جريان الموائع – مراجعة

الجريان الدائم: هو الجريان الذي تكون فيه $\vec{V}$ غير متعلقة بالزمن (ثابتة مع الزمن).
في حال كانت السرعة متعلقة بالزمن يسمى الجريان "غير دائم".

خطوط التيار: Streamline
مجموعة المنحنيات التي تمس في كل نقطة من حقل الجريان وفي لحظة معينة شعاع السرعة في تلك النقطة.

المسار:
هو المحل الهندسي الذي ترسمه ذرة مائعة أثناء حركتها من مكان لآخر.

شعاع السرعة في الحالة العامة $(\vec{V_s})$

$$\vec{V} = f(s,t)$$

$$dV_s = \frac{\partial V_s}{\partial s} ds + \frac{\partial V_s}{\partial t} dt$$

جريان الموائع – مراجعة

معادلة الاستمرار

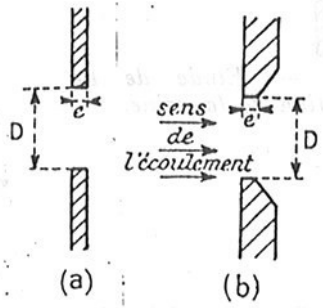
$$\rho_1 \times V_1 \times A_1 = \rho_2 \times V_2 \times A_2 = C$$

$$\rho V A = C$$

معادلة برنوللي: Bernoulli Equation

$$\frac{P}{\omega} + \frac{V^2}{2.g} + Z = C$$

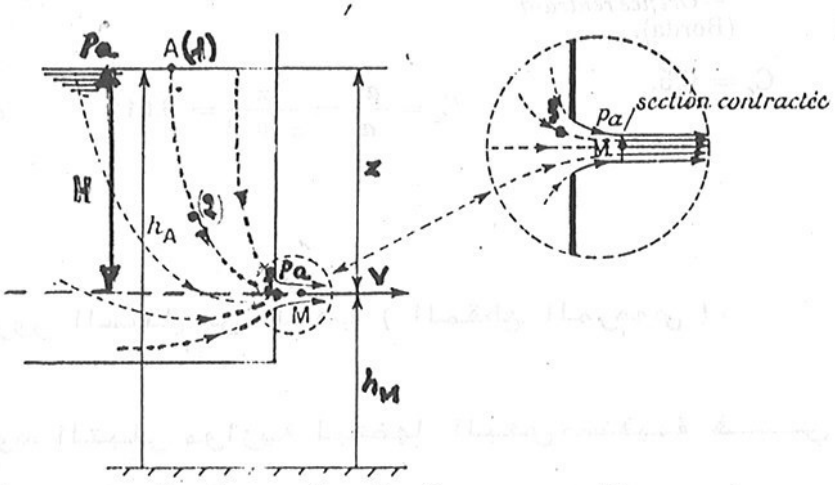
ـ الثقوب ذات الحرف الحاد :



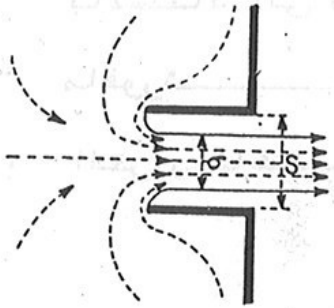
— *Orifice en mince paroi.*

$$\frac{e}{D} \leqslant \frac{1}{100}$$

$$C_c = 0{,}6.$$

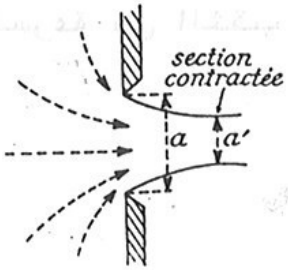


— *Écoulement d'un liquide par un orifice en mince paroi.*

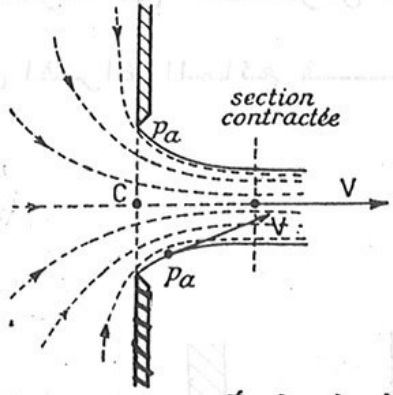


— *Orifice rentrant* (Borda).

$C_c = 0{,}5.$



$$C_c = \frac{a'}{a} = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0{,}611$$



— *Étude de la contraction de la veine.*

لنأخذ الان أحد خطوط التيار المبينة في الشكل (٣ ـ ١١)،

وليكن (3-2-1) . ان تطبيق معادلة برنوالي على هذا الخط،

مفترضين شروط الجريان الدائم لمائع غير لزج وغير قابل للانضغاط

يعطى :

$$0 + P_A + H = \frac{P_2}{\omega} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} = P_A + 0 + \frac{V_3^2}{2g} \qquad (3 - 25)$$

حيث أهملت السرعة في الخزان واعتمدنا المستوي الافقي المار

بمحور الفتحة مبدأ لقياس الارتفاعات z .

من العلاقة السابقة يتبين أن :

$$V_3 = \sqrt{2gH}, \qquad (3 - 26)$$

حيث V_3 سرعة التيار المنتظمة عند مقطع الثقب و H ارتفاع السائل

فوق محور الثقب ، لقد أثبت العالم الايطالي توريشللي أن سرعة

نفوذ سائل من ثقب صغير تتناسب مباشرة مع الجذر التربيعي لارتفاع

السائل فوق الثقب ، لذا تدعى العلاقة الاخيرة بعلاقة توريشللي

بالرغم من اشتقاقها من معادلة برنوللي .

ونستطيع افتراض أمثال للسرعة C_v يعرف

بالنسبة التالية :

$$C_v = \frac{V_a}{V_t}$$

حيث V_a السرعة الحقيقية للسيالة عند المقطع المرصوص ، و V_t السرعة النظرية مفترضين نظرية المائع المثالي.

يمكننا افتراض أمثال للرص يعرف

وفق العلاقة :

$$C_c = \frac{A_c}{A_o} \qquad (3 - 27)$$

حيث C_c أمثال الرص و A_c مساحة المقطع المرصوص و A_o مساحة الثقب.

نستطيع افتراض أمثال للتدفق وفق العلاقة :

$$C_d = \frac{Q_a}{Q_t} \qquad (3 - 28)$$

حيث Q_a التدفق الحقيقي و Q_t التدفق النظري من الثقب بوحدة الزمن ، من تعريف التدفقين الحقيقي والنظري نرى أن :

$$C_d = \frac{V_a \cdot A_c}{V_t \cdot A_o} = C_v \cdot C_c$$

نجد أن التدفق الحقيقي

من الثقب يحسب من العلاقات التالية :

$$Q_a = C_d \cdot Q_t = C_d \cdot A_o \cdot V_t = C_d \cdot A_o \sqrt{2gH}$$

من الوسائل المستعملة في تعيين أمثال السرعة C_v هي أن تترك السيالة المتدفقة من ثقب شاقولي تسقط سقوطاً حراً

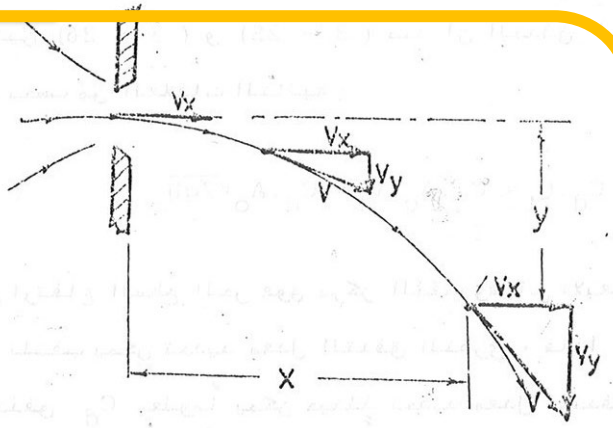
أما الحركة الشاقولية للسيالة فهي متسارعة بانتظام . وتخضع حركة السيالة للعلاقتين :

حيث t الزمن و g التسارع الارضي .

$$X = V_x \cdot t$$

$$Y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$Y = \frac{g}{2V_x^2} x^2$$

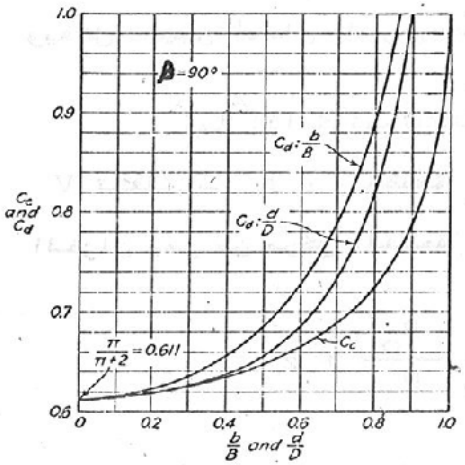


هذا يعني أن السيالة ستتبع في مسارها مقطعاً مكافئاً .

هذه السرعة هى سرعة تدفق المائع من الثقب وهي السرعة الحقيقية لأنها مقاسة تجريبياً ، السرعة النظرية تنتج عن علاقة توريشللي :

$$V_t = \sqrt{2gH}$$

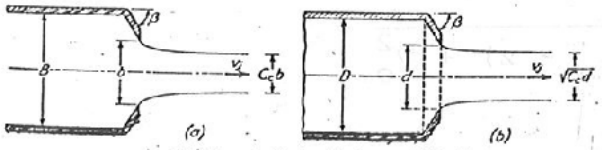
والعامل C_V يختلف اختلافاً بسيطاً متوقفاً على شكل وحجم الفتحة وعلو السائل وقيمته تتراوح بين 0,99,0,95 .



Variation of efflux coefficients with boundary proportions.

COEFFICIENTS OF JET CONTRACTION

$\frac{b}{B}$ or $\frac{d}{D}$	$\beta = 45°$ C_c	$\beta = 90°$ C_c	$\beta = 135°$ C_c	$\beta = 180°$ C_c
0.0	0.746	0.611	0.537	0.500
0.1	0.747	0.612	0.546	0.513
0.2	0.747	0.616	0.555	0.528
0.3	0.748	0.622	0.566	0.544
0.4	0.749	0.631	0.580	0.564
0.5	0.752	0.644	0.599	0.586
0.6	0.758	0.662	0.620	0.613
0.7	0.768	0.687	0.652	0.646
0.8	0.789	0.722	0.698	0.691
0.9	0.829	0.781	0.761	0.760
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000



Definition sketch for (a) slots and (b) orifices.

تغير أمثال التدفق تبعاً لشكل حواف الثقب .

لقد وجد أن أمثال التدفق يرتبط مع أمثال الرص بالعلاقة التالية من أجل ارتفاع فتحة الثقب b:

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{b}{B}\right)^2}} = \frac{q}{b\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}}$$

من أجل ثقب دائري d :

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left(\frac{d}{D}\right)^4}} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}}$$

أما اذا كانت الفتحة الجانبية في الخزان كبيرة فان السرعة V تتعلق بـ h .

$$\frac{V_o^2}{2g} + \frac{P_o}{\omega} + z_o = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_o}{\omega} + z$$

$$P_o = P = P_a$$

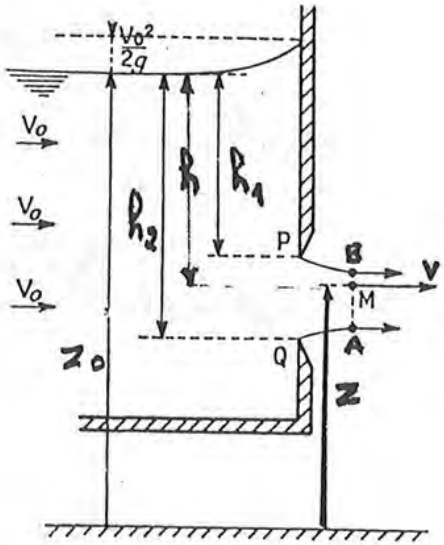
$$V = \sqrt{2g(z_o - z) + V_o^2}$$

ومن أجل فتحة مستطيلة عرضهـــا $y = b$ نحصل على :

$$Q = \int_A^B V.bdh$$

$$Q = C_d b\sqrt{2g} \int_{h_1}^{h_2} \left(\frac{V_o^2}{2g} + h\right)^{\frac{1}{2}} dh$$

$$\boxed{Q = \frac{2}{3} C_d b\sqrt{2g}\left[\left(\frac{V_o^2}{2g} + h_2\right)^{3/2} - \left(\frac{V_o^2}{2g} + h_1\right)^{3/2}\right]}$$



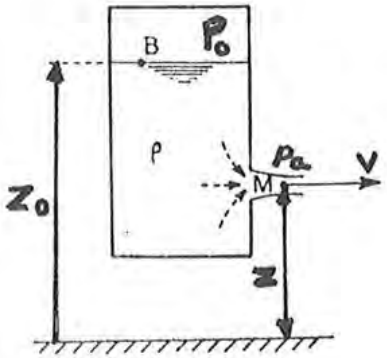
ـ الجريان من خزان مغلق تحت الضغط :

في حالة السطح الحر للخزان المغلق خاضع الى ضغط P_o أعلى من الضغط الجوي تكتب معادلة برنوللي بالشكل (٣ ـ ١٦) بعد أن اعتبرنا أن خط التيار أفقي يمر من مركز الفتحة والسرعة V_o مهملة :

$$z_o + \frac{P_o}{\omega} = z + \frac{P_a}{\omega} + \frac{V^2}{2g}$$

ومنه التدفق :

$$Q = C_d A\sqrt{2g[[\frac{P_o - P_a}{\omega}] + h]}$$



— *Réservoir de liquide sous pression.*

ـ ج ـ الجريان عبر فتحة سفليه في خزان :

لنفترض خزاناً قاعدته السفلية مستطيلة مساحتها A_o وفيها فتحة صغيرة مقطعها A بالنسبة لـ A_o حتى نتمكن من اهمال V_o في السطح الحر الخاضع للضغط .

في اللحظة dt يكون الحجم الكلي الخارج من الفتحة مساوياً :

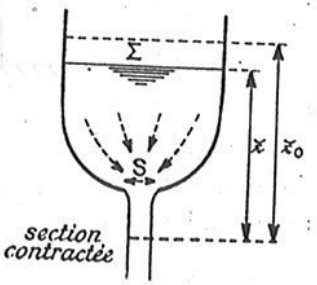
$$dQ = C_d . A\sqrt{2gz} . dt$$

وفي نفس اللحظة dt ينخفض الماء لمسافة dz ومنه حجم الماء الخارج :

$$dQ = -A_o dz$$

أعطيت القيمة السالبة لأن ارتفاع الماء في الخزان ينخفض مع الزمن:

$$t = \frac{-A_o}{C_d . A\sqrt{2g}} \int_{z_o}^{z} \frac{dz}{\sqrt{z}}$$



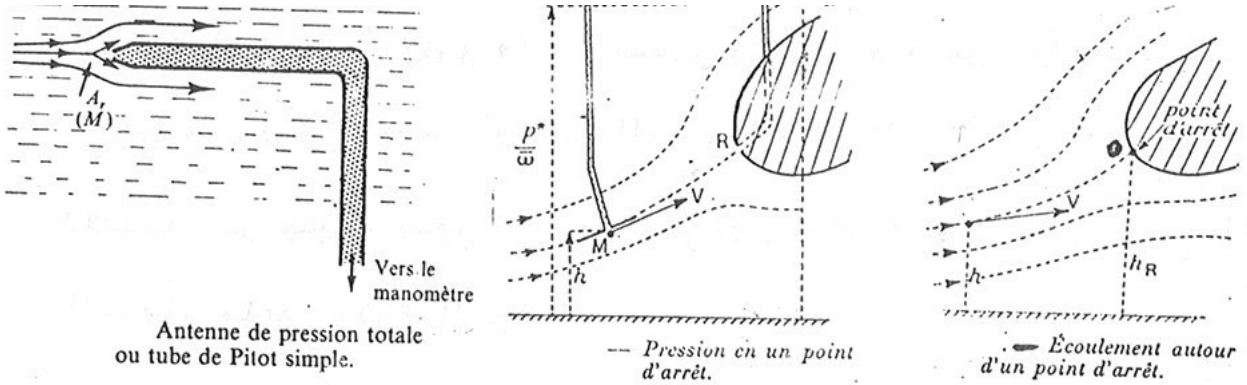
— *Vidage d'un réservoir.*

وفي حالة $z = 0$ أي حالة التفريغ :

$$t = \frac{2A_o z_o}{C_d A\sqrt{2gz_o}} = \frac{\text{الحجم الكلي للسائل الجاري}}{\text{التدفق البدائي في اللحظة } t = 0}$$

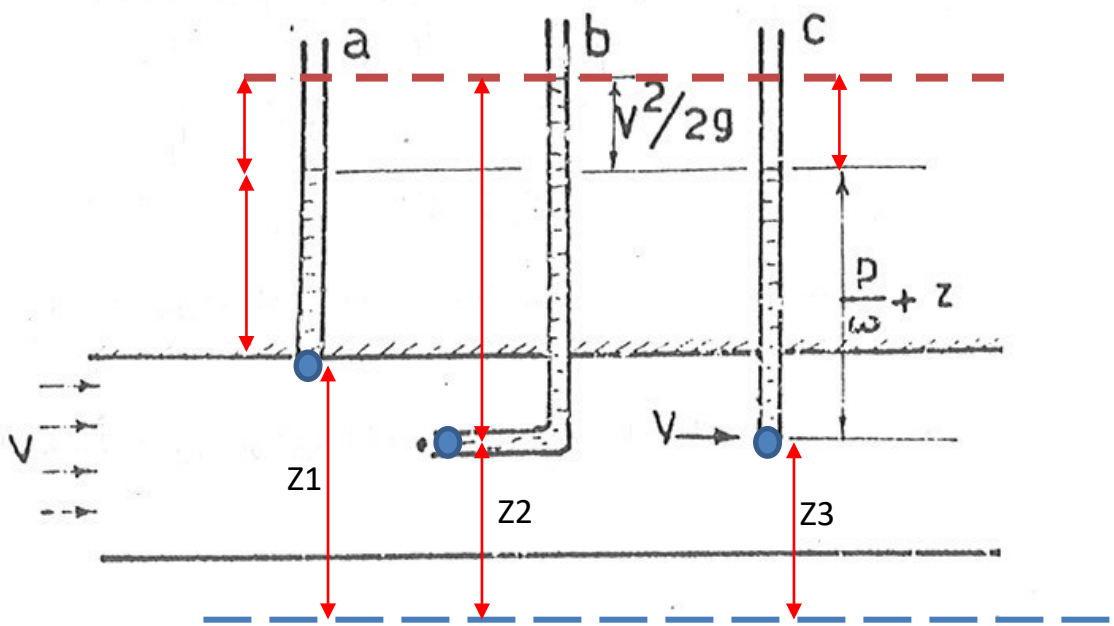
أنبوب بيتو

عند انعدام السرعة في منطقة ما من الجريان تتحول القدرة الحركية الى ضغط ، وندعو النقطة التي تنعدم عندها السرعة بنقطة توقف والضغط بضغط التوقف تسمى شروط التيار في نقطة توقف بشروط التوقف . ونعني بشروط التيار هنا ضغط التيار وكتلته النوعية ..الخ .



الشكل (٣ ـ ١٩) نقطة التوقف ضمن خط التيار

أنبوب بيتو



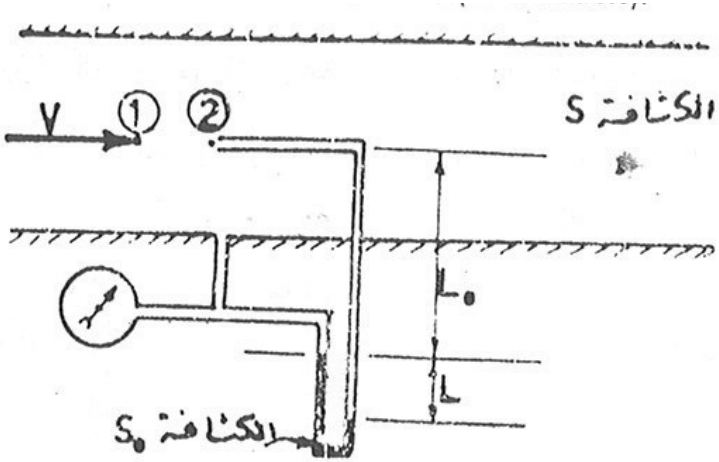
$$\frac{P_2}{\omega} + Z_2 + 0 \qquad \frac{P_3}{\omega} + Z_3 + \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\omega} - \frac{P_3}{\omega} = \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\rho.g} - \frac{P_3}{\rho.g} = \frac{V^2}{2g}$$

$$P_2 - P_3 = \rho.\frac{V^2}{2}$$

أنبوب بيتو



$$\omega S_o L + \omega S L_o + P = \omega S (L + L_o) + P_o$$

تطبيق معادلة برنوللي بين النقطتين (1)و(2)يعطي:

$$P_o = P + \rho \frac{V^2}{2}$$

حيث ρ الكتلة النوعية للمائع الجاري أي أن :

$$\rho = \frac{\omega . S}{g}$$

من العلاقتين الاخيرتين نجد أن :

$$P_o - P = \omega (S_o - S) L$$

$$P_o - P = \frac{\omega S}{g} \frac{V^2}{2}$$

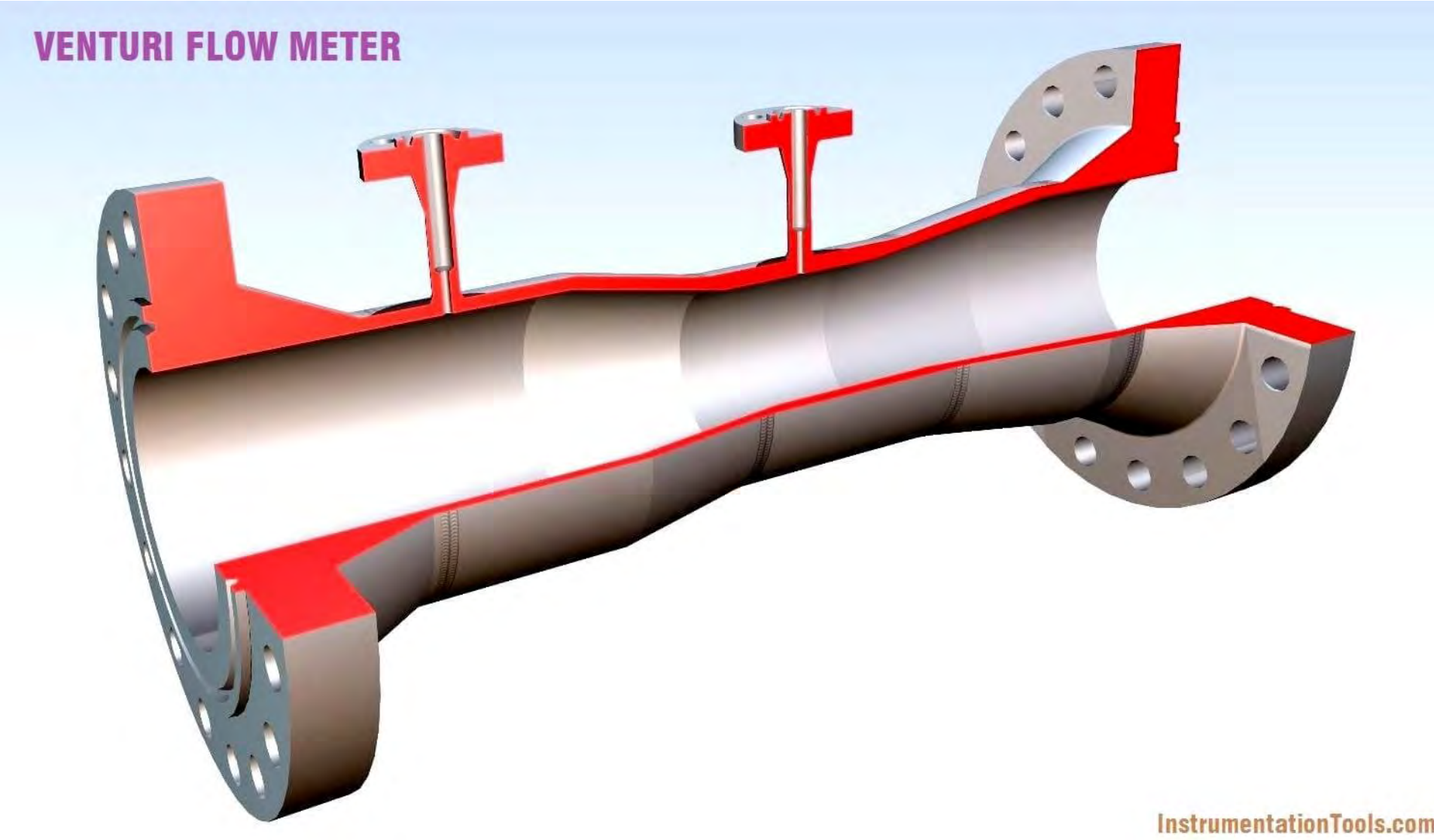
ومنه :

$$V = \sqrt{2gL\left(\frac{S_o}{S} - 1\right)}$$

أنبوب فنتوري: Venturi Meter

يستخدم جهاز فنتوري لقياس التدفق في الأنابيب المغلقة (الجريان فيها تحت الضغط). وهو عبارة عن تضايق تدريجي في مقطع الأنبوب يعود ليتوسع. يوضع أنبوبان بيزومتريان لقياس الضغط الأول قبل التضايق والثاني ضمن التضايق تماماً. يقاس فرق الضغط (الفرق في ارتفاع المائع بين الأنبوبين) وتطبق معادلة برنزللي بين المقطعين:

أنبوب فنتوري: Venturi Meter

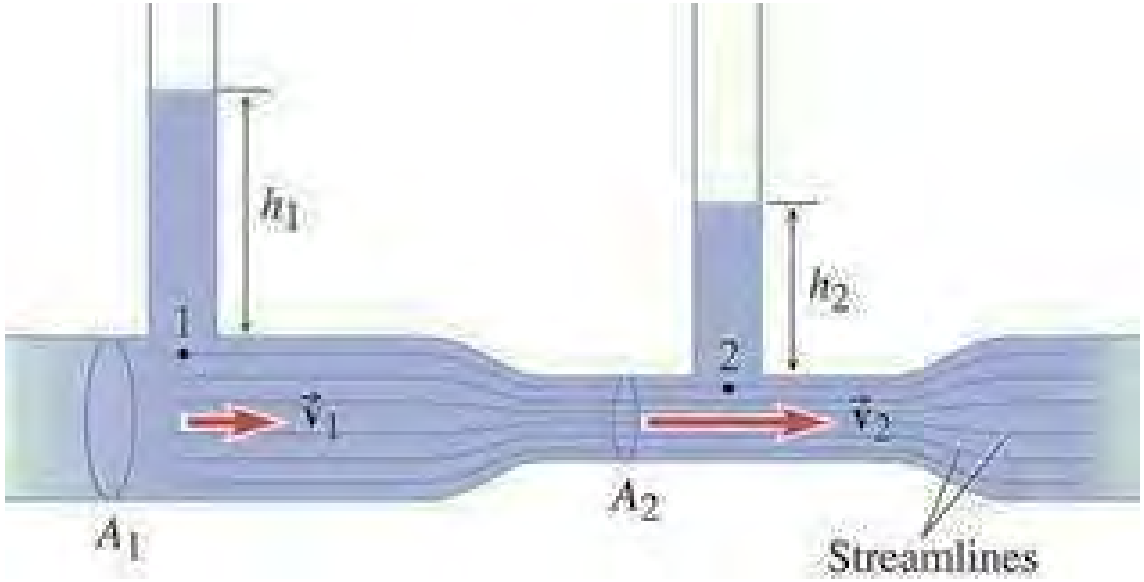


أنبوب فنتوري: Venturi Meter

يستخدم جهاز فنتوري لقياس التدفق في الأنابيب المغلقة (الجريان فيها تحت الضغط). وهو عبارة عن تضايق تدريجي في مقطع الأنبوب يعود ليتوسع. يوضع أنبوبان بيزومتريان لقياس الضغط الأول قبل التضايق والثاني ضمن التضايق تماماً. يقاس فرق الضغط (الفرق في ارتفاع المائع بين الأنبوبين) وتطبق معادلة برنزللي بين المقطعين:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\omega} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\omega} + Z_2$$

باعتبار أن المقياس متوضع بشكل أفقي، فإن نقطتي القياس تقعان على مستوي أفقي واحد (محور الأنبوب)



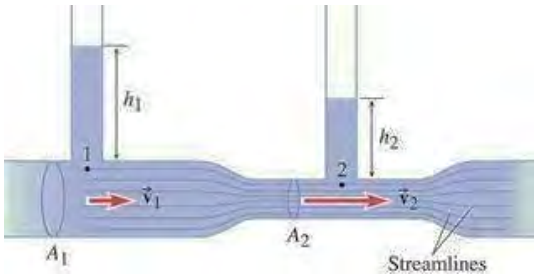
$$Z_1 = Z_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\omega} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\omega}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho.g} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho.g}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho.g} - \frac{P_2}{\rho.g}$$

أنبوب فنتوري: Venturi Meter



نستفيد من معادلة الاستمرار

$$Q = V_1.A_1 = V_2.A_2$$

$$\Longrightarrow V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2}$$

نعوض في معادلة برنوللي السابقة:

$$\frac{V_1^2}{2g}.(\frac{A_1}{A_2})^2 - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho.g} - \frac{P_2}{\rho.g}$$

$$\frac{V_1^2}{2g}\left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right] = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g}$$

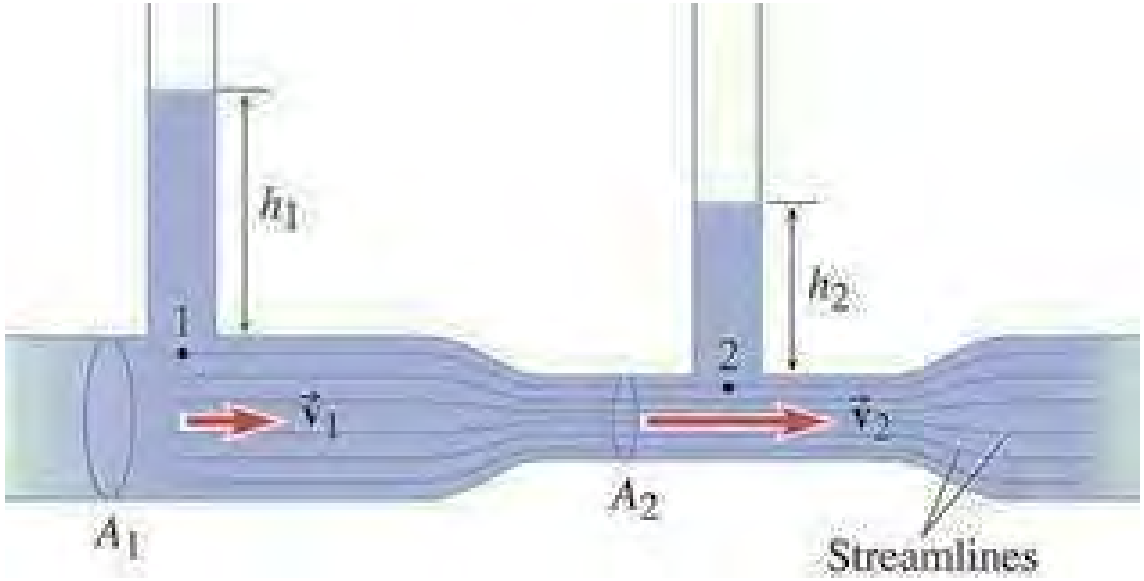
$$\frac{V_1^2}{2g}\left[\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_2^2}\right] = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = \Delta h$$

$$V_1^2 = \left[\frac{A_2^2}{A_1^2 - A_2^2}\right] \times 2.g \times \Delta h$$

$$V_1 = A_2 \times \sqrt{\frac{2g \times \Delta h}{(A_1^2 - A_2^2)}}$$

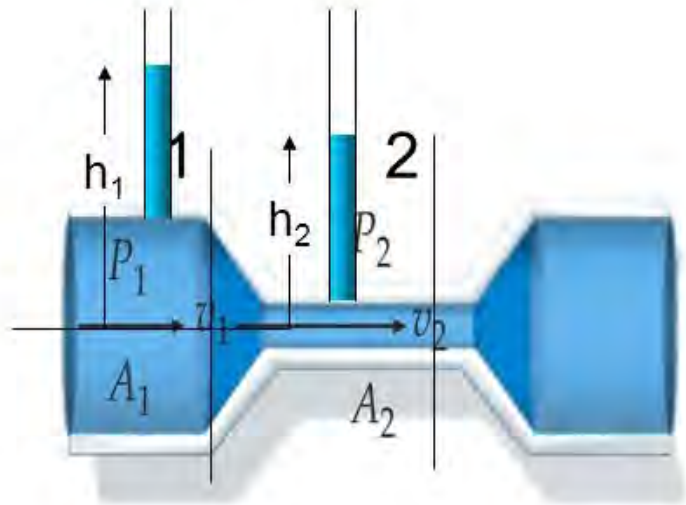
أنبوب فنتوري: Venturi Meter

$$Q = V_1 \times A_1 = A_1\, A_2 \times \sqrt{\frac{2g \times \Delta h}{(A_1^2 - A_2^2)}}$$



The Venturi meter

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho\,(A_1^2 - A_2^2)}}$$



Measuring the pressure difference P_1-P_2

1.-Inserting a vertical pipe open at the top in each section we can measure the pressure at section 1 and at section 2.

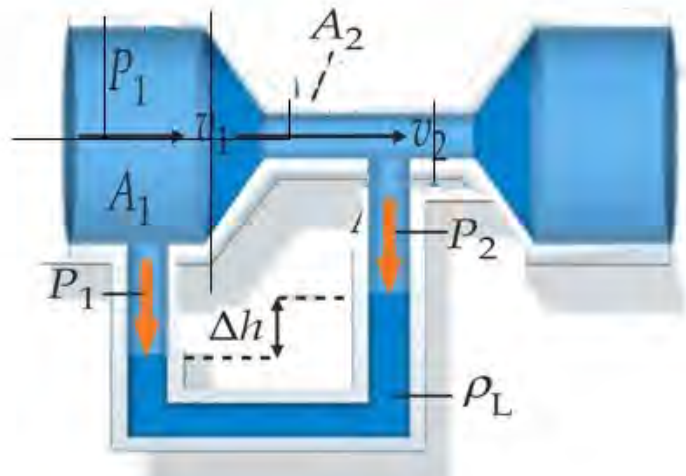
Applying hydrostatic equation, since the column is at rest

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= P_{atm} + \rho\, g\, h_1 \\ P_2 &= P_{atm} + \rho\, g\, h_2 \end{aligned}\right\} \quad P_1 - P_2 = \rho\, g\,(h_1 - h_2) = \rho\, g\, \Delta h$$

2.- We can insert a U-tube manometer partially filled with a liquid of density ρ_L, connecting the section 1 and section 2, as shown in figure.

In this case the difference of pressure will be determined from the difference of height at the manometer

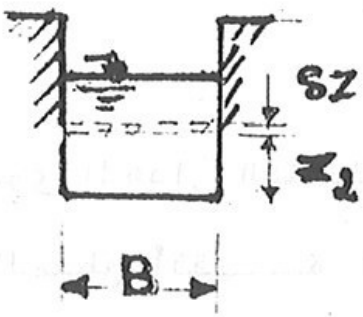
$$P_1 - P_2 == \rho_L\, g\, \Delta h$$

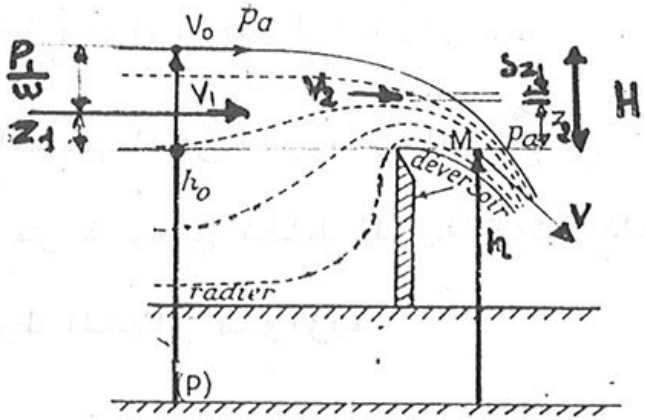


٣-٢- ٤ -و- الهـــــدارات :

تستعمل الهدارات وخاصة الرقيقة الحافة لقياس التدفق في الاقنية المكشوفة وبشكل عام لقياس الكميات الصغيرة لجريان الماء والتي تقل عامة عن حوالي $0,25\ m^3/s$.

يعتمد مبدأ هذه الاجهزة على وضع حاجز يعترض التيار مما يضطر السائل للتدفق فوقه بعد وصوله فوق حرف الهدار. وسنرى أنه بمعرفة الابعاد الهندسية للهدار وقياس ارتفاع السطح الحر للسائل فوق حرف الهدار نستطيع حساب التدفق الحقيقي للسائل في القناة.





لنعتبر الآن الهدار المبين في الشكل كي نستطيع دراسة الجريان المذكور تقبل الفرضيات التالية :

١ ـ بعيداً عن الهدار في الاتجاه المعاكس للتيار يفترض أن الجريان منتظم وخطوط التيار متوازية بحيث تتحقق العلاقة الهيدروستاتيكية $P = \omega h$

٢ ـ يبقى السطح الحر للجريان أفقياً حتى مستوى الهدار الشاقولي

٣ ـ يكون الضغط عند قطع الجريان مستوي الهدار منتظماً ويساوي الضغط الجوي

٤ ـ يهمل تأثير اللزوجة والشد السطحي .

$$V_2 = [2g(H - z_2) + V_1^2]^{1/2}$$

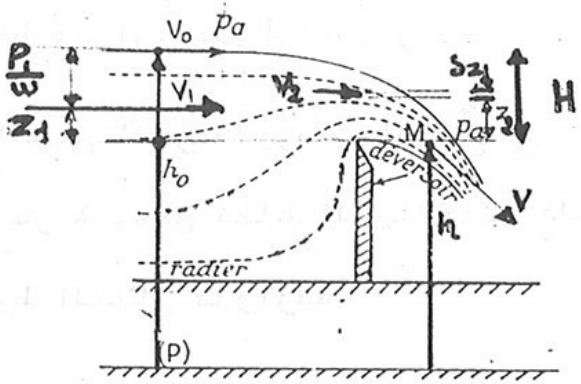
أي على z_2 وتكون السرعة أعظمية عند حرف الهدار وصغرى عند السطح الحر .

$$\delta Q = BV_2 \delta z_2$$

التدفق النظري الاجمالي فوق الهدار هو:

$$Q = \int dQ = \int_0^H BV_2 dz_2$$

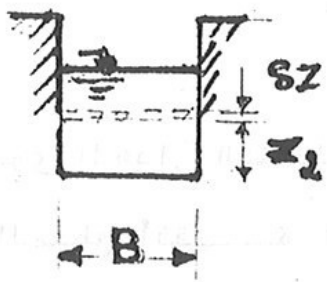
$$\boxed{Q = \frac{2}{3} B\sqrt{2g}\, H^{3/2}}$$



— *Écoulement par-dessus un déversoir en mince paroi.*

التدفق الحقيقي يختلف عن التدفق النظري والتدفق الحقيقي فوق الهدار يصبح :

$$\boxed{Q_a = C_d \frac{2}{3} B\sqrt{2g}\, H^{3/2}}$$



$$Q = \left(1{,}782 + 0{,}24 \frac{h_e}{h_o}\right) Bh_e^{3/2}$$

h_o = ارتفاع صفيحة الهدار الشاقولية .

$h_e = h + 0{,}0011\,(m)$.

h = حمولة الجريان المسكب فوق عتبة الهدار (m).

B = عرض الهدار (m).

تصلح المعادلة (37 - 3) ضمن الحدود التالية فقط :

$$h < 4h_o \,, \quad 0{,}15 < h_o < 1{,}22\,(m)$$

أما الهدارات المثلثية (أو بشكل حرف V) فهي تسمح بقياس أكثر دقة للتصاريف الصغيرة ، نظراً لأن تصريف الهدار بشكل حرف V يزيد مع الحمولة بسرعة أكبر بالمقارنة مع هدار ذي عتبة أفقية .

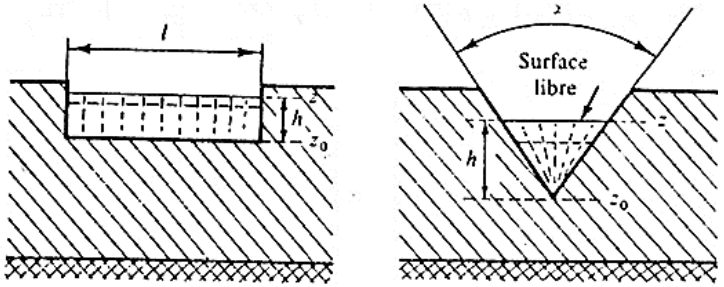
اذا أخذنا فتحة عرضها b وعمقها dh وارتفاع سطح الماء فوقها h :

$$Q = \int dQ = \int_{h=0}^{h=H} C_d b\,dh\sqrt{2gh}$$

$$\boxed{Q = \int_{h=0}^{h=H} C_d 2(H-h)\tan\frac{\theta}{2}\,dh\sqrt{2gh}}$$

$$Q = \frac{8}{15} C_d \tan\frac{\theta}{2}\sqrt{2g}.H^{5/2}$$

تتراوح زاوية الهدارات المثلثية θ بين 20 و 90° درجة.وأمثال التدفق للهدارات ذات الزاوية θ=90° يكون عادة من مرتبة $C_d = 0,6$



Déversoir rectangulaire

Déversoir triangulaire