



الإحصاء - المحاضرة السابعة - هندسة ميكاترونكس

Statistics and probabilities- Lecture

Dr Fadi KHALIL

Doctor lecturer in statistics and programing

في هذه المحاضرة سيتم التطرق لـ

- فكرة اختبار الفرضيات Hypothesis testing

- الاختبار ثنائي الاتجاه Two tailed test
- الاختبار أحادي الاتجاه One tailed test

10- اختبار الفرضيات *Hypothesis Testing*:

من أهم مفاهيم الاستدلال الإحصائي هو اختبار الفرضيات. ويقصد باختبار الفرضيات بشكل عام هو استخدام الأدوات الإحصائية لاختبار فيما إذا كانت المعطيات المرتبطة بظاهرة ما، والمستمدة من عينة الدراسة، قريبة من المعطيات المفترضة من الباحث أو التي يفترض أن تمثل قيمة حقيقية في المجتمع. ويطلق على هذه الأخيرة بالقيمة المختبرة.

يقوم اختبار الفرضيات على صياغة فرضيتين أساسيتين: الأولى تسمى بفرضية العدم أو الفرضية الابتدائية والثانية تسمى بالفرضية البديلة.

وتأخذ الفرضية الابتدائية أو فرضية العدم غالباً شكل نفي للفروق، العلاقة أو الأثر. في حين تركز الفرضية البديلة على إثبات معنوية أو جوهرية الفروق، العلاقة أو الأثر.

يقوم اختبار الفرضيات على فكرة أنه لمعرفة صحة الإدعاء المتضمن في الفرضية الابتدائية أو العدم، نحتاج لمقارنة هذا الإدعاء مع القيمة الموجودة في مجتمع الدراسة. ولكن طالما أن معلمة المجتمع تبقى مجهولة لصعوبة حصر كل عناصر المجتمع، نقوم بسحب عينة من هذا المجتمع لكي نقوم بتقدير معلمة المجتمع. ومن هنا تنبع أهمية مؤشر الاختبار حيث يستخدم لاختبار الفروض ويتم بناؤه على أساس الفرق بين القيمة المحسوبة من العينة (\bar{x}) وبين القيمة المختبرة (x_0) مقسوماً على عدد من الأخطاء المعيارية. وبتعبير رياضي:

$$\frac{\bar{x} - x_0}{\sigma_{\bar{x}}/\sqrt{n}}$$

ونلاحظ من صيغة مؤشر الاختبار أمرين:

أولاً: تم قسمة الفرق ($\bar{x} - x_0$) على الخطأ المعياري σ/\sqrt{n} ، وذلك لمراعاة الاختلاف في قيمة \bar{x} من عينة لأخرى، نظراً لأننا نستطيع سحب أكثر من عينة ومن الممكن أن تختلف القيمة المقدرة من عينة لأخرى

ثانياً: من الشكل العام لمؤشر الاختبار يمكن القول أنه يعبر عن مقدار البعد أو الفرق بين القيمة المفترضة (أو المختبرة) أو التي يفترض أنها ناتجة عن المجتمع (تحت شرط فرضية العدم) والقيمة المدرجة تحت الفرضية البديلة معبراً عنه بالوحدات المعيارية (σ/\sqrt{n}). بالتالي لاتخاذ القرار يجب سحب عينة أولاً، ثم يتم حساب احتمال أن يكون الفرق كبير بين القيمة المختبرة والقيمة الناتجة من العينة معبراً عنه بالوحدات المعيارية (أي مقسوم على الخطأ المعياري). بعد ذلك يتم حساب احتمال أن يكون هذا الفرق ناتجاً عن الصدفة (علماً أن فرضية العدم صحيحة)، هذا الاحتمال ما يطلق عليه *p-value*، بالتالي إذا كان الاحتمال كبير (مثلاً أكبر من 1%، أو 5%، أو 10%) عندئذ لا يكن رفض فرضية العدم، والعكس صحيح إذا كان الاحتمال صغير أقل من 1%، أو 5%، أو 10%) حينها يكون الفرق بين القيمة المختبرة (المفترضة للمجتمع) والقيمة المسحوبة من العينة كبير وغير ناتج من الصدفة. بالتالي يتم رفض فرضية العدم التي تفترض أن القيمة الحقيقية للمجتمع هي x_0 .

بعبارة أخرى نلاحظ أنه للحكم فيما إذا كان هناك فرق جوهري، بين القيمة المفترضة ضمن الفرضية الابتدائية (أو فرضية العدم) وبين القيمة المقدرة (المحسوبة) عن طريق العينة، نحتاج إلى مقارنة القيمة المعيارية المحسوبة (أو قيمة مؤشر الاختبار المحسوبة) مع قيمة أخرى من نفس الجنس (أي تخضع لنفس توزيع الاحتمالي¹ لمؤشر الاختبار)، وتسمى هذه القيمة بالقيمة النظرية. وبالتالي نرى أنه إذا كان الفرق بين $(\bar{x} - x_0)$ كبيراً فيجب أن يكون كبيراً كفاية لدرجة أن يكون أكبر من القيمة النظرية، وبالتالي نستطيع رفض فرضية العدم التي تنص أنه لا يوجد فرق بين القيمة المفترضة وبين القيمة المقدرة عن طريق العينة، والعكس صحيح.

يتم حساب القيمة النظرية اعتماداً على قيم التوزيع الاحتمالي الذي من المفترض أن يخضع له مؤشر الاختبار. فمثلاً إذا كان مؤشر الاختبار يخضع لتوزيع ستيودنت يتم توليد القيمة النظرية عن طريق توزيع ستيودنت، وإذا كان مؤشر الاختبار يخضع لتوزيع كاي مربع يتم توليد القيمة النظرية اعتماداً على توزيع كاي مربع الاحتمالي.

ويمكن بعدها اتخاذ القرار فيما إذا كان هناك فرق معنوي أو جوهري بين قيمة معلمة العينة والقيمة المختبرة. حيث إذا كانت قيمة مؤشر الاختبار المحسوبة أصغر من القيمة النظرية بالتالي لا نستطيع رفض فرضية العدم والعكس صحيح.

على أية حال، مهما كان نوع التوزيع الاحتمالي الذي يتم الاعتماد عليه لحساب القيم النظرية لمؤشر الاختبار، فإن هذا التوزيع يُسمى بالتوزيع الاحتمالي النظري. أي هو التوزيع الذي تم استخدامه اعتماداً على النظريات الأساسية في الإحصاء (قانون الأعداد الكبيرة ونظرية النهاية المركزية). وتنص هذه النظريات عموماً على أن التوزيع التجريبي (المعتمد على معطيات العينة) يقترب بالضرورة إلى التوزيع النظري (التوزيع الطبيعي المعياري في النهاية) كلما ازداد حجم العينة باتجاه قيم كبيرة.

في أغلب الأحيان يكون التوزيع النظري غير قابل للتطبيق بسبب صغر حجم العينة أو بسبب طبيعة البيانات المتوفرة في العينة المسحوبة. لذلك يلجأ الباحثون إلى تقدير التوزيع الاحتمالي التجريبي لمؤشر الاختبار باستخدام أساليب المحاكاة أو التقريب انطلاقاً من بيانات العينة.

ومن هنا يتم التمييز بين نوعين من اختبار الفروض: اختبار الفروض المعلمي واختبار الفروض اللامعلمي. في الحالة الأولى يتم توليد القيم النظرية لمؤشر الاختبار اعتماداً على التوزيع الاحتمالي النظري ويسمى معلمي لأن التوزيع الاحتمالي معروف أو ذو بارامترات معلومة. أم في الحالة الثانية يتم حساب القيم النظرية لمؤشر الاختبار اعتماداً على التوزيع التجريبي (محاكاة) أو التقريبي. وتسمى الحالة الثانية لا معلمية لأنها تفترض أن التوزيع الاحتمالي لمؤشر الاختبار غير معلوم.

¹ التوزيع الاحتمالي هو عبارة عن صيغة رياضية تساعد في حساب احتمال أن يأخذ متغير ما قيمة ما ضمن ظروف معينة. حيث تم توليد هذه الصيغة عن طريق إجراء عمليات المحاكاة وتوليد البيانات.

مثال :

وفقاً لتقرير صحفي في إحدى الصحف فإن متوسط الدخل الشهري لسلسلة المتاجر المشهورة هو 130000 دولار، ولاختبار هذا الإدعاء يتم صياغة الفرضيات الآتية:

$$H_0: \mu = 130000$$

$$H_1: \mu \neq 130000$$

بعدها يتم سحب عينة من المتاجر وحساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري تمهيدا لبناء مؤشر الاختبار المحسوب ومقارنة قيمته مع القيمة المعيارية عند مستوى دلالة محدد.

1-10 مفهوم مستوى الدلالة/Significance level:

في اختبار الفرضيات لا بدّ من تحديد مستوى الدلالة أو ما يسمى بمستوى الخطأ في الاختبار وهو يعبر عن احتمال رفض فرضية العدم وهي صحيحة والذي يرمز له بالرمز α ، وبالطبع تكون قيمته محصورة بين 0 و 1 وعلى الأغلب يتم تحديد قيمة صغيرة له، أشهر قيمه هو 0.01، 0.05، 0.1.

يعبر مستوى الدلالة أيضاً عن احتمال اخطأ في اتخاذ القرار نتيجة الاعتماد على بيانات العينة وليس المجتمع ككل، فمثلاً قد تكون النتيجة في دراسة عينة عشوائية من مجتمع ما مخالفة للنتيجة في حال دراسة المجتمع الذي سحبت منه العينة. ومستوى دلالة (*significance level*) يقدر بـ 0.05 يدل على أنّه في حال سحب 100 عينة فإنّه هناك احتمال بوجود 5 عينات تعطي نتائج مخالفة عن الحقيقة الموجودة في المجتمع.

وبشكل أكثر تحديداً لنفترض أنّ في مصنع للشرائح الإلكترونية يتم اختبار جودة المنتج النهائي ، وأنّه في حال وجود أكثر من 5% من الدارات مخالفة للمواصفات يتم إلغاء صفقة الشراء. وبفرض كان حجم الإنتاج هو 5000 دارة إلكترونية والذي يحتوي 20 عينة مخالفة للمواصفات، هنا تكون الفرضية العدم:

H_0 : إن إنتاج الدارات الإلكترونية هو إنتاج مطابق للمواصفات بحيث تحتوي على أقل من 5% من الدارات المخالفة للمواصفات

H_1 : إنّ إنتاج الدارات الإلكترونية يحتوي على أكثر من 5% غير مطابق للمواصفات القياسية.

وبفرض تمّ سحب عينة عشوائية من 200 دارة وتمّ بالصدفة اختيار الـ 20 دارة غير مطابقة للمواصفات فحينها قد يتم اتخاذ قرار خاطئ برفض فرضية العدم مع إنّها صحيحة وذلك لأنّه وفقاً لبيانات العينة العشوائية هناك 10% من الدارات غير مطابقة للمواصفات. وهذا الخطأ يدعى بالخطأ من النوع الأول *Error Type 1*، وهو ورفض فرضية العدم وهي صحيحة . ومستوى الدلالة بقيمة 5% يعني أنّه في حال تمّ سحب 100 عينة عشوائية من الدارات الإلكترونية فإنّه من المسموح الحصول على نتائج خاطئة من 5 عينات عشوائية وذلك نتيجة للصدفة، أمّا إذا كان القرار الخاطئ أكبر من 5 مرات فهذا يدل على أنّه ليس وليد الصدفة.

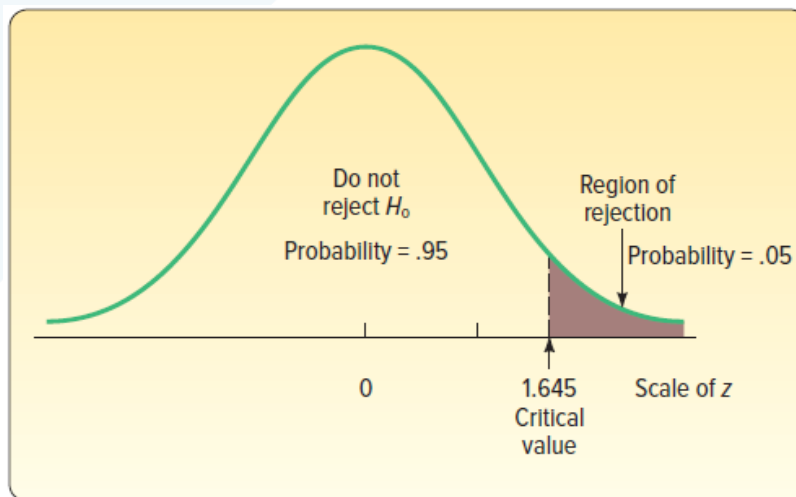
كذلك هناك خطأ آخر ويسمى الخطأ من النوع الثاني *Error Type 2* وهو عدم رفض فرضية العدم وهي خاطئة، بالعودة للمثال السابق بفرض أنه في إجمالي إنتاج الدارات الإلكترونية هناك 260 دارة غير مطابقة للمواصفات أي ما نسبته أكبر من 5% ولكن نتيجة لعدم القدرة بدراسة كل الدارات الإلكترونية المنتجة سيتم سحب عينة عشوائية من 200 دارة وبالصدفة كانت تحتوي على 5 دارات إلكترونية غير مطابقة للمواصفات أي ما نسبته 2.5% وبالتالي هنا يتم اتخاذ قرار خاطئ بعدم رفض فرضية العدم السابقة بالرغم من كونها خاطئة،

وغالبا يتم الوقوع في الخطأ من النوع الأول والثاني نتيجة عدم القدرة على دراسة كامل المجتمع واللجوء إلى دراسة عينات عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع. ويرمز لاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول بـ α ، أما احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني فيرمز له بالرمز β . والجدول الآتي يوضح نوعي الخطأ المذكورين:

Null Hypothesis	Researcher	
	Does Not Reject H_0	Rejects H_0
H_0 is true	Correct decision	Type I error
H_0 is false	Type II error	Correct decision

2-10- قاعدة اتخاذ القرار *Decision rule*:

يرتبط اتخاذ القرار بمصطلح القيمة المعيارية *critical value* وهي التي يتم مقارنة قيمة مؤشر الاختبار المحسوب بها، أي بعبارة أخرى فيما إذا تم افتراض أن مؤشر الاختبار المحسوب خاضع للتوزيع الطبيعي، فإن القيمة المعيارية هي التي تقسم بين منطقة الرفض وعدم الرفض لفرضية العدم، كما هو موضح في الشكل الآتي:



بحيث يظهر من الشكل أنّ القيمة المعيارية هي 1.645 عند مستوى دلالة 5%.

بالتالي لاتخاذ القرار يتم بداية تحديد مستوى الدلالة وليكن 5%، بعدها يتم حساب قيمة مؤشر الاختبار ومقارنتها مع القيمة المعيارية لاتخاذ القرار برفض أو عدم رفض فرضية العدم. بالاستناد إلى الشكل السابق وبفرض أنّه اعتماداً على بيانات العينة كانت القيمة المحسوبة لمؤشر الاختبار تساوي 2.34، فإنّ هذه القيمة أكبر من القيمة المعيارية عند مستوى دلالة 5% وهي 1.645 بالتالي يمكن رفض الفرضية العدم. بمعنى آخر إنّ القيمة المحسوبة 2.34 تقع ضمن منطقة الرفض في الشكل السابق. وبشكل أكثر تحديداً، طالما أنّ القيمة المحسوبة Z أكبر من القيمة المعيارية 1.645 فإنّه يوجد احتمال قليل (أصغر من 5%) بأنّ يكون مؤشر الاختبار (فيما لو تمّ حسابه من بيانات عينات أخرى) يملك هذه القيمة الكبيرة بداعي الصدفة أو نتيجة خطأ للمعاينة.

وبالمقابل برفض كانت قيمة مؤشر الاختبار المحسوبة تساوي 0.81، عندها لا يمكن رفض فرضية العدم، لأنّ مؤشر الاختبار المحسوب يقع ضمن منطقة عدم الرفض في الشكل البياني السابق. بمعنى آخر يوجد احتمال ليس بالقليل (أكبر من 5%) بأنّ تكون قيمة مؤشر الاختبار ناتجة عن الصدفة أو نتيجة خطأ في المعاينة.

على أية حال بما إنّ القرار المأخوذ يرتكز على نتائج العينة المدروسة فإنّ يوجد دائماً احتمال للوقوع بإحدى النوعين من الأخطاء (الأول والثاني)، إذ يمكن رفض فرضية العدم بالرغم من كونها صحيحة (النوع الأول)، او يمكن عدم رفض فرضية العدم على الرغم من كونها خاطئة (الخطأ من النوع الثاني). بالتالي لا بدّ للباحث أو القائم على اتخاذ القرار أن يحدد مستوى الخطأ المسموح به والناتج عن الصدفة أو خطأ المعاينة. ضمن هذا السياق يتم تحديد ما يعرف بمستوى الدلالة α (احتمال الخطأ من النوع الأول).

أي أنّ هناك طريقة أخرى للمقارنة تستخدمها البرامج الإحصائية. وتقوم هذه الطريقة على مقارنة القيمة الاحتمالية (p -value أو sig) لقيمة مؤشر الاختبار المحسوبة مع القيمة الاحتمالية النظرية أو مستوى الدلالة α (0.01 – 0.05 – 0.10). إذ يتم رفض فرضية العدم عندما تكون قيمة p -value أصغر من 0.05، والعكس صحيح.

مثال :

إذا كانت قيمة الإشارة المرسله من المركز A إلى النقطة B تخضع لتوزيع طبيعي بمتوسط μ وتباين 4، فإذا كان هناك سبب للمستقبلين في النقطة B ليعتقدوا بأنّ متوسط الإشارة هو $\mu = 8$ ، اختبر صحة هذا الإدعاء عند مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ علماً أنّه تمّ سابقاً استقبال 5 إشارات من نفس النوع مرسله بشكل مستقل وكان متوسط قيمة الإشارة هو 9.5.

يمكن صياغة الفرضية العدم والبديلة كما يأتي:

$$H_0: \mu = 8$$

$$H_1: \mu \neq 8$$

ومن ثمّ بناء مؤشر الاختبار :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{9.5 - 8}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = 1.68$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري يمكن استخراج قيمة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0.05}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$

وبمقارنة $Z = 1.68$ مع قيمة $Z_{0.025} = 1.96$

$$Z < Z_{0.025}$$

وبالتالي لا يمكن رفض فرضية العدم عند مستوى دلالة 0.05.

إمّا إذا تمّ الاختبار عند مستوى دلالة 10% تكون قيمة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0.1}{2}} = Z_{0.05} = 1.645$ ، بالتالي :

$$Z > Z_{0.05}$$

أي عند مستوى دلالة 10% يمكن رفض فرضية العدم بأنّ متوسط الإشارة 8.

10-3- الاختبار أحادي وثنائي الجانب : One tailed and wo tailed test

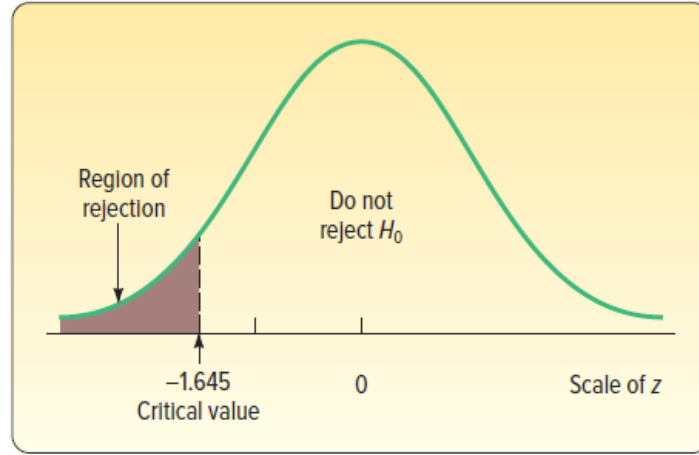
يلاحظ فيما سبق أنّ الفرضية البديلة تأخذ شكل عدم المساواة ولكن في بعض الأحيان تكون الفرضية البديلة من نوع أكبر أو أصغر من ويسمّى الاختبار عندها بالاختبار أحادي الجانب أي أنّ منطقة الرفض تكون من جانب واحد.

مثلاً لدى الشركات المصنّعة للسيارات الثقيلة رغبة في شراء الإطارات التي يصل استخدامها العادي إلى 60000 ميل قبل التآكل، بالتالي سيتم رفض شحنة الإطارات التي يكون متوسط عمرها أقل بكثير من 60000 ميل، وبالطبع سيتم قبول شحنة الإطارات التي يكون عمر استخدامها 60000 فأكثر، وبالتالي قلق الشركات المصنّعة للسيارات يتعلق باختبار فيما إذا كان عمر استخدام الإطارات أقل من 60000 ألف ميل. بالتالي يمكن صياغة الفرضية العدم والبديلة كالآتي:

$$H_0: \mu \geq 60000$$

$$H_1: \mu < 60000$$

ويمكن توضيح منطقة الرفض والقبول في الاختبار أحادي الجانب وفقاً للشكل الآتي:



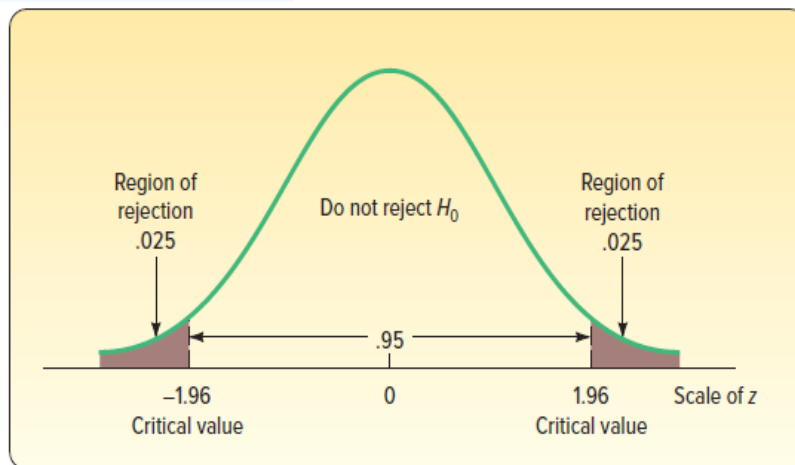
هنا يمكن القول أنه يمكن رفض فرضية العدم فقط في الحالة التي يكون فيها متوسط عمر الإطارات أصغر من 60000 أي تقع منطقة الرفض في المنطقة المظللة على اليسار كما في الشكل السابق.

بينما لو كان اهتمام الشركة المصنعة للإطارات مثلاً في المثال السابق حول متوسط عمر الاستخدام فيما إذا كان 60000 ميل أم لا، يمكن صياغة الفرضية العدم والبديلة كالآتي:

$$H_0: \mu = 60000$$

$$H_1: \mu \neq 60000$$

هنا يلاحظ أنه يتم رفض فرضية العدم سواء أكان متوسط عمر الإطارات أكبر أو أصغر بشكل جوهري من 60000، ولاخذ هذين الاتجاهين بعين الاعتبار في رفض فرضية العدم يتم تقسيم منطقة الرفض على قسمين على جانبي المنحنى كما في الشكل الآتي:



مثلاً لو تم الاختبار عند مستوى دلالة 5%، يتم تقسيم منطقة الرفض إلى قسمين متساويين مساحة كل منهما 0.025 ،
أما مساحة عدم رفض فرضية العدم فتبلغ 0.95.

ولتوضيح اختبار الفرضيات من كلا النوعين سيتم تناول الأمثلة الآتية:

مثال :

قامت إحدى شركات تصنيع السيارات باتباع خطة جديدة لزيادة إنتاجيتها الشهرية وبفرض أن حجم الإنتاج يخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط 200 و تباين 16، وإذا أرادت هذه الشركة بمعرفة فيما إذا كان هناك تغير في الإنتاجية نتيجة اتباع خطة جديدة قائمة على توظيف مجموعة من الكوادر فقامت بدراسة عينة لـ 50 شهر من الأعمال المنجزة خلال الأشهر الماضية فكان متوسط عدد الأعمال 203.5 عمل، فما هو القرار المناسب لشركة تصنيع السيارات عند مستوى دلالة 1%:

الحل :

سيتم اتباع خطوات اختبار الفرضيات وأولها صياغة الفرضيات، وهنا يتضح أنّ غاية الشركة هو معرفة فيما إذا متوسط الإنتاجية يختلف عن 200، أي:

$$H_0: \mu = 200$$

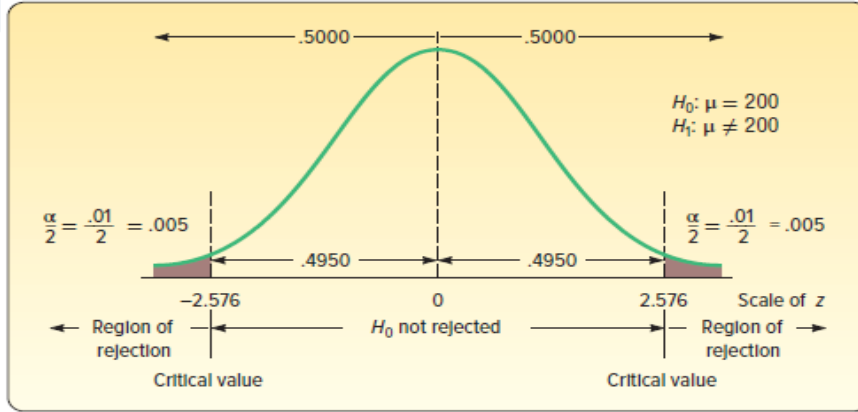
$$H_1: \mu \neq 200$$

الخطوة الثانية تتمثل ببناء مؤشر الاختبار :

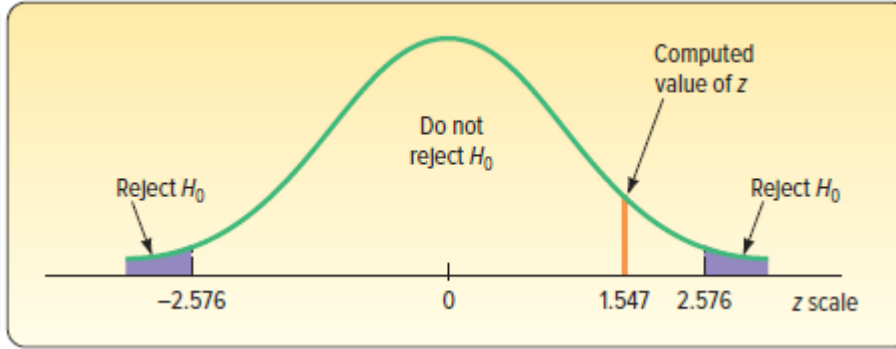
$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{203.5 - 200}{\frac{4}{\sqrt{50}}} = 6.187$$

وهي قيمة مؤشر الاختبار المحسوب.

الخطوة الثالثة تتمثل بمقارنة قيمة مؤشر الاختبار المحسوب مع القيمة المعيارية عند مستوى دلالة 1% والتي تبلغ 2.576، و -2.576- والشكل الآتي يساعد في استخراجها.



وبمقارنة أنّ القيمة المحسوبة Z أكبر من القيمة المعيارية بالقيمة المطلقة 2.576 أو أنّ القيمة المحسوبة 6.178 تقع خارج المجال $[-2.576, +2.576]$ بالتالي يمكن رفض فرضية العدم.



وكنتيجة للاختبار السابق إنّ متوسط الإنتاجية قد تغير نتيجة تطبيق الخطة الجديدة، وأنّ الاختلاف بين قيمة العينة و 203.5 وقيمة المجتمع 200 هو اختلاف غير ناتج عن الصدفة.

مثال :

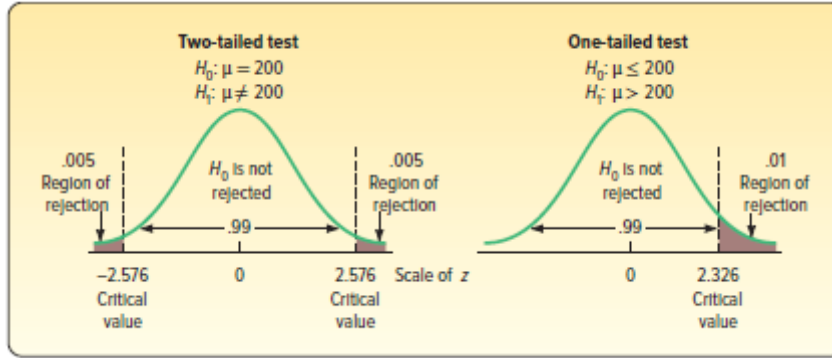
ليتم العودة للمثال السابق وفي حال أرادت الشركة معرفة فيما إذا كان هناك تحسن في إنتاجية الشركة نتيجة اتباع الخطة الجديدة. أي يمكن الاستنتاج أنّه تبعاً لتطبيق الخطة الجديدة تمّ زيادة إنتاجية الشركة عن 200؟ وهذا يختلف عن الحالة السابقة حيث أرادت الشركة معرفة فيما إذا كان هناك تغير في الإنتاجية نتيجة تطبيق الخطة الجديدة.

بالتالي الاختبار هنا هو اختبار أحادي الجانب one tailed test، يمكن صياغة الفرضية العدم والبدلية في هذه الحالة كما يأتي:

$$H_0: \mu \leq 200$$

$$H_1: \mu > 200$$

مع الإشارة إلى أنّ القيمة المعيارية critical value في الأختبار أحادي الجانب تختلف عن القيمة المعيارية في الأختبار ثنائي الجانب. ففي الحالة السابقة تمّ تقسيم منطقة الرفض إلى قسمين متساويين أمّا في هذه الحالة فإنّ منطقة الرفض تتركز في جانب واحد على اليمين:



حيث يلاحظ أنّ القيمة المعيارية في هذه الحالة هي 2.326، والقرار هنا أيضاً يتمثل بإمكانية رفض فرضية العدم لأنّ القيمة المحسوبة $Z = 6.178$ أكبر من القيمة المعيارية 2.326.

مثال:

ضمن دراسة متّفة لدائرة تأهيل الطرقات تمّ تحديد معدل نفاذ المياه في الطرقات الإسفلتية بـ $\mu = 1.6 \text{ liter}$ في متر المربع، وبانحراف معياري $\sigma = 0.8 \text{ liter}$. ولكن تمّ اقتراح خلطة جديدة بهدف تقليل معدل نفاذ المياه لاقبل من 1.6 لتر. ولأختبار هذا الأمر تمّ تحليل عينة عشوائية 20 موقع، وكان متوسط نفاذ المياه 1.54. اختبر مدى فعالية الخلطة الجديدة وذلك عند مستوى دلالة $\alpha = 0.05$

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بإحدى القيم المعيارية critical values في الجدول الآتي :

الاختبار أحادي الجانب One sided test	الاختبار ثنائي الجانب Two sided test	مستوى الدلالة significance level
2.32	2.56	0.01
1.64	1.96	0.05
1.28	1.64	0.1

الحل :

يمكن صياغة الفرضية العدم والبديلة كما يأتي:

$$H_0: \mu \geq 1.6$$

$$H_1: \mu < 1.6$$

ومن ثمّ بناء مؤشّر الاختبار: (2 علامة)

$$Z = \frac{1.54 - 1.6}{\frac{0.8}{\sqrt{20}}} = \frac{-0.06}{0.178888} = -0.3384$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري يمكن استخراج القيمة المعيارية للاختبار احادي الجانب $Z_{\alpha} = Z_{0.05} = 1.64$

وبمقارنة $Z = 0.3384$ مع قيمة $Z_{0.05} = 1.64$.

$$Z < Z_{0.05}$$

وبالتالي لا يمكن رفض فرضية العدم عند مستوى دلالة 0.05. بالتالي التصميم الجديد لم يساعد في تخفيض مستوى نفاذ الماء في الإسفلت