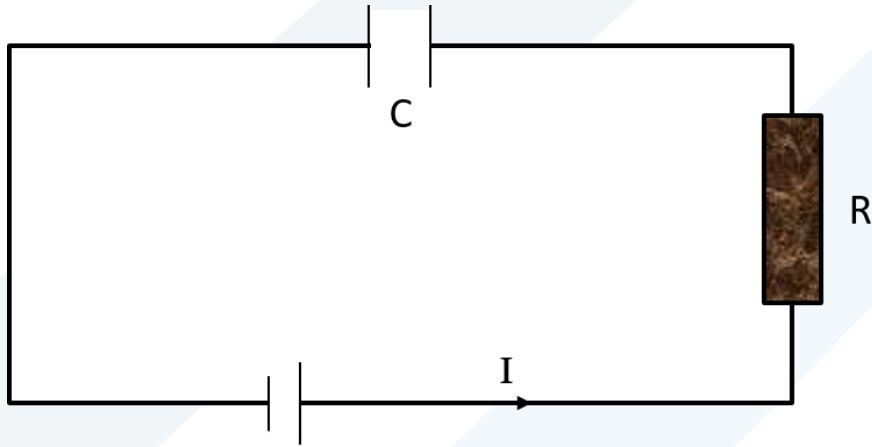


دائرة شحن مكثفة غير مقاومة Charging a Capacitor

لتكن لدينا الدارة الكهربائية التي تتألف من مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية e ومقاومته الداخلية مهملة r ومكثفة سعتهما C (الشكل 10).



دائرة شحن مكثفة.

$$r = 0 \rightarrow e \approx V$$

عندما تكون المقاومة الداخلية للمولد r معدومة فإنه تصبح القوة المحركة الكهربائية مساوية لفرق الكمون.

$$e = V_R + V_C$$

$$V_R = R \cdot I \quad , \quad V_C = \frac{q}{C} \quad \text{حيث:}$$

$$\rightarrow e = R \cdot I + \frac{q}{C}$$

$$\rightarrow e - \frac{q}{C} = R.I$$

$$\rightarrow \frac{e.C - q}{C} = R.I$$

ولكن $I = \frac{dq}{dt}$ وبالتالي:

$$\rightarrow \frac{e.C - q}{C} = R \frac{dq}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{dq}{e.C - q} = \frac{dt}{R.C}$$

$$\rightarrow \int_0^q \frac{dq}{e.C - q} = \int_0^t \frac{dt}{R.C}$$

نعلم أن $\int \frac{dx}{1-x} = -\ln|1-x|$ وبالتالي تصبح المعادلة الأخيرة بالشكل:

$$-\ln|e.C - q| \Big|_0^q = \frac{t}{R.C}$$

$$\rightarrow \ln \frac{e.C - q}{e.C} = -\frac{t}{R.C}$$

ولكن نعلم أن $\ln y = x \rightarrow y = e^x$

$$\rightarrow e.C - q = e.C \cdot e^{-\frac{t}{R.C}}$$

$$\rightarrow q = e.C - e.C \cdot e^{-\frac{t}{R.C}}$$

$$\rightarrow q = e \cdot C \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

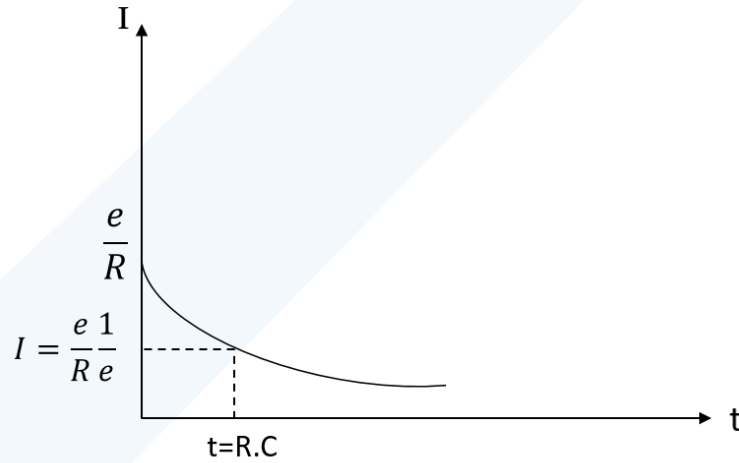
يمكن حساب التيار من العلاقة $I = \frac{dq}{dt}$

باشتقاق العلاقة الأخيرة نجد:

$$I = \frac{e \cdot C}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$\rightarrow I = \frac{e}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad (13)$$

يمكن رسم المنحني البياني لغيرات I بالشكل التالي:



تغيرات I بدلالة t في حالة شحن المكثفة.

$$t = 0 \rightarrow I = \frac{e}{R}$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow I = 0$$

$$t = R.C \rightarrow I = \frac{e}{R} \frac{1}{e}$$

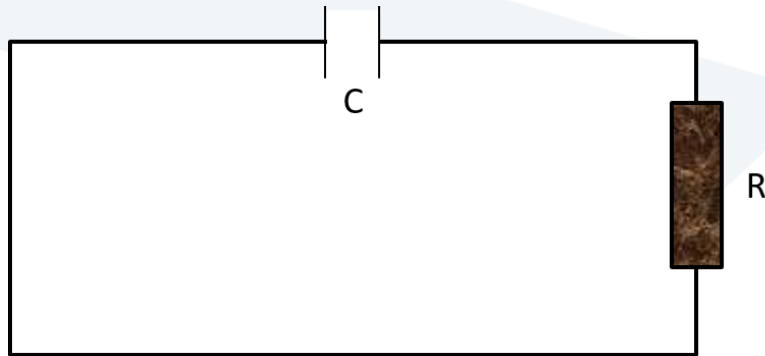
ملاحظة: e بالمقام هي العدد النيبيري.

تمرين للطلاب

5-4- تفريغ مكثفة discharging a capacitor

عندما $t \rightarrow \infty$ تصبح المكثفة مشحونة، أي يصبح فرق الكُمون بين طرفي المكثفة يساوي فرق الكُمون بين طرفي المولد، أي أنه إذا ابعدنا المولد فإن المكثفة المشحونة تلعب دور المولد وتفرغ شحنتها ضمن الدارة الكهربائية التي قد تكون عبارة إما عن وشيعة (أو مجموعة وشائع) أو مقاومة (أو مجموعة مقاومات) الموصولة على التسلسل أو على التفرع.

عندما تلعب المكثفة المشحونة دور المولد فإن المقاومة الداخلية للمولد معدومة $r = 0$ أي أن $V = e$ ، ولكن القوة المحركة الكهربائية للمولد تكون معدومة وبالتالي $V = 0$.



دائرة تفريغ مكثفة.

$$V_C + V_R = 0$$

$$\rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot I = 0$$

$$\rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$$

$$\rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{R \cdot C}$$

$$\rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{dt}{R \cdot C}$$

إن q_0 هي شحنة المكثفة ببداية الدراسة (قبل التفريغ) أي أن: $q_0 = q_{max}$.

$$\ln|q| - \ln|q_0| = -\frac{t}{R \cdot C}$$

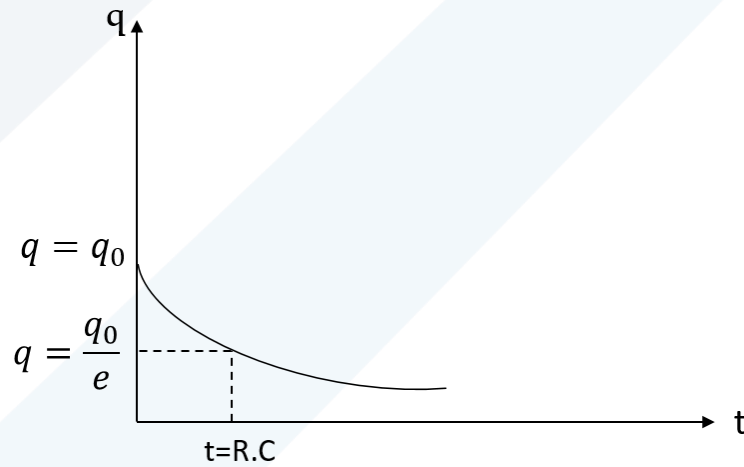
$$\rightarrow \frac{q}{q_0} = e^{-\frac{t}{R.C}}$$

$$\rightarrow q = q_0 e^{-\frac{t}{R.C}}$$

وبالتالي فإن شدة التيار:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{R.C} e^{-\frac{t}{R.C}} \quad (14)$$

والخط البياني لتغيرات q بدلالة الزمن t تبين عملية التفريغ:



تغيرات ابدلالة t في حالة تفريغ المكثفة.

$$t = 0 \rightarrow q = q_0 \quad \text{عندما}$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow q = 0$$

$$t = R.C \rightarrow q = \frac{q_0}{e}$$

ملاحظة: e بالمقام هي العدد النيبيري.

تطبيقات على قوانين كيرشوف

طبق قانونا كيرشوف على الدارات التالية

