بيانيات الحاسوب
Computer Graphics

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

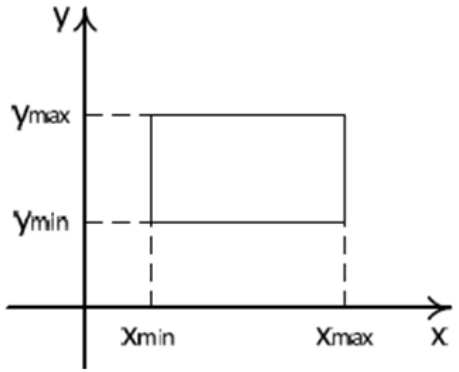
Dr.-Eng. Samer Sulaiman

2022-2023

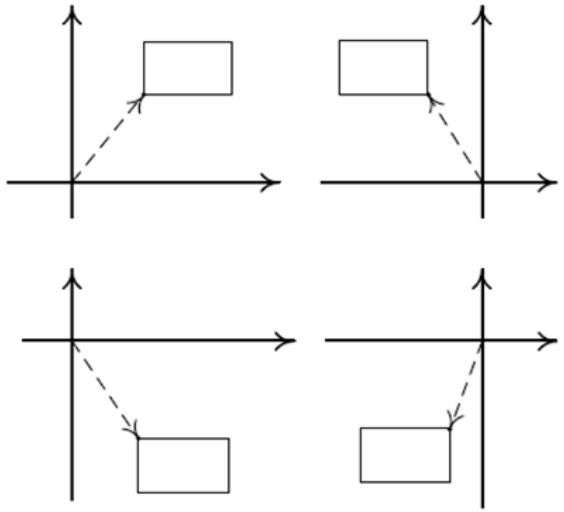
مفردات المنهاج

- **أساسيات بيانيات الحاسوب**
  - مقدمة: مفاهيم أساسية
  - التحويلات ثنائية البعد 2D
  - التحويلات ثلاثية البعد 3D
- **خوارزميات بيانيات الحاسوب**
  - الخوارزميات الهندسية
  - الخوارزميات النقطية الأساسية
  - خوارزميات إزالة الأسطح المخفية
- **نماذج بيانيات الحاسوب**
  - الألوان ونماذج الألوان
  - المنحنيات والأسطح: النمذجة الهندسية
  - نماذج الإضاءة والتظليل
  - عناصر التركيب والنمذجة الإجرائية

خوارزميات بيانيات الحاسوب



$$\begin{cases} x_{min} \le x \le x_{max}, \\ y_{min} \le y \le y_{max} \end{cases}$$



- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
    - مستطيل تتوازى جوانبه (حوافه) مع محاور الإحداثيات
      - مُعرَّفة بأربعة أرقام x_{min} وy_{min} وx_{max} وy_{max}
    - أبسط طريقة لتصنيف مثل هذا الشكل هي فقط تصنيف الرؤوس الأربعة
    - تعتبر معقدة للغاية ، خاصة في حال نحتاج فيها إلى تصنيف العديد من المستطيلات بالنسبة إلى نفس المستقيم L
    - طريقة التصنيف:
      - قد يقع الناظم للمستقيم في أرباع جملة الإحداثيات الأربعة اعتمادًا على اشارات مكوناته
      - لكل ربع من جملة الإحداثيات هناك نقطة واحد فقط هي الأقرب للمستقيم على طول اتجاه الناظم
        - والتي يتم فحصها في المقام الأول

جامعة المنارة

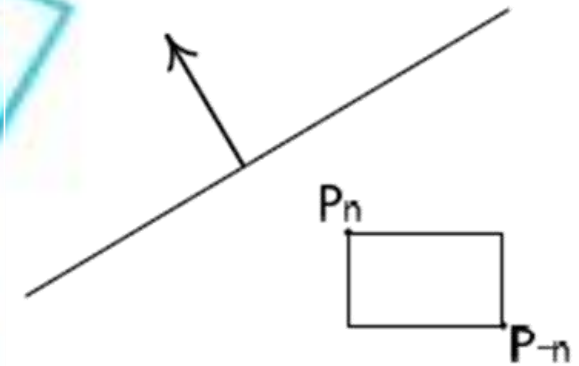
خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
    - قاعدة لاختيار نقطة الزاوية هذه:

$$p_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$x_n = \begin{cases} x_{min}, n_x \geq 0 \\ , x_{max}, n_x < 0, \end{cases}$$

$$y_n = \begin{cases} y_{min}, n_y \geq 0 \\ , y_{max}, n_y < 0. \end{cases}$$



جامعة المنارة

- إذا كانت هذه النقطة pn تقع في نصف المستوى الموجب (أي ، $f(p_n) \geq 0$) ، فإن كامل AABB يقع في نصف المستوى الموجب
- بخلاف ذلك ، نحتاج إلى التحقق من النقطة المناظرة لـ p_n وهي p_{-n} لمعرفة ما إذا كان في نصف المستوى السالب
  - إذا كانت هذه النقطة p_{-n} تقع في نصف المستوى السالب ، فإن AABB يقع في نصف المستوى السالب
  - خلاف ذلك يقطع المستقيم المستطيل AABB

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
- تصنيف الصندوق الموازي للمحاور (AABB) بالنسبة لمستقيم
- مثال عن الكود البرمجي:

```
int classifyBox ( const vec2& n, float d,
                  float xMin, float yMin,
                  float xMax, float yMax )
{
  vec2 pn( n.x >= 0 ? xMin : xMax,
           n.y >= 0 ? yMin : yMax );

  if ( dot ( pn, n ) + d > 0 )
    return IN_POSITIVE;

                  // find opposite to pn corner
  pn = vec2 ( xMin + xMax, yMin + yMax ) - pn;

  if ( dot ( pn, n ) + d < 0 )
    return IN_NEGATIVE;

  return IN_BOTH;
}
```

- .

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - حساب مساحة المثلث والمضلع
    - مساحة المستطيل هي جداء عرضه وطوله
    - دائرة نصف قطرها r ومساحتها تساوي πr^2
    - استخدام صيغة هيرون (Heron) لحساب مساحة المثلث

$$S = \sqrt{p(p-l_a)(p-l_b)(p-l_c)}. \qquad p = \frac{l_a + l_b + l_c}{2}.$$

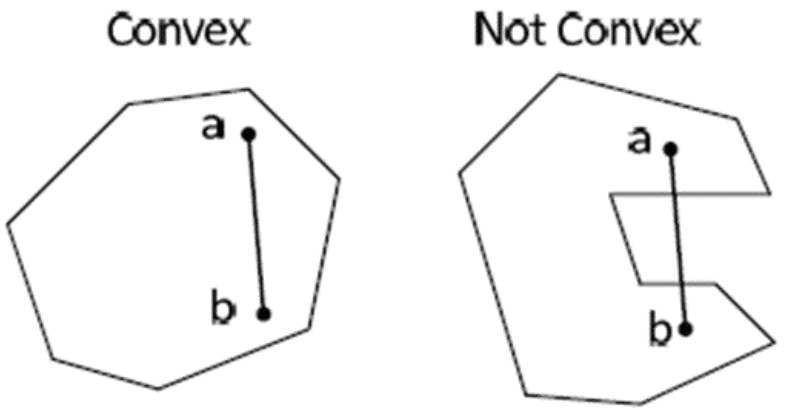
    - حيث l_a و l_b و l_c هي أطوال الأضلاع و p هي نصف محيط المثلث
    - حساب المساحة باستخدام محدد مصفوفة 2 × 2:

$$S = \frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} b_x - a_x & b_y - a_y \\ c_x - a_x & c_y - a_y \end{pmatrix}\right|$$

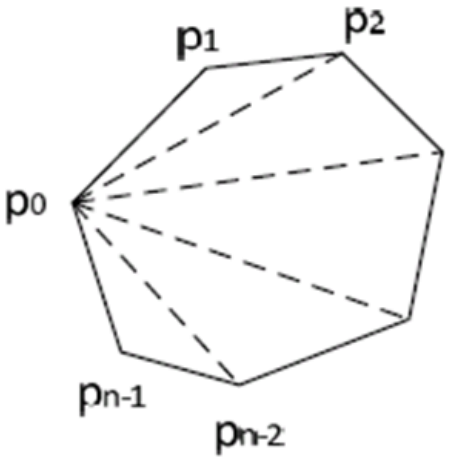
    - باستخدام $\begin{pmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{pmatrix} = b_x c_y - c_x b_y - a_x c_y + c_x a_y + a_x b_y - b_x a_y$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب



- الخوارزميات الهندسية
  - حساب مساحة المثلث والمضلع
    - مضلع معطى من خلال رؤوسه n، p_0، p_1، . . .، P_{n-1}
      - يكون المضلع محدباً، إذا كانت هناك نقطتان A و B داخل المضلع ، فإن القطعة المستقيمة التي تربط A و B موجودة بالكامل في المضلع
      - يمكن تمثيل المضلع المحدب كمجموعة من المثلثات
        - توصيل أحد الرؤوس بالتتابع مع جميع رؤوس n−1 الأخرى
        - حساب المساحة:



$$S = \frac{1}{2}\left|\sum_{i=0}^{n-2} \det\begin{pmatrix} x_i - a_x & y_i - a_y \\ x_{i+1} - a_x & y_{i+1} - a_y \end{pmatrix} + \det\begin{pmatrix} x_{n-1} - a_x & y_{n-1} - a_y \\ x_0 - a_x & y_0 - a_y \end{pmatrix}\right|.$$

- باعتبار a هو مبدأ الإحداثيات تصبح الصيغة أبسط

$$S = \frac{1}{2}\left|\sum_{i=0}^{n-2} \det\begin{pmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{pmatrix} + \det\begin{pmatrix} x_{n-1} & y_{n-1} \\ x_0 & y_0 \end{pmatrix}\right|$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - حساب مساحة المثلث والمضلع
    - مضلع معطى من خلال رؤوسه n، P_0، P_1، ...، P_{n-1}
      - مثال عن الكود البرمجي:

```
float signedPolyArea ( const vec2 * p, int n )
{
  float sum = p[0].x * (p[1].y - p[n-1].y) +
              p[n-1].x * (p[0].y - p[n-2].y);

  for ( int i = 1; i < n - 1; i++ )
    sum += p[i].x * (p[i+1].y - p[i-1].y);

  return 0.5f * sum;
}
```

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تقاطع مستقيمين:
    - التحقق مما إذا كان مستقيمان مختلفان L1 : (n1, p)+d1 = 0 و L2 : (n2, p)+d2 = 0 يتقاطعان عند نقطة ما باستخدام المحدد التالي

$$\Delta = \det \begin{pmatrix} n_{1x} & n_{1y} \\ n_{2x} & n_{2y} \end{pmatrix}$$

- إذا لم يكن المحدد صفراً ، فإن المستقيمين L1 و L2 يتقاطعان عند النقطة $P_0(x_0, y_0)$
  - إحداثياتها معطاة بالصيغ التالية

$$x_0 = \frac{1}{\Delta} \det \begin{pmatrix} -d_1 & n_{1y} \\ -d_2 & n_{2y} \end{pmatrix}$$

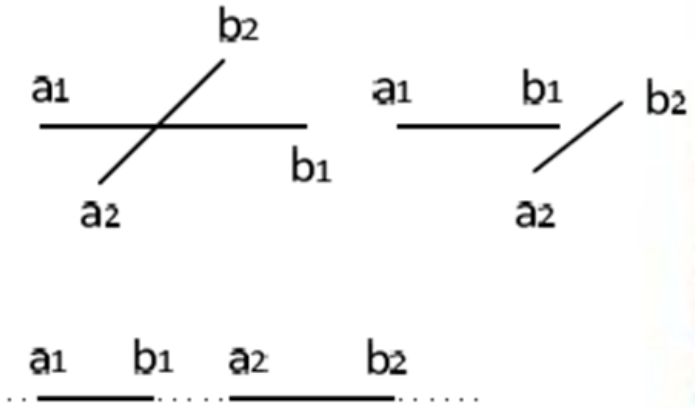
$$y_0 = \frac{1}{\Delta} \det \begin{pmatrix} n_{1x} & -d_1 \\ n_{2x} & -d_2 \end{pmatrix}$$

- يمكن أن تتطابق الخطوط في الحالات التي يكون فيها n1 = n2 و d1 = d2 أو عندما n1 = −n2 و d1 = d2
  - وبالتالي ||n1|| = ||n2||

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تقاطع قطعتان مستقيمتان
    - التحقق مما إذا كانت قطعتين مستقيمتين مختلفتين a_1b_1 و a_2b_2 يتقاطعان وما هي نقطة التقاطع بينهما
    - كل قطعة من هذه القطع يحدد مستقيماً
      - التحقق مما إذا كانت هذه المستقيمات تتقاطع أم لا
      - التحقق مما إذا كانت نقطة التقاطع p_0 تنتمي إلى كل من هذه القطع
    - تنتمي النقطة $P_0(x_0,y_0)$ إلى القطعة المستقيمة a1b1 إذا وفقط إذا كانت المتراجحات التالية صحيحة



$$\begin{cases} \min(a_{1x}, b_{1x}) \le x_0 \le \max(a_{1x}, b_{1x}), \\ \min(a_{1y}, b_{1y}) \le y_0 \le \max(a_{1y}, b_{1y}). \end{cases}$$

    - يتم استخدام نفس الاختبار للتحقق مما إذا كانت نقطة التقاطع تنتمي إلى القطعة المستقيمة الثانية

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تقاطع قطعتان مستقيمتان
    - حالة خاصة عندما تتطابق المستقيمات المحددة بواسطة القطع المستقيمة
      - يمكن أن لا تتقاطع القطع مع بعضها البعض أو لا تحتوي على نقطة تقاطع واحدة
      - التحقق من محور الإحداثيات المسقط للقطع المستقيمة
        - إذا $|b_{1x} - a_{1x}| > |b_{1y} - a_{1y}|$ الإسقاط على المحور X
        - خلاف ذلك إلى المحور Y
      - بعد الإسقاط:
        - قطعتان على محور الإحداثيات ، على سبيل المثال $[a_{1x}, b_{1x}]$ و $[a_{2x}, b_{2x}]$
        - التحقق مما إذا كان هذان الفاصلان يتقاطعان
          - فقط إذا كان $\max(a_{1x}, a_{2x}) \le \min(b_{1x}, b_{2x})$ عند الإسقاط على المحور x
          - إذا وفقط إذا كان الحد الأقصى $\max(a_{1y}, a_{2y}) \le \min(b_{1y}, b_{2y})$ للإسقاط على المحور y

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تقاطع قطعتان مستقيمتان
    - حالة خاصة عندما تتطابق المستقيمات المحددة بواسطة القطع المستقيمة
      - يمكن أن لا تتقاطع القطع مع بعضها البعض أو لا تحتوي على نقطة تقاطع واحدة
      - التحقق من محور الإحداثيات المسقط للقطع المستقيمة
        - إذا $|b_{1x} - a_{1x}| > |b_{1y} - a_{1y}|$ الإسقاط على المحور X
        - خلاف ذلك إلى المحور Y
      - بعد الإسقاط:
        - قطعتان على محور الإحداثيات ، على سبيل المثال $[a_{1x}, b_{1x}]$ و $[a_{2x}, b_{2x}]$
        - التحقق مما إذا كان هذان الفاصلان يتقاطعان
          - فقط إذا كان $\max(a_{1x}, a_{2x}) \le \min(b_{1x}, b_{2x})$ عند الإسقاط على المحور x
          - إذا وفقط إذا كان الحد الأقصى $\max(a_{1y}, a_{2y}) \le \min(b_{1y}, b_{2y})$ للإسقاط على المحور y

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

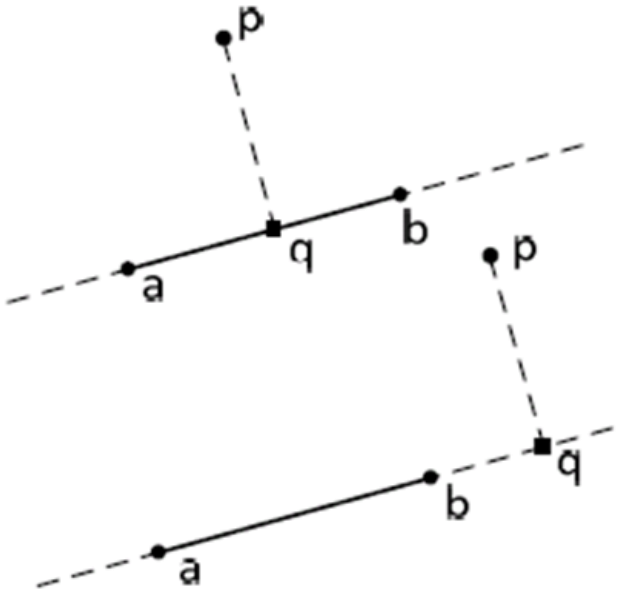
- الخوارزميات الهندسية
  - تقاطع قطعتان مستقيمتان
    - مثال عن الكود البرمجي:

```
bool findSegIntersection ( const vec2& a1, const vec2& b1,
                           const vec2& a1, const vec2& b2,
                           vec2& p )
{
  vec2 d1 = b1 - a1;
  vec2 d2 = b2 - a2;
  vec2 n1 ( d1.y, -d1.x );
  vec2 n2 ( d2.y, -d2.x );
  float d1 = -dot( a1, n1 );
  float d2 = -dot( a2, n2 );

        // use determinants to check for coinciding
        // since vectors are not normalized
  float t1 = n1.x*n2.y-n1.y*n2.x;
  float t2 = n1.x*d2-n2.x*d1;

  if ( fabs( t1 )<EPS && fabs( t2 )<EPS )
  {
    if ( fabs( d1.x ) > EPS )  // project on Ox
        {
          return min( a1.x, a2.x ) <= min( b1.x, b2.x );
        }
        else
        if ( fabs ( d1.y ) > EPS )  // project on Oy
        {
          return min( a1.y, a2.y ) <= min( b1.y, b2.y );
        }
        // incorrect data
        return false;
    }

    // find lines intersection
  float det = n1.x * n2.y - n1.y * n2.x;
  float p0( d2*n1.y-d1*n2.y, d1*n2.x-d2.n1.x )/det;

  return min( a1.x, b1.x ) <= p0.x &&
         p0.x <= max( a1.x, b1.x ) &&
         min( a1.y, b1.y ) <= p0.y &&
         p0.y <= max( a1.y, b1.y );
}
```

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

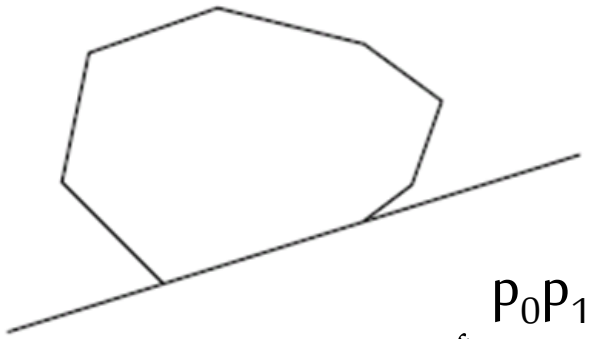
خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - أقرب نقطة على المستقيم إلى نقطة معينة
    - المسافة من نقطة ما q إلى المستقيم هي المسافة بين q وأقرب نقطة ′q على المستقيم (العمود من النقطة على المستقيم)
  - المسافة من نقطة إلى قطعة مستقيمة
    - المسافة من نقطة ما إلى هذا المستقيم تساوي |(p, n) + d|
    - لحساب المسافة من نقطة إلى قطعة مستقيمة:
      - أولاً ، إيجاد المسافة من p إلى المستقيم ، المحدد بواسطة هذه القطعة المستقيمة.
        - يساوي المسافة بين النقطة p وأقرب نقطة qعلى المستقيم
        - المتجه p - qعمودي على المستقيم
        - هناك حالتان:
          - إذا كان q ينتمي إلى ab (القطعة المستقيمة)
            - المسافة بين p والمستقيم هي المسافة المطلوبة
          - إذا كانت q تقع على المستقيم خارج ab (القطعة المستقيمة)
            - المسافة الحقيقية بين p و ab هي المسافة الدنيا من p إلى نقاط نهاية القطعة المستقيمة الأقرب

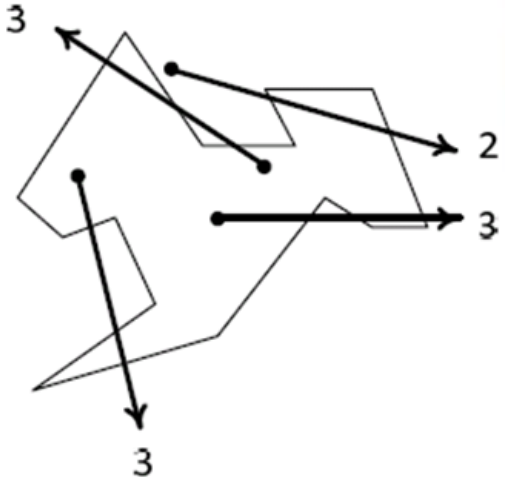


جامعة المنارة
MANARA UNI

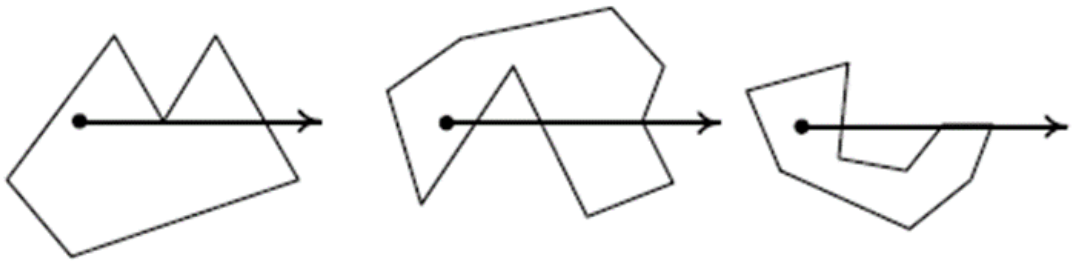
خوارزميات بيانيات الحاسوب



- الخوارزميات الهندسية
  - التحقق مما إذا كان المضلع المحدد محدبًا أم لا:
    - المضلع محدب:
      - إذا وفقط إذا كان يقع على جانب واحد من المستقيم الذي يمر عبر كل أضلاعه
      - رسم مستقيم L_i يأتي من خلال كل ضلع $P_0P_1, P_1P_2, \cdots, P_{n-2}P_{n-1}, P_{n-1}P_0$
      - التحقق مما إذا كانت جميع رؤوس المضلع p_j تنتمي إلى نفس نصف المستوى أم لا
  - تحقق مما إذا كانت النقطة تقع داخل المضلع المحدد
    - باستخدام نظرية Jordan curve:
      - رسم شعاع من نقطة معينة في أي اتجاه
      - حساب عدد المرات التي يعبر فيها الشعاع أضلاع المضلع
      - إذا كان هذا الرقم فرديًا ، فستكون النقطة بالداخل



جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

خوارزميات بيانيات الحاسوب

- الخوارزميات الهندسية
  - تحقق مما إذا كانت النقطة تقع داخل المضلع المحدد
    - حالات خاصة
      - يأتي الشعاع المختار من خلال قمة أو رأس المضلع
      - المشكلة:
        - حساب الرأس الذي يأتي الشعاع من خلاله مرة واحدة فقط
        - عد الضلع الذي يأتي الشعاع عبره مرتين
      - الحل: باستخدام الأشعة الأفقية ومعالجة الرؤوس الموجودة على الشعاع على أنها أعلى قليلاً من الشعاع