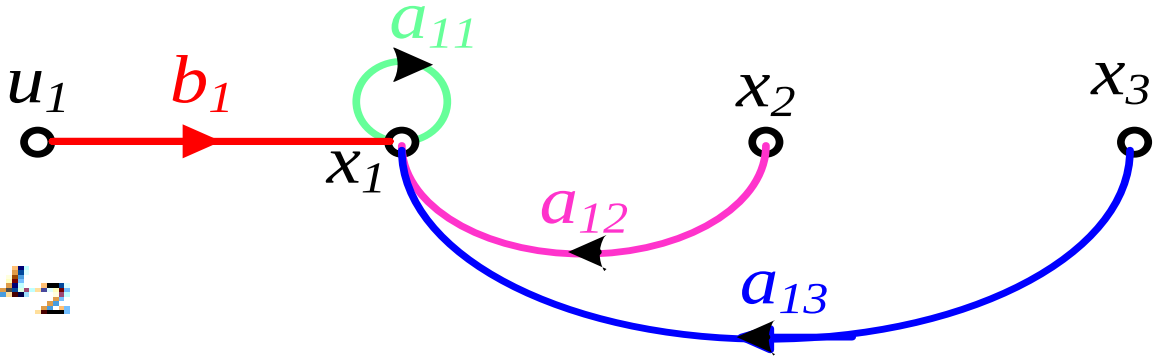
$$x_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3$$

حيث u_1 وu_2 هما متحولات الدخل و x_1، x_2 و x_3 هما متحولات الخرج.

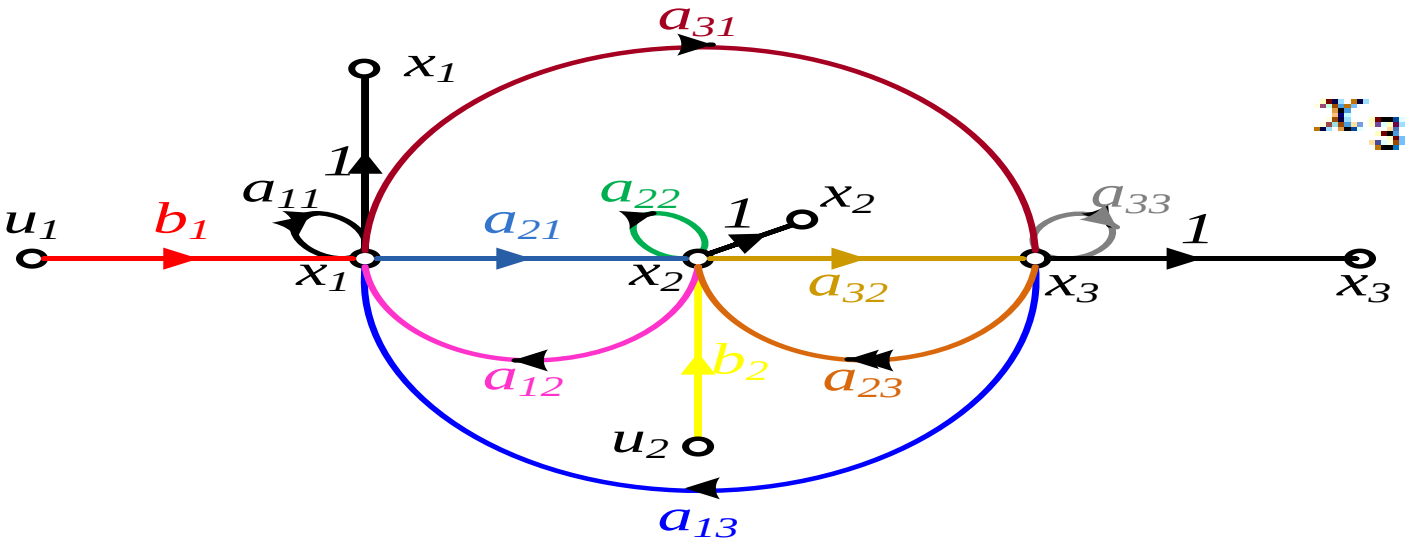
المطلوب رسم مخطط تدفق الإشارة لهذا النظام، و التمثيل الخطي لهذه المعادلات الآنية الثلاثة،



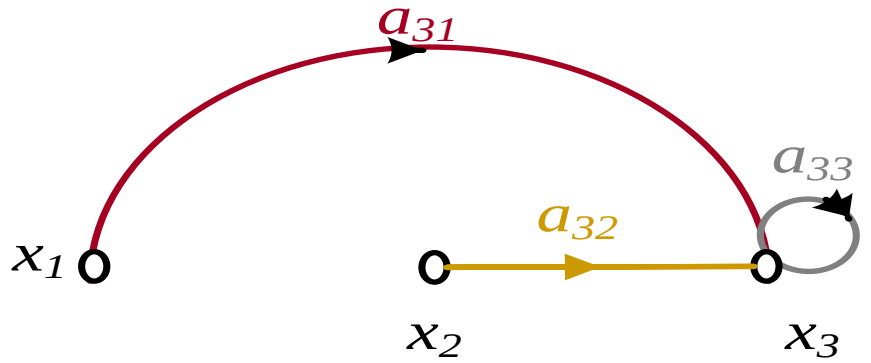
$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + b_1u_1$$



$$x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_2u_2$$



$$x_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3$$



بما أن الحلقات الثلاثة لها فرع مشترك، لذلك لا يوجد حلقات غير متماسة.

يكون المحدد Δ معطى بالعلاقة

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3)$$

$$\Delta = 1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3$$

يتم الحصول على العامل المتمم للمحدد على طول الممر الأمامي الذي يصل عقدة الدخل و عقدة الخرج من Δ بحذف الحلقات التي تلامس هذا الممر.

حيث P_1 يلامس الحلقات الثلاث، نجد أن:

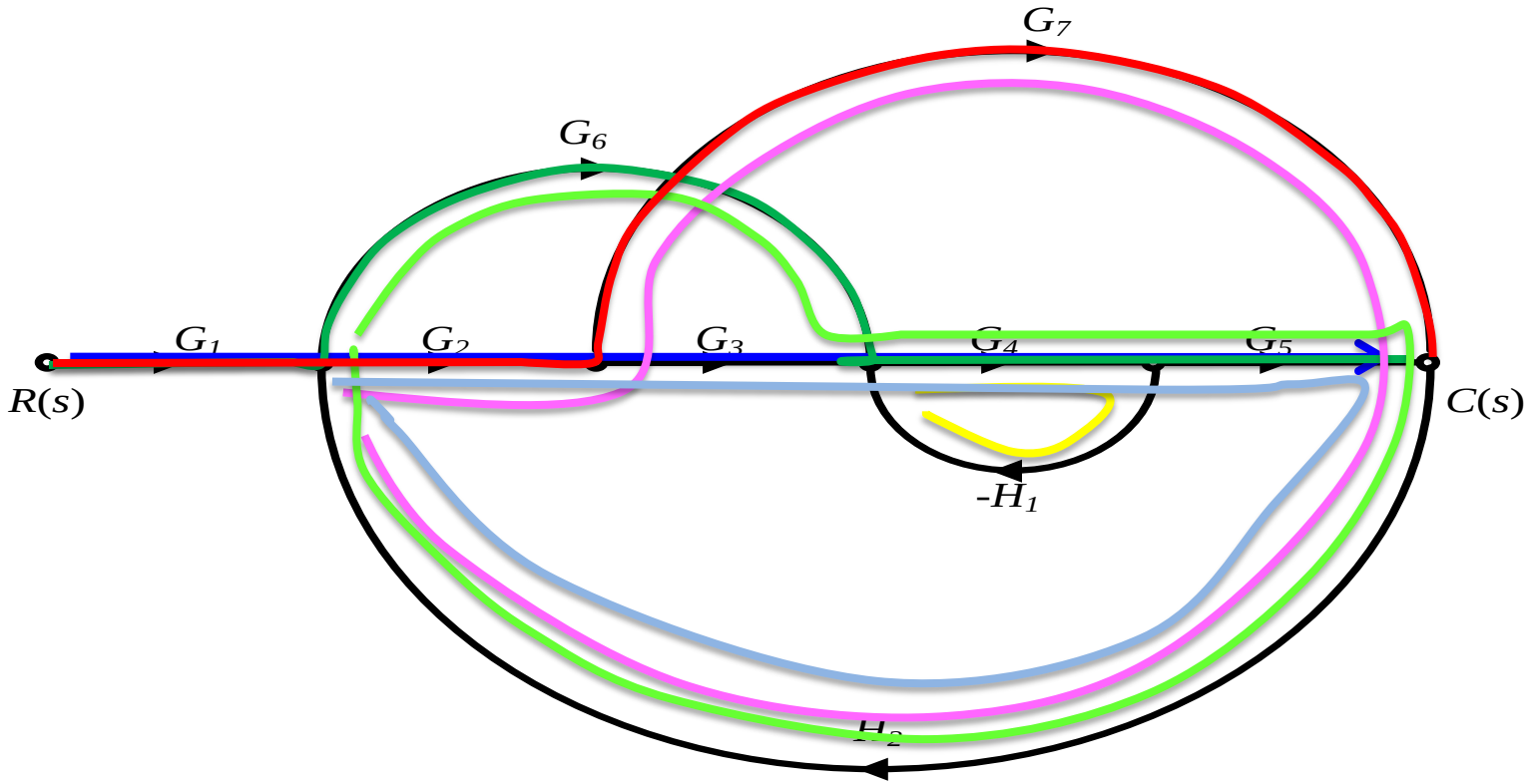
$$\Delta_1 = 1$$

لذلك، يكون الربح الكلي بين الدخل $R(s)$ و الخرج $C(s)$ أو تابع النقل للحلقة المغلقة

$$\frac{C(S)}{R(S)} = P = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3}$$

مثـــــال(٣-٦)

ليكن لدينا النظام المبين في الشكل (٣-٢٠) . أوجد تابع النقل للحلقة المغلقة $C(s)/R(s)$ باستخدام صيغة ماسون للربح.



الشكل (٣-٢٠) مخطط تدفق الإشارة لنظام

يوجد في النظام المبين في الشكل ثلاثة ممرات أمامية بين الدخل $R(s)$ و الخرج $C(s)$.

ربح الممرات الأمامية هو:

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5$$

$$P_2 = G_1 G_6 G_4 G_5$$

$$P_3 = G_1 G_2 G_7$$

يوجد أربع حلقات منفردة. الربح الكلي لكل من هذه الحلقات هو:

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

$$L_4 = -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2$$

الحلقة L_1 لا تلامس الحلقة L_2 ، بذلك يعطى المحدد Δ بالعلاقة:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2 \quad (3\text{-}11)$$

يتم إيجاد العامل المتمم Δ_1 من Δ بحذف الحلقات التي تلامس P_1،
و ذلك بإخراج L_1، L_2، L_3، L_4 و L_1L_2 من المعادلة (3-11) فنحصل على:

$$\Delta_1 = 1$$

وبشكل مشابه،

$$\Delta_2 = 1$$

يتم الحصول على العامل المتمم Δ_3 بإخراج L_2، L_3، L_4 و L_1L_2 من المعادلة (3-11) فنحصل على

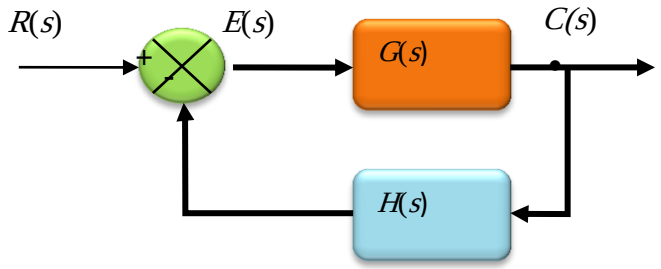
$$\Delta_3 = 1 - L_1$$

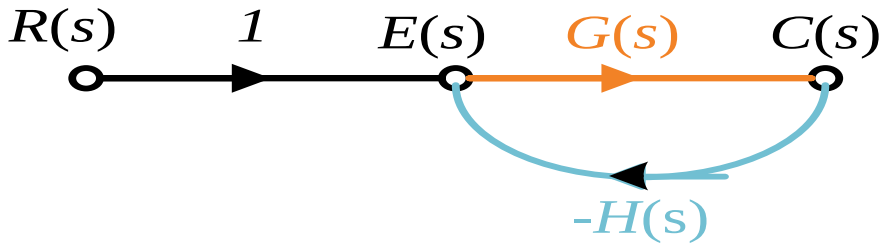
عندئذٍ يكون تابع النقل للحلقة المغلقة $C(s)/R(s)$ كالتالي:

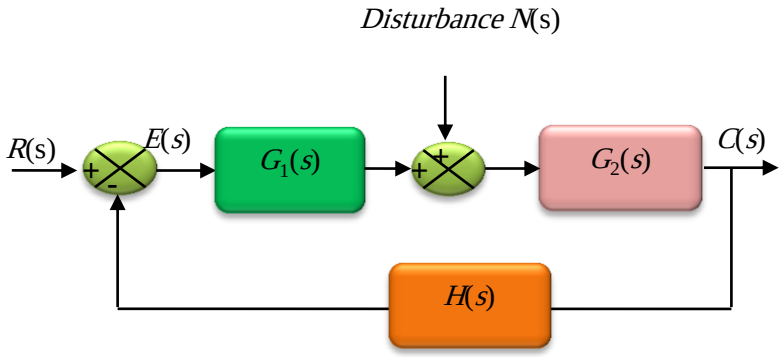
$$\frac{C(s)}{R(s)} = P = \frac{1}{\Delta}(P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2 + P_3\Delta_3)$$

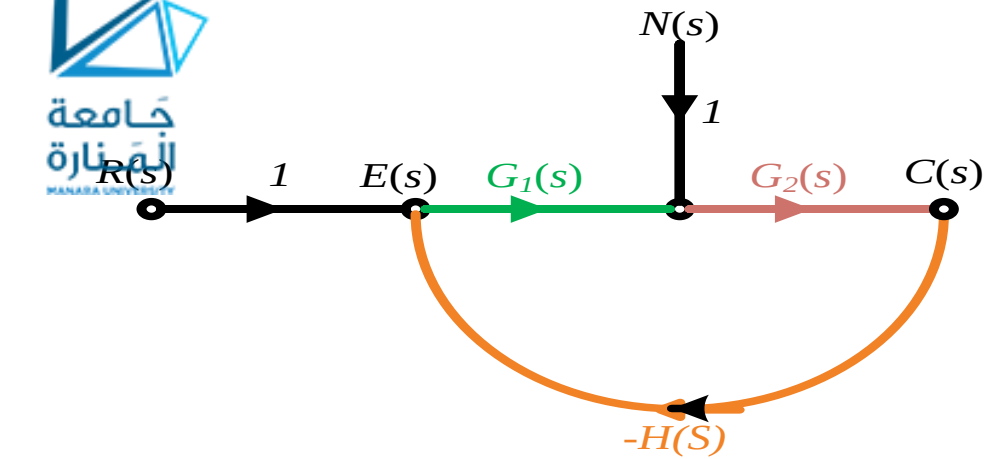
$$= \frac{G_1G_2G_3G_4G_5 + G_1G_4G_5G_6 + G_1G_2G_7(1 + G_4H_1)}{1 + G_4H_1 + G_2G_7H_2 + G_4G_5G_6H_2 + G_2G_3G_4G_5H_2 + G_2G_4G_7H_1H_2}$$

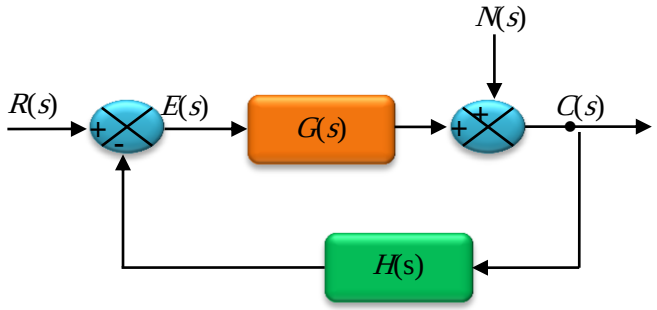
مخططات تدفق الإشارة لأنظمة التحكم

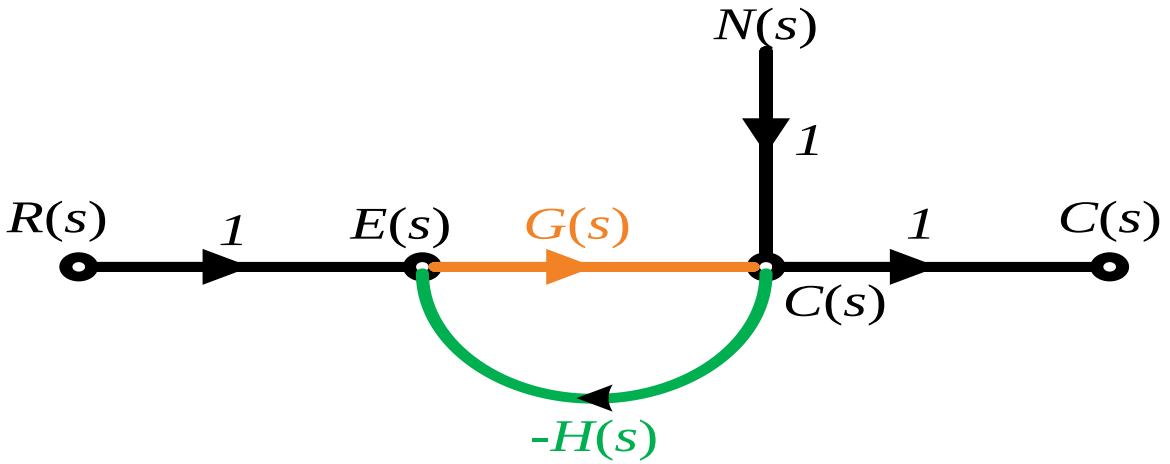


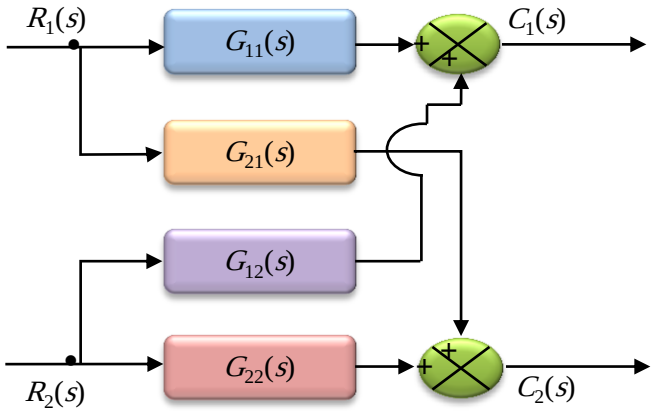


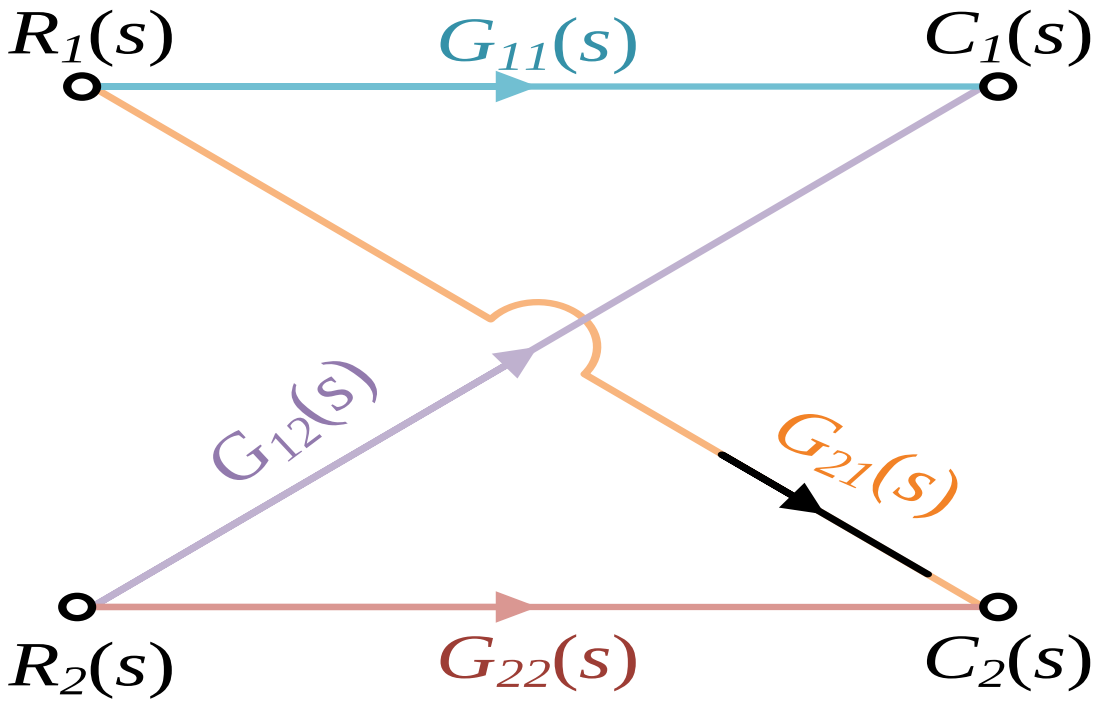

Disturbance N(s)
R(s)
E(s)
G1(s)
G2(s)
C(s)
H(s)


N(s)
1
R(s)
1
E(s)
G1(s)
G2(s)
C(s)
-H(S)


N(s)
R(s)
E(s)
G(s)
C(s)
H(s)


N(s)
1
R(s)
1
E(s)
G(s)
1
C(s)
C(s)
-H(s)


$R_1(s)$
$G_{11}(s)$
$C_1(s)$
$G_{21}(s)$
$G_{12}(s)$
$G_{22}(s)$
$R_2(s)$
$C_2(s)$


$R_1(s)$
$G_{11}(s)$
$C_1(s)$
$G_{12}(s)$
$G_{21}(s)$
$R_2(s)$
$G_{22}(s)$
$C_2(s)$

صيغة ماسون للربح من أجل مخططات تدفق الإشارة

تعطى صيغة ماسون للربح بالعلاقة التالية:

$$P = \frac{1}{\Delta}\sum_{k} P_k \Delta_k$$

P_k = ربح الممر لـ k^{th} ممر أمامي.

Δ = محدد المخطط ويساوي إلى (1 − مجموع الربح الحلقات منفردة + مجموع ربح الناتج من جداء جميع إمكانيات الدمج بين حلقتين غير متماستين − مجموع الربح الناتج من جداء جميع إمكانيات الدمج لثلاث حلقات غير متماسة + ...)

$$= 1 - \sum_{a} L_a + \sum_{b,c} L_b L_c - \sum_{d,e,f} L_d L_e L_f + \cdots$$

$\sum_a L_a$ = ربح جميع الحلقات المستقلة.

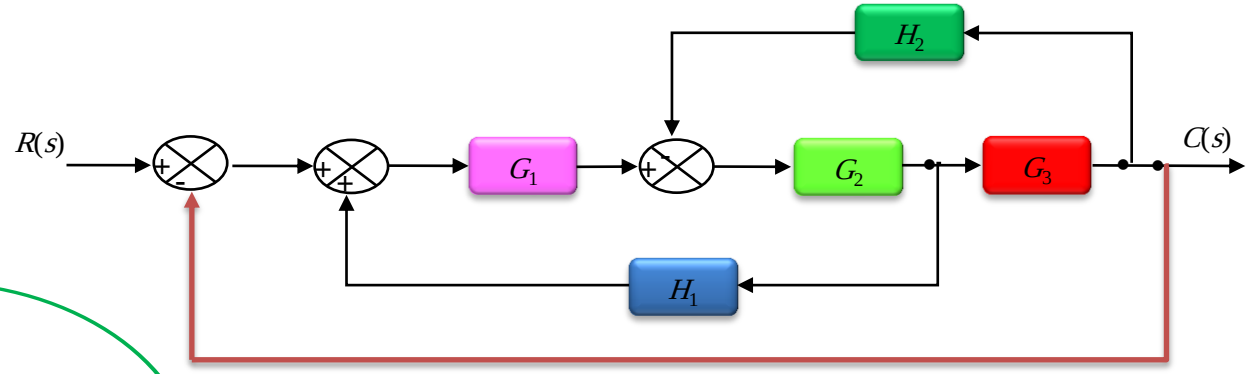
$\sum_{b,c} L_b L_c$ = مجموع الربح الناتج من جداء ربح جميع إمكانيات الدمج بين حلقتين غير متماستين.

$\sum_{d,e,f} L_d L_e L_f$ = مجموع الربح الناتج من جداء ربح جميع إمكانيات الدمج لثلاث حلقات غير متماسة.

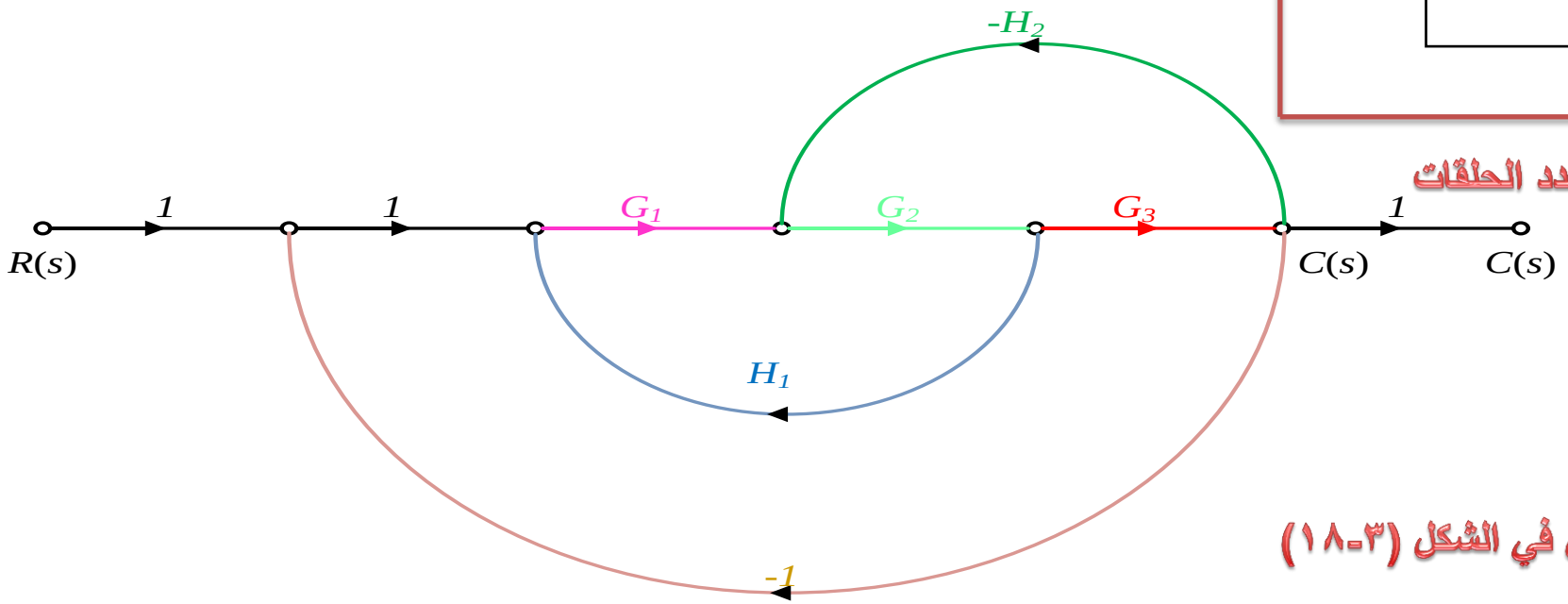
Δ_k = العامل المتمم لـ k^{th} محدد ممر أمامي لمخطط بحلقات تلامس k^{th} ممر أمامي محذوف، هذا يعني أن العامل المتمم Δ_k يتم الحصول عليه من Δ بإخراج الحلقات التي تلامس الممر P_k.

مثـــــال(٣-٥)

ليكن لدينا النظام المبين في الشكل (٣-١٨). أوجد مخطط تدفق الإشارة لهذا النظام، ثم أوجد تابع النقل للحلقة المغلقة $C(s)/R(s)$ باستخدام صيغة ماسون للربح.

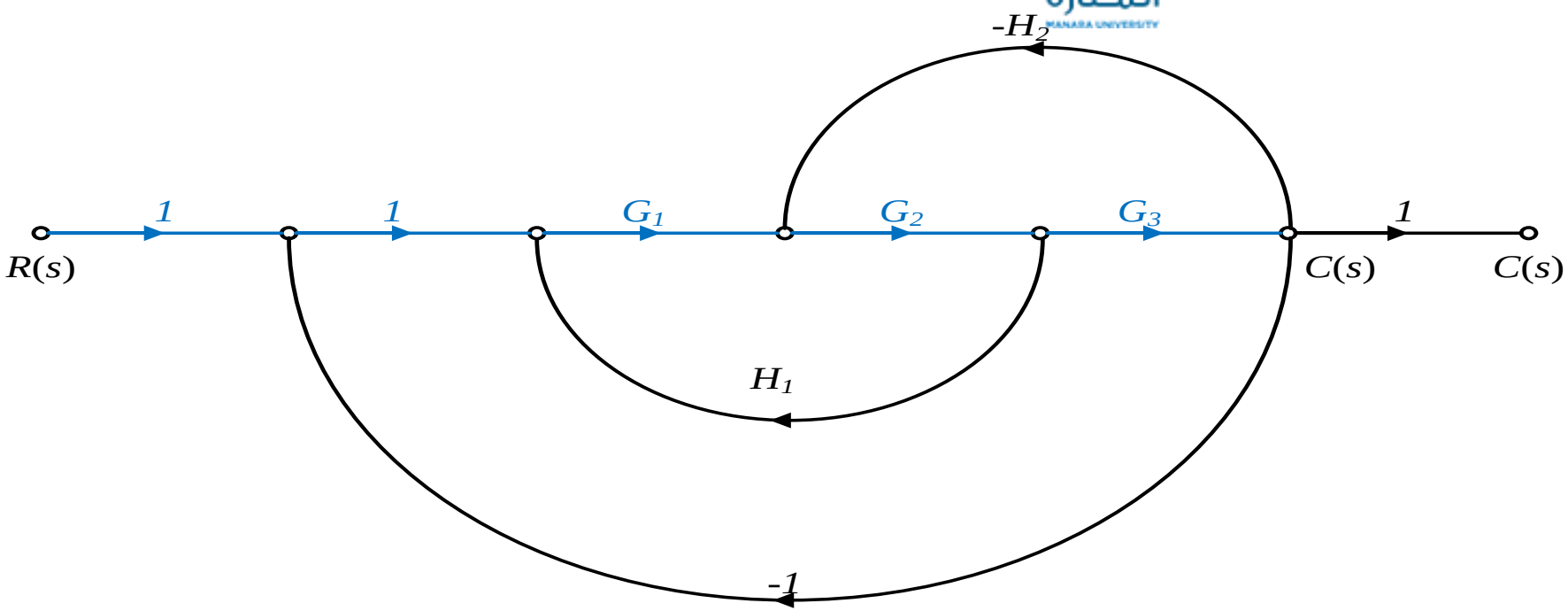


الشكل (٣-١٨) نظام تحكم متعدد الحلقات



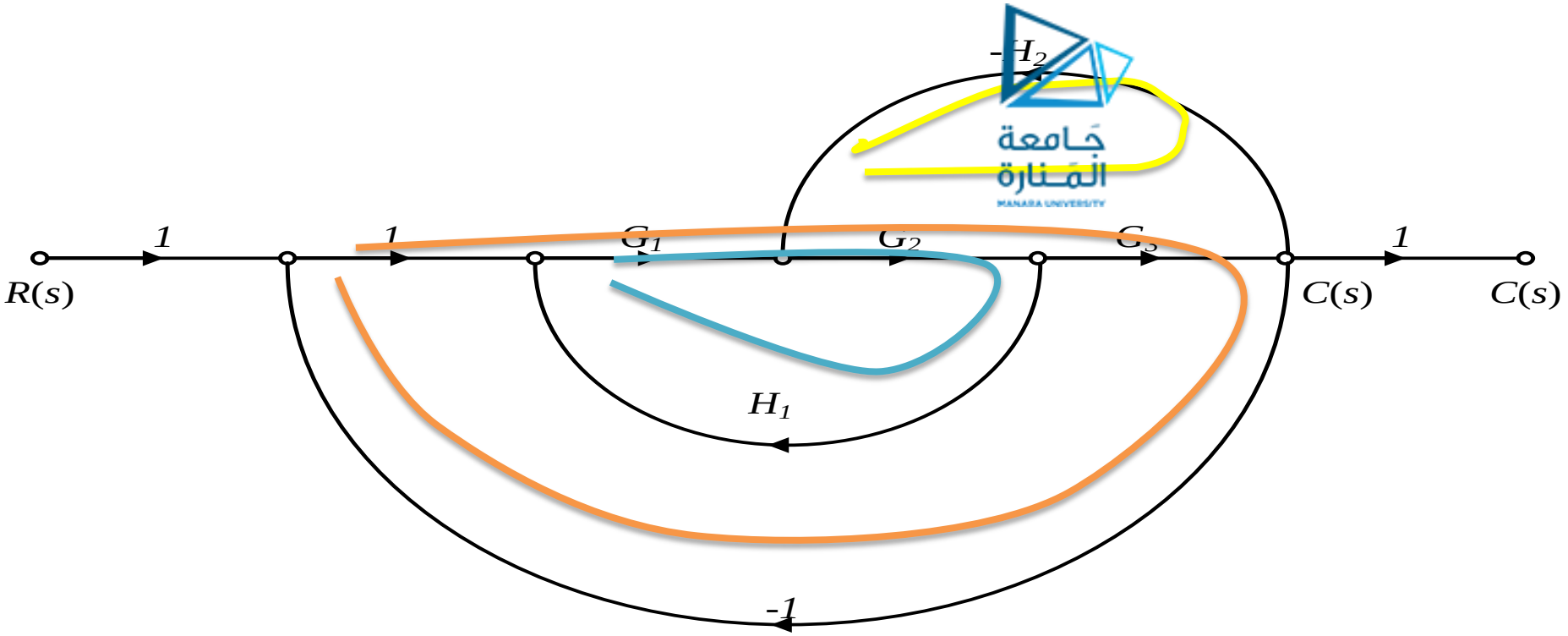
الشكل (٣-١٩) مخطط تدفق الإشارة للنظام المبين في الشكل (٣-١٨)

$$P = \frac{1}{\Delta}\sum_{k} P_k \Delta_k$$



يوجد ممر أمامي واحد فقط في هذا النظام بين الدخل R(s) و الخرج C(s). ربح الممر الأمامي هو

$$P_1 = G_1 G_2 G_3$$

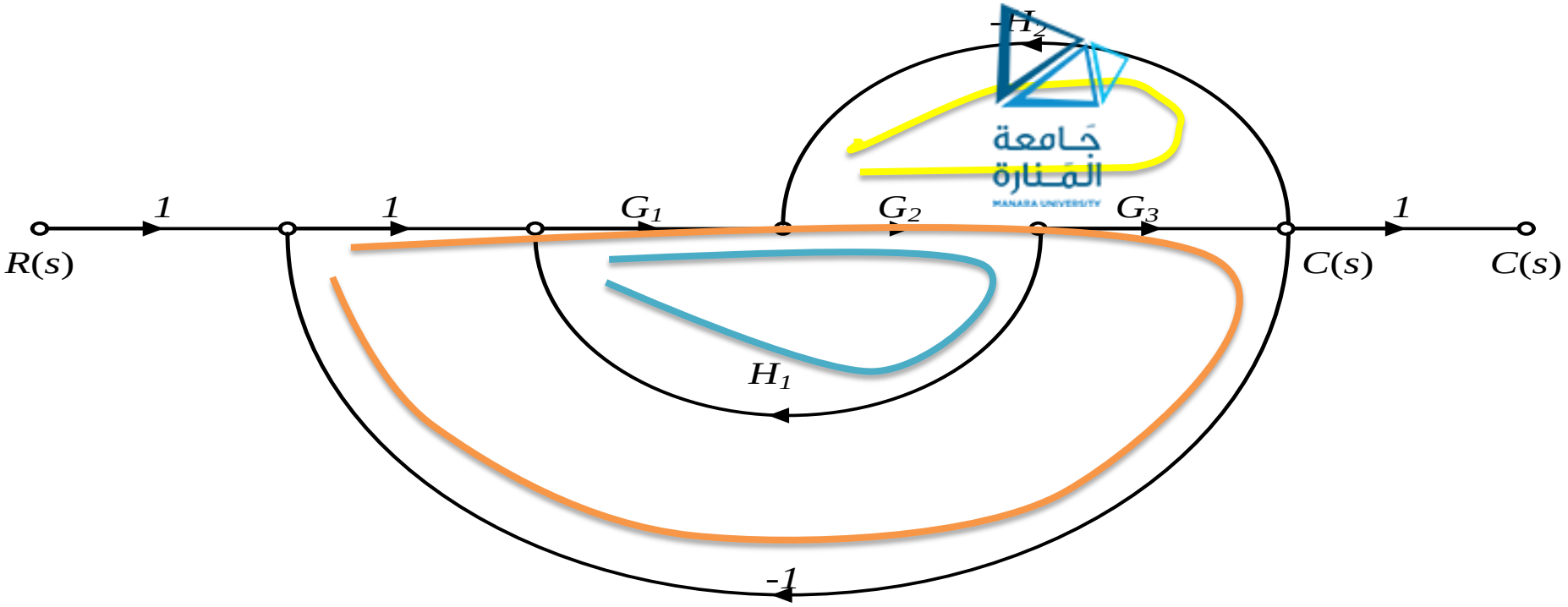


$$L_1 = G_1 G_2 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_3 H_2$$

$$L_3 = -G_1 G_2 G_3$$

يوجد ثلاث حلقات منفردة. ربح هذه الحلقات هو



يوجد ثلاث حلقات منفردة. ربح هذه الحلقات هو

$$L_1 = G_1 G_2 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_3 H_2$$

$$L_3 = -G_1 G_2 G_3$$