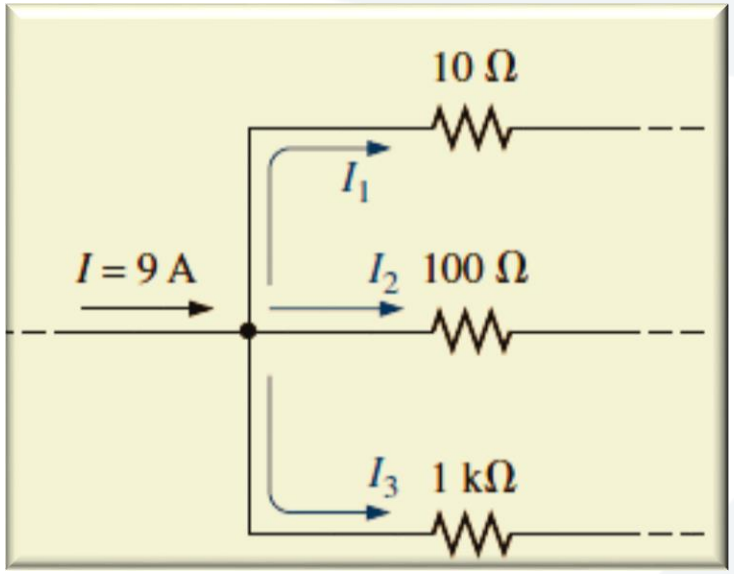
الدارات الالكترونية
المحاضرة الثانية

أ.د. فادي غصنه

تقسيم التيار Current Divider



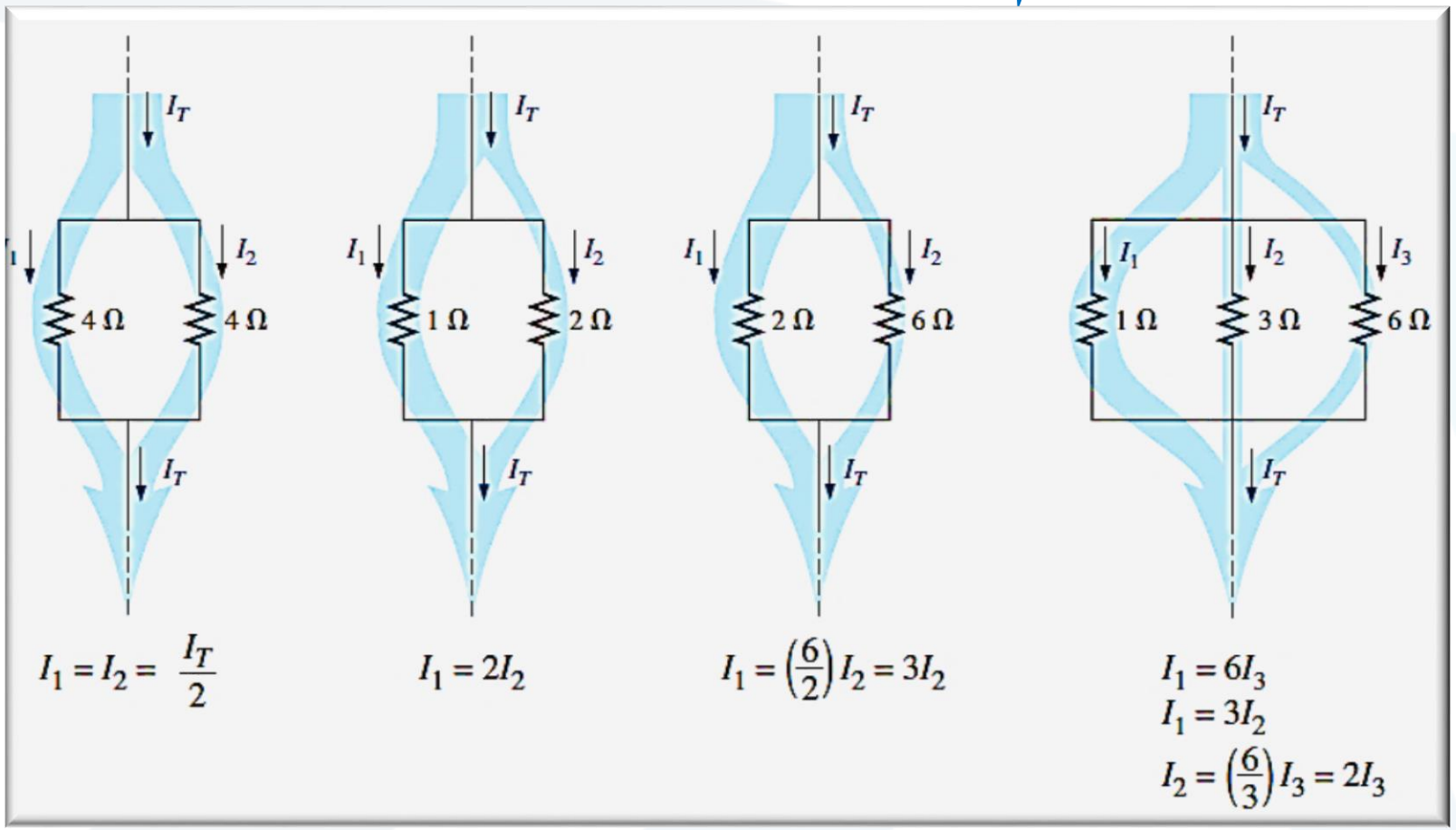
بالنسبة للعناصر المربوطة تفرعياً التي لها القيمة نفسها، سوف يتقسم التيار بشكل متساوٍ على فروع الدارة.

بالنسبة للعناصر التفرعية التي تختلف قيمها، سوف يتقسم التيار بنسبة مساوية لمقلوب قيم مقاومتها (أو ناقليتها G)

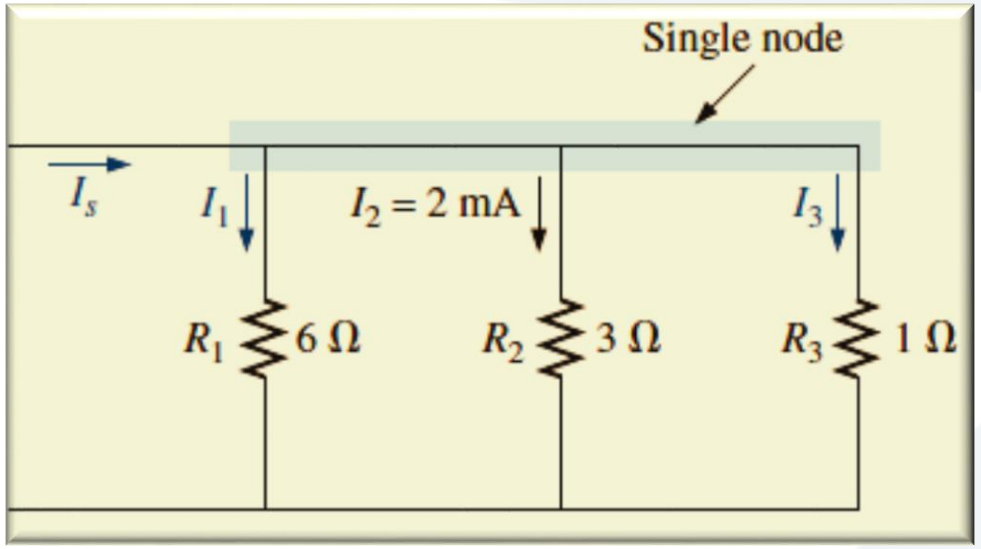
بالنسبة للعناصر التفرعية التي تختلف قيمها، ستكون قيمة التيار الأكبر تمر عبر الفرع الذي يحوي المقاومة الأصغر.

ستكون قيمة التيار المار عبر المقاومة 10Ω مساوية عشرة أضعاف قيمة التيار المار عبر المقاومة 100Ω، كذلك بالنسبة للتيار عبر المقاومة ستكون مساوية عشرة أضعاف قيمة التيار المار عبر المقاومة 1kΩ، بالنتيجة ستكون قيمة التيار المار عبر المقاومة 10Ω مساوية مئة ضعف قيمة التيار المار عبر المقاومة 1kΩ

Current Divider تقسيم التيار



مثال (١)



باعتبار أن قيمة المقاومة R1 مساوية لضعفي قيمة المقاومة R2 (R1 = 2R2)، بالتالي التيار عبر R1 سيكون نصف قيمة التيار المار عبر R2:

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{2\text{ mA}}{2} = \mathbf{1\text{ mA}}$$

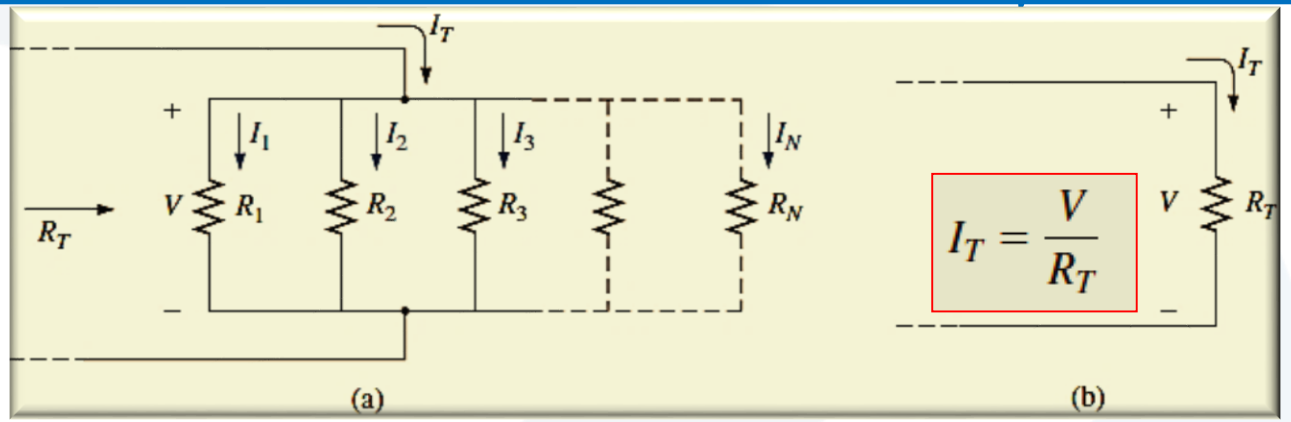
(R2 = 3R3)، بالتالي التيار عبر R3 سيكون ثلاث أضعاف قيمة التيار المار عبر R2:

$$I_3 = 3I_2 = 3(2\text{ mA}) = \mathbf{6\text{ mA}}$$

بتطبيق قانون كيرشوف للتيار نجد:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_s = I_1 + I_2 + I_3$$
$$I_s = 1\text{ mA} + 2\text{ mA} + 6\text{ mA} = \mathbf{9\text{ mA}}$$

قاعدة تقسيم التيار Current Divider Rule



كما هو معلوم أن الجهد المطبق على المقاومات التفرعية يكون متساوٍ

$$V = I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3 = \cdots = I_xR_x$$

بالتعويض عن قيمة الجهد وفقاً لقانون أوم بدلالة المقاومة المكافئة RT والتيار الكلي IT نجد (يمثل التيار Ix أي من تيارات الفروع):

$$I_T = \frac{I_xR_x}{R_T}$$

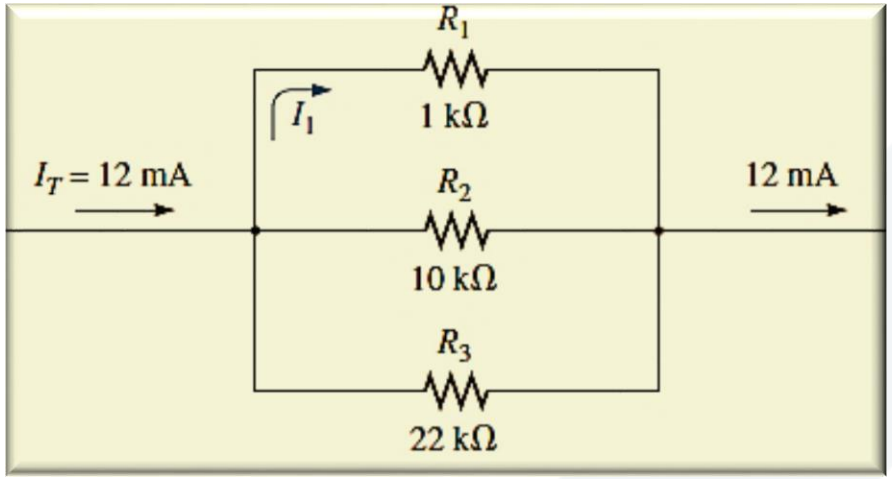
$$I_x = \frac{R_T}{R_x}I_T$$

تنص قاعدة تقسيم التيار على أن التيار المار في أي من فروع الدارة يساوي إلى جداء التيار الكلي الداخل إلى الدارة التفرعية I_T في المقاومة المكافئة R_T مقسوم على قيمة المقاومة المار في الفرع.

$$I_x = \frac{G_x}{G_T}I_T$$

مثال (٢)

حساب قيم التيار I1 باستخدام قاعدة مقسم التيار.



$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{1\ \text{k}\Omega} + \frac{1}{10\ \text{k}\Omega} + \frac{1}{22\ \text{k}\Omega}}$$

$$= \frac{1}{1 \times 10^{-3} + 100 \times 10^{-6} + 45.46 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1}{1.145 \times 10^{-3}} = \mathbf{873.01\ \Omega}$$

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T$$

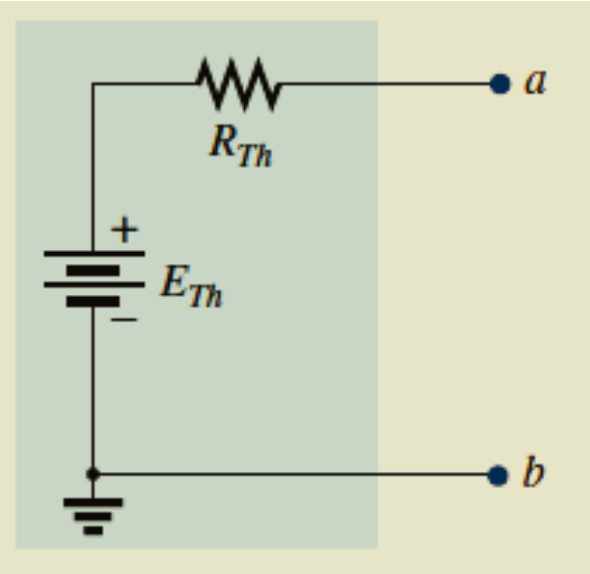
$$= \frac{(873.01\ \Omega)}{1\ \text{k}\Omega}(12\ \text{mA}) = (0.873)(12\ \text{mA}) = \mathbf{10.48\ mA}$$

Thevenin's Theorem

تقوم نظرية ثيفنن على اختصار الدارة الكهربائية ، بحيث تنتج دارة كهربائية مكونة فقط من منبع جهد وحيد يُدعى V_{TH} ومقاومة وحيدة مربوطة على التسلسل مع المنبع، تدعى مقاومة ثيفنن R_{TH}.

تعتمد قيمة جهد ثيفنن ومقاومة ثيفنن على قيم عناصر الدارة الأصلية.

يمكن اختصار أي دارة كهربائية بغض النظر عن درجة تعقيدها إلى دارة ثيفنن.



دارة ثفنن المكافئة، مكونة من منبع جهد ومقاومة على التسلسل.

FIG. 24
Leon-Charles Thévenin.
Courtesy of the Bibliothèque École Polytechnique, Paris, France.

French (Meaux, Paris)
(1857–1927)
Telegraph Engineer, Commandant and Educator
École Polytechnique and École Supérieure de Télégraphie

Although active in the study and design of telegraphic systems (including underground transmission), cylindrical condensers (capacitors), and electromagnetism, he is best known for a theorem first presented in the French *Journal of Physics—Theory and Applications* in 1883. It appeared under the heading of "Sur un nouveau théorème d'électricité dynamique" ("On a new theorem of dynamic electricity") and was originally referred to as the *equivalent generator theorem.* There is some evidence that a similar theorem was introduced by Hermann von Helmholtz in 1853. However, Professor Helmholtz applied the theorem to animal physiology and not to communication or generator systems, and therefore he has not received the credit in this field that he might deserve. In the early 1920s AT&T did some pioneering work using the equivalent circuit and may have initiated the reference to the theorem as simply Thévenin's theorem. In fact, Edward L. Norton, an engineer at AT&T at the time, introduced a current source equivalent of the Thévenin equivalent currently referred to as the Norton equivalent circuit. As an aside, Commandant Thévenin was an avid skier and in fact was commissioner of an international ski competition in Chamonix, France, in 1912.

Thevenin's Theorem

- تمكن نظرية ثيفنن من دراسة التغير في قيمة عنصر معين على سلوك الدارة من دون الحاجة لتحليل الدارة الكهربائية الأصلية بشكل كامل من أجل كل تغير في قيمة العنصر.
- يمكن اختصار أي دارة كهربائية بغض النظر عن درجة تعقيدها إلى دارة ثيفنن، مكونة من منبع ومقاومة على التسلسل.
- يتم اختيار نقطتين في الدارة الأصلية، والابقاء على العنصر الموجود في هذا الفرع (في حالتنا هنا عبارة عن مقاومة)، يُسمى العنصر في هذا الفرع بمقاومة الحمل R_L، واستبدال كل الدارة الباقية بدارة ثفنن.
- جهد ثيفنن V_{TH} عبارة عن جهد الدارة المفتوحة (من دون مقاومة الحمل) بين النقطتين المختارتين.
- مقاومة ثفنن R_{TH} هي عبارة عن المقاومة المكافئة الكلية المنظورة من هاتين النقطتين (من دون مقاومة الحمل).
- إعادة ربط دارة ثيفنن مع مقاومة الحمل لحساب التيار المار خلال مقاومة الحمل والجهد المطبق عبر الحمل.

خطوات تطبيق نظرية ثيفنن

١. **إزالة جزء الدارة الكهربائية بين النقطتين المختارتين، حيث نريد ايجاد دارة ثيفنن المكافئة بين هاتين النقطتين، هذا يتطلب إزالة مقاومة الحمل R_L بشكل مؤقت من بين النقطتين المختارتين.**

٢. **حساب مقاومة ثيفنن R_{TH}:**

I. تُحسب مقاومة ثيفنن بعد التعويض عن منابع الجهد بدارة مقصورة، والتعويض عن منابع التيار بدارة مفتوحة.

II. حساب المقاومة المكافئة للدارة الناتجة بين المقطتين المختارتين. في حال كان لمنبع الجهد أو منبع التيار مقاومة داخلية، يجب الابقاء عليها عند حساب مقاومة ثيفنن، حتى لو وضعت قيمة المنابع مساوية للصفر.

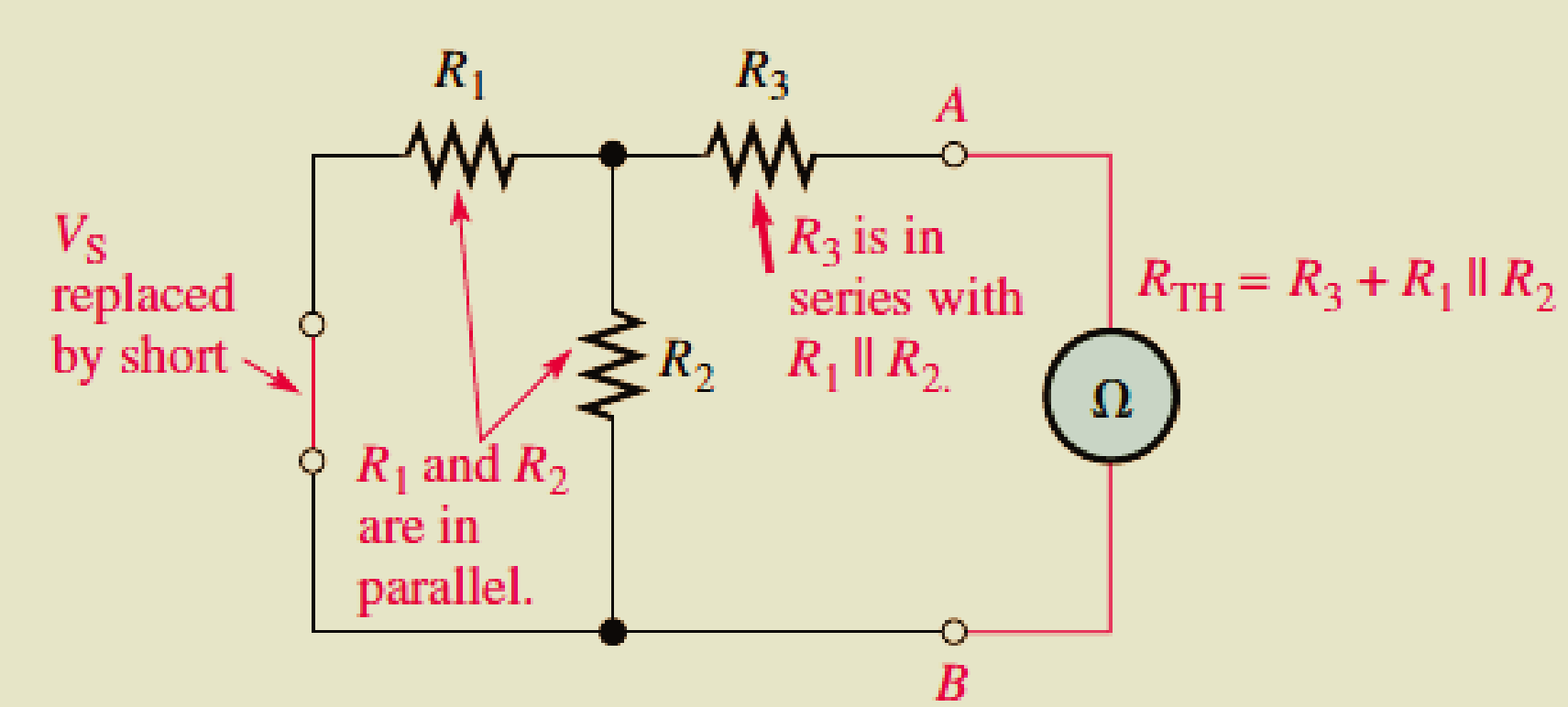
٣. **حساب جهد ثيفنن E_{TH} أو V_{TH}:**

i. تعاد منابع التيار والجهد إلى موضعها في الدارة.

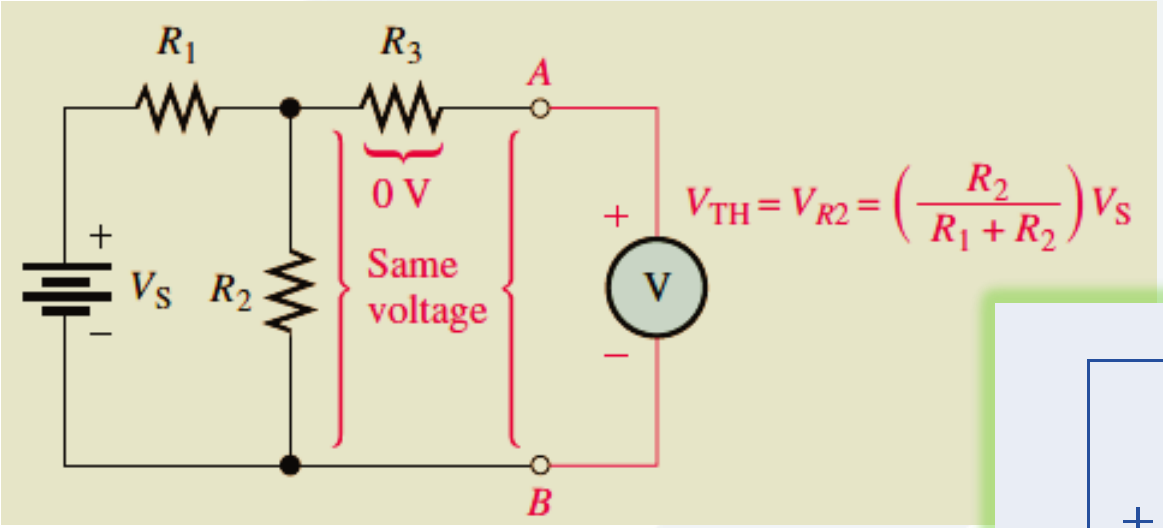
ii. يُحسب جهد الدارة المفتوحة بين النقطتين المختارتين.

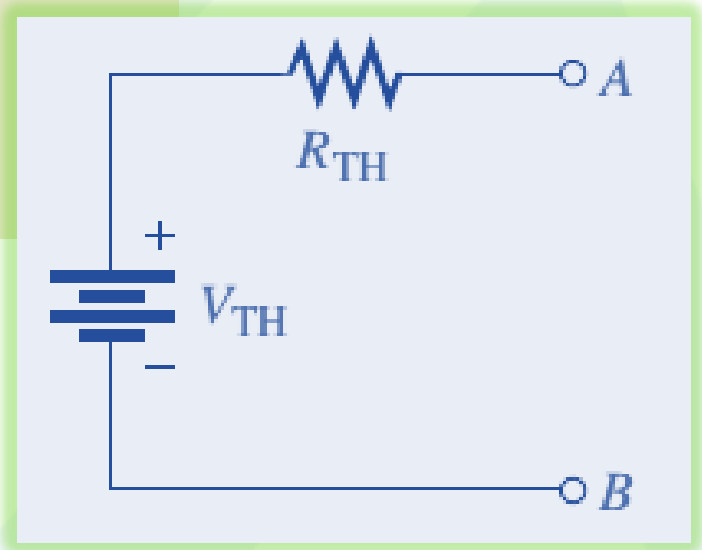
٤. **ربط دارة ثيفنن المكافئة مع قيمة جهد ثيفنن E_{TH}، وقيمة مقاومة ثيفنن R_{TH}، مع مقاومة الحمل R_L، (إعادة مقاومة الحمل إلى موضعها بين النقطتين المختارتين).**

حساب مقاومة ثيفنن RTH



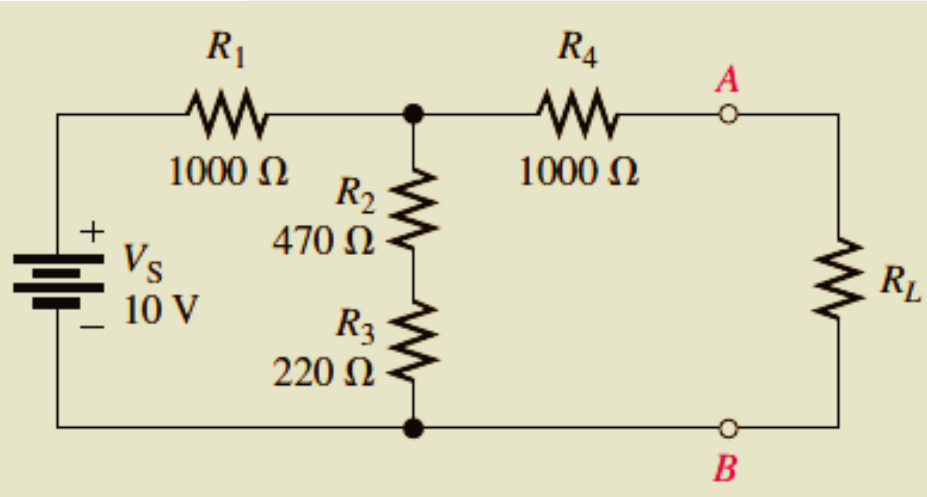
حساب جهد ثيفنن VTH



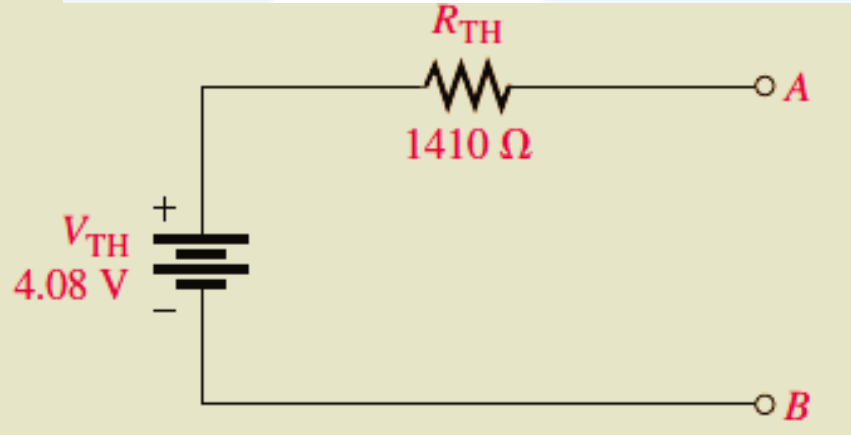


دارة ثيفنن المكافئة

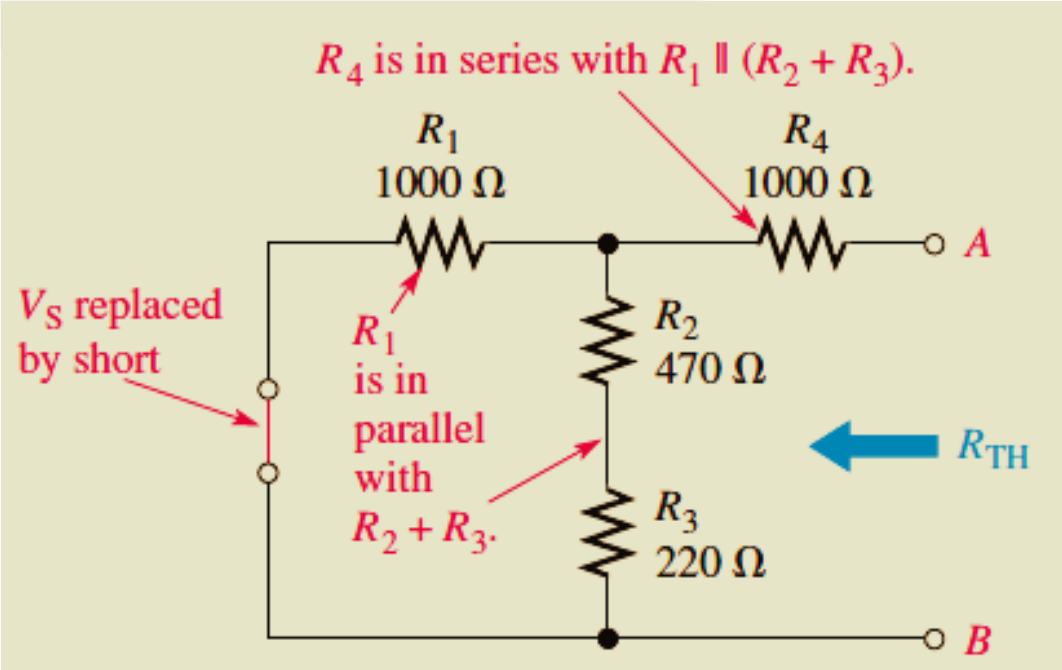
مثال (٣)



Find the Thevenin equivalent circuit between *A* and *B*

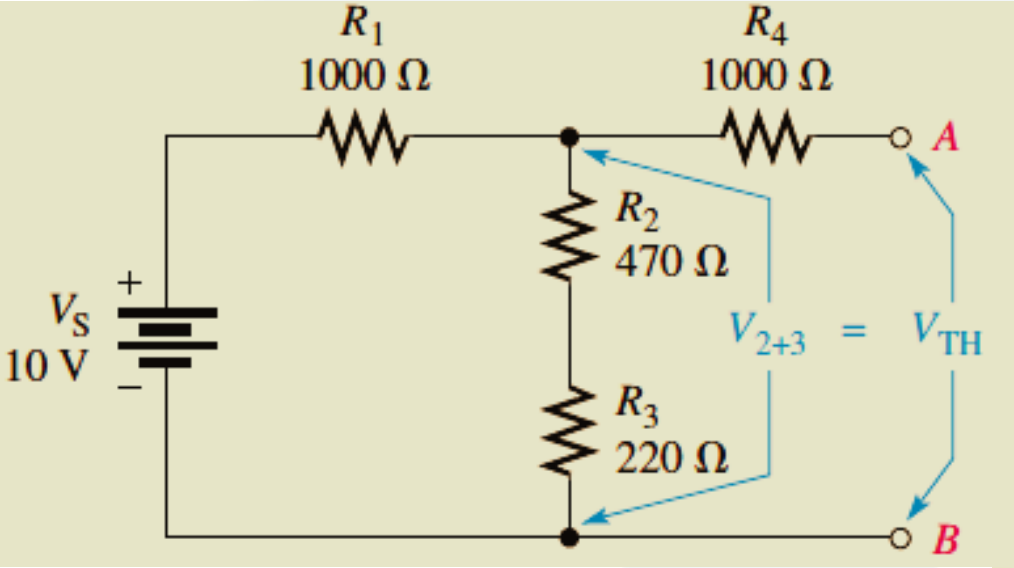


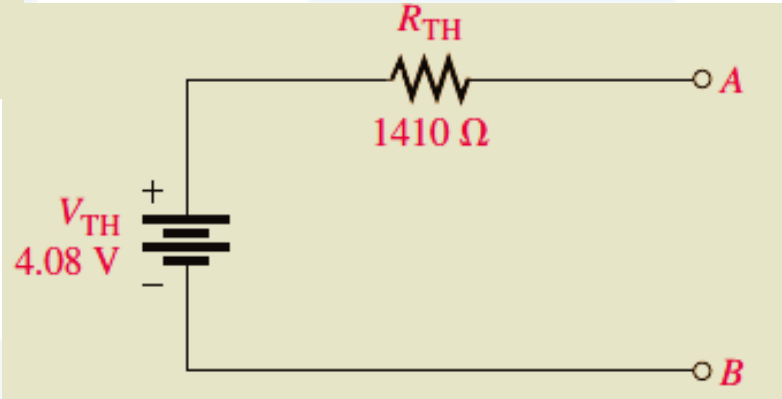
حساب مقاومة ثيفنن RTH



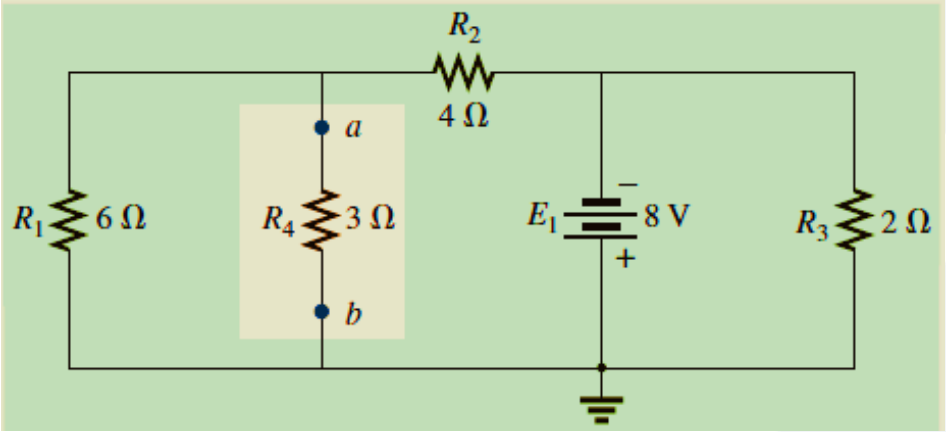
$$R_{TH} = R_4 + \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 1000\ \Omega + \frac{(1000\ \Omega)(690\ \Omega)}{1690\ \Omega} = \mathbf{1410\ \Omega}$$

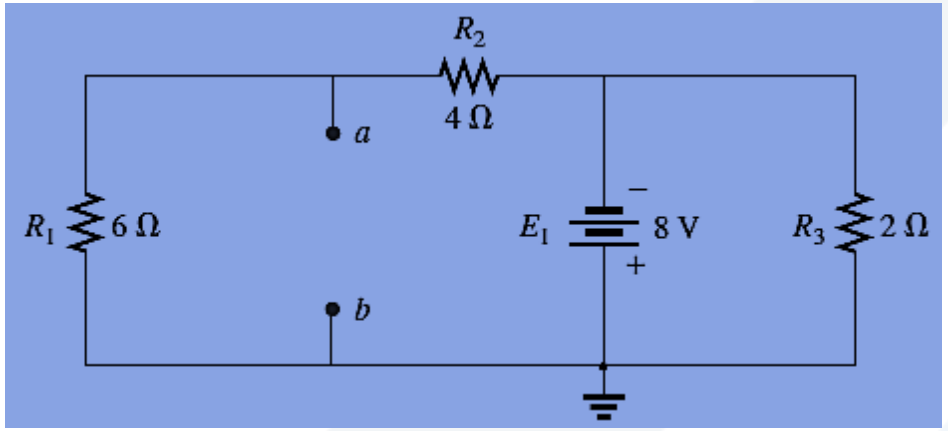
حساب جهد ثيفنن VTH





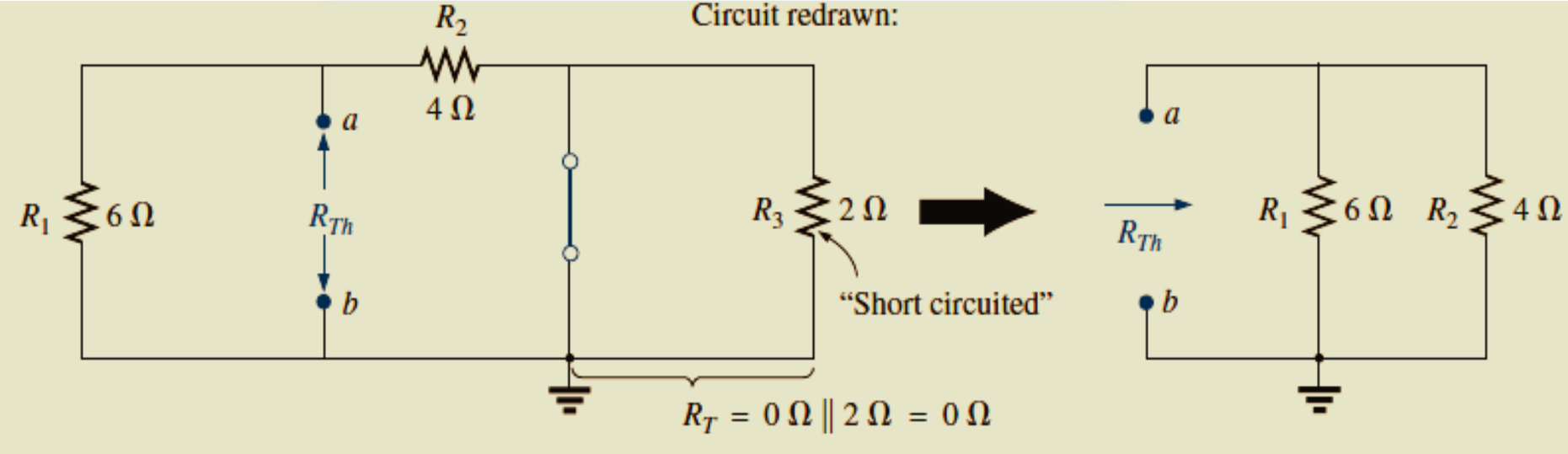
مثال (٤)





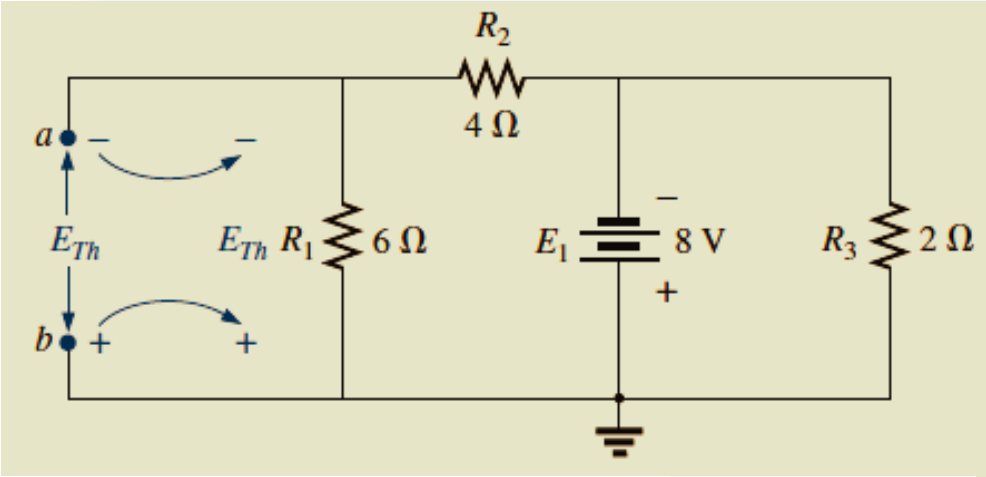
Find the Thevenin equivalent circuit between *a* and *b*

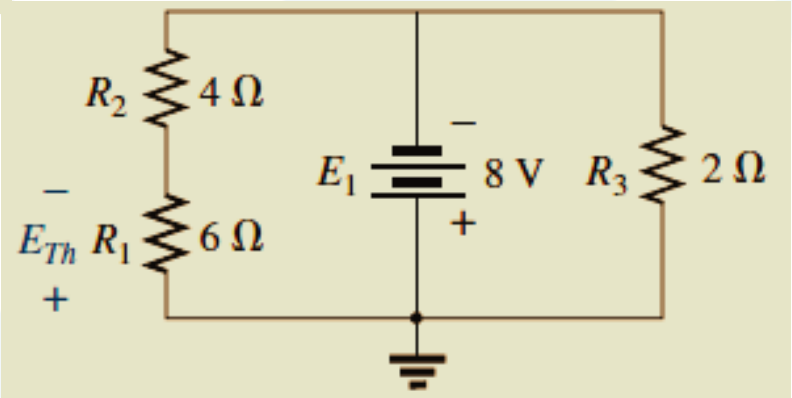
حساب مقاومة ثيفنن RTH



$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(6\,\Omega)(4\,\Omega)}{6\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{24\,\Omega}{10} = \mathbf{2.4\,\Omega}$$

حساب جهد ثيفنن ETH





علاقة مقسم الجهد

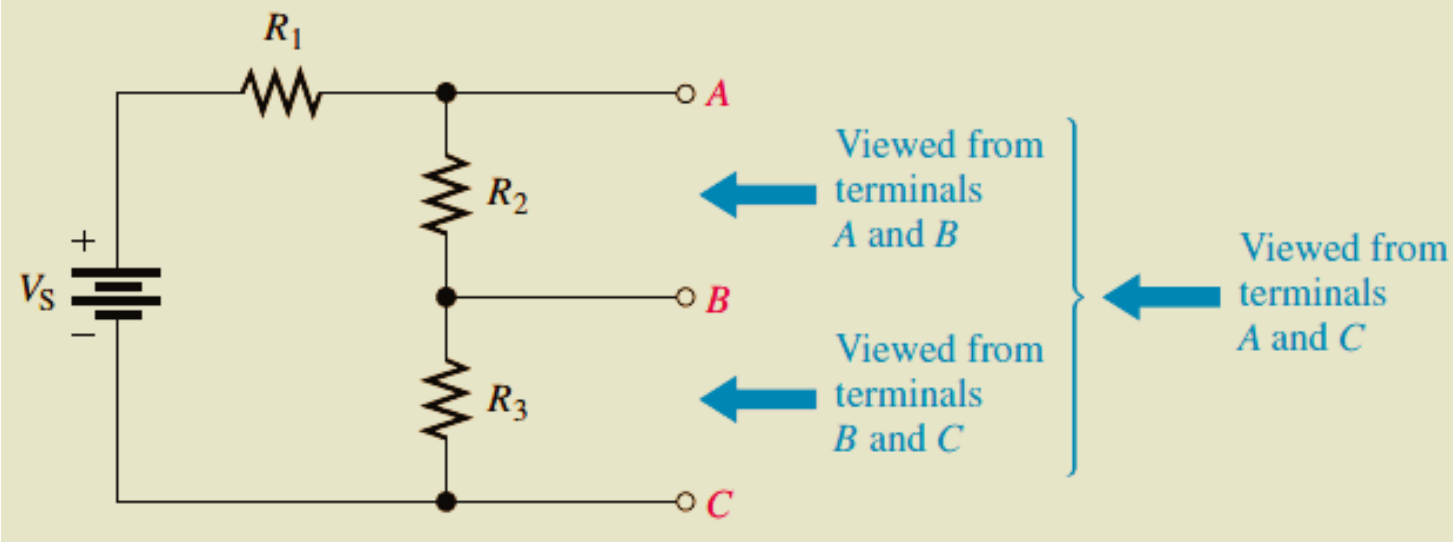
$$E_{Th} = \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} = \frac{(6\ \Omega)(8\ \text{V})}{6\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{48\ \text{V}}{10} = \mathbf{4.8\ V}$$

Thevenin Equivalency Depends on the Viewpoint

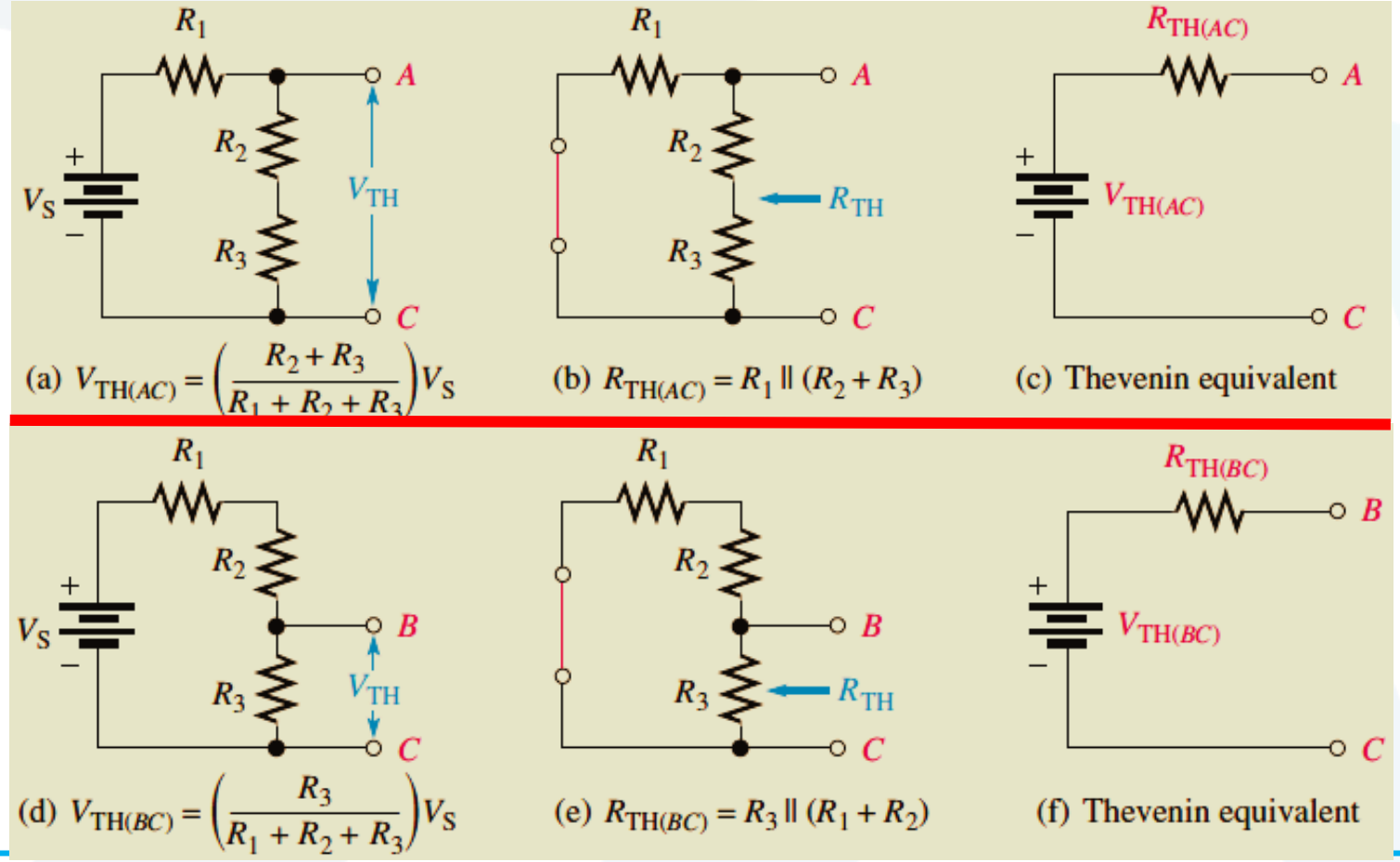
دارة ثيفنن المكافئة تعتمد على موضع النقطتين المختارتين، بالتالي يمكن تطبيق نظرية ثيفنن على أي جزء من الدارة، حسب موقع النقطتين المختارتين التي ينظر من خلالهما إلى الدارة.

على سبيل المثال:

في الدارة المبينة في الشكل يمكن النظر إلى الدارة من النقطتين A, B أو من النقطتين B, C، أو من النقطتين B, C.

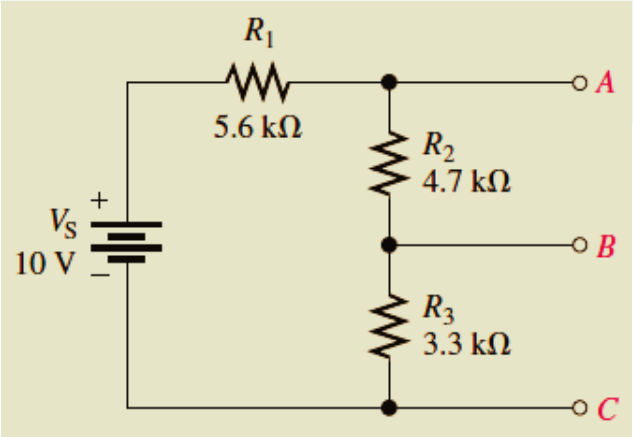


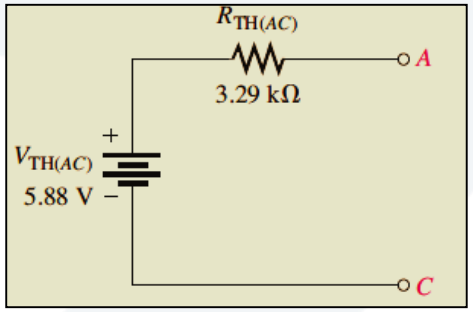
دارة ثيفنن بين النقطتين A, C و النقطتين B, C

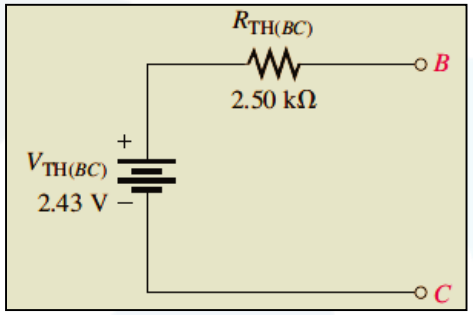


مثال (٥)

جد دارة ثيفنن بين النقطتين
A, C و النقطتين B, C







(a) $$V_{TH(AC)} = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)V_S = \left(\frac{4.7\,\text{k}\Omega + 3.3\,\text{k}\Omega}{5.6\,\text{k}\Omega + 4.7\,\text{k}\Omega + 3.3\,\text{k}\Omega}\right)10\text{ V} = \mathbf{5.88\ V}$$

$$R_{TH(AC)} = R_1 \parallel (R_2 + R_3) = 5.6\,\text{k}\Omega \parallel (4.7\,\text{k}\Omega + 3.3\,\text{k}\Omega) = \mathbf{3.29\ k\Omega}$$

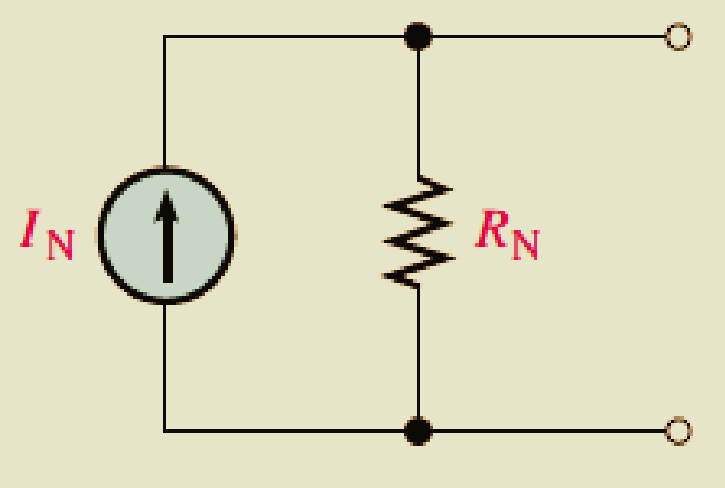
The Thevenin equivalent circuit is shown in Figure 38(a).

(b) $$V_{TH(BC)} = \left(\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right)V_S = \left(\frac{3.3\,\text{k}\Omega}{5.6\,\text{k}\Omega + 4.7\,\text{k}\Omega + 3.3\,\text{k}\Omega}\right)10\text{ V} = \mathbf{2.43\ V}$$

$$R_{TH(BC)} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) = 3.3\,\text{k}\Omega \parallel (5.6\,\text{k}\Omega + 4.7\,\text{k}\Omega) = \mathbf{2.50\ k\Omega}$$

Norton's Theorem

- تقوم نظرية نورتن على اختصار الدارة الكهربائية ، بحيث تنتج دارة كهربائية مكونة فقط من منبع تيار وحيد يُدعى I_N ومقاومة وحيدة مربوطة على التفرع مع المنبع، تدعى مقاومة ثيفنن R_N.
- تعتمد قيمة تيار نورتن ومقاومة نورتن على قيم عناصر الدارة الأصلية.
- يمكن اختصار أي دارة كهربائية بغض النظر عن درجة تعقيدها إلى دارة نورتن المكافئة.



دارة نورتن المكافئة

FIG. 58
Edward L. Norton.
Reprinted with the permission of
Lucent Technologies, Inc./Bell Labs.

American (Rockland, Maine; Summit, New Jersey)
1898–1983
Electrical Engineer, Scientist, Inventor
Department Head: Bell Laboratories
Fellow: Acoustical Society and Institute of Radio Engineers

Although interested primarily in communications circuit theory and the transmission of data at high speeds over telephone lines, Edward L. Norton is best remembered for development of the dual of Thévenin equivalent circuit, currently referred to as *Norton's equivalent circuit.* In fact, Norton and his associates at AT&T in the early 1920s are recognized as being among the first to perform work applying Thévenin's equivalent circuit and referring to this concept simply as Thévenin's theorem. In 1926, he proposed the equivalent circuit using a current source and parallel resistor to assist in the design of recording instrumentation that was primarily current driven. He began his telephone career in 1922 with the Western Electric Company's Engineering Department, which later became Bell Laboratories. His areas of active research included network theory, acoustical systems, electromagnetic apparatus, and data transmission. A graduate of MIT and Columbia University, he held nineteen patents on his work.

Norton's Theorem

- تمكن نظرية نورتن من دراسة التغير في قيمة عنصر معين على سلوك الدارة من دون الحاجة لتحليل الدارة الكهربائية الأصلية بشكل كامل من أجل كل تغير في قيمة العنصر.
- يمكن اختصار أي دارة كهربائية بغض النظر عن درجة تعقيدها إلى دارة نورتن ، مكونة من منبع تيار ومقاومة على التفرع.
- يتم اختيار نقطتين في الدارة الأصلية، والابقاء على العنصر الموجود في هذا الفرع (في حالتنا هنا عبارة عن مقاومة)، يُسمى العنصر في هذا الفرع بمقاومة الحمل R_N، واستبدال كل الدارة الباقية بدارة نورتن.
- تيار نورتن I_N عبارة عن تيار الدارة المقصورة (توصل مكان موضع مقاومة الحمل) بين النقطتين المختارتين.
- مقاومة نورتن R_N هي عبارة عن المقاومة المكافئة الكلية المنظورة من هاتين النقطتين (من دون مقاومة الحمل).
- إعادة ربط دارة نورتن مع مقاومة الحمل لحساب التيار المار خلال مقاومة الحمل والجهد المطبق عبر الحمل.

خطوات تطبيق نظرية نورتن

١. إزالة جزء الدارة الكهربائية بين النقطتين المختارتين، حيث نريد ايجاد دارة نورتن المكافئة بين هاتين النقطتين، هذا يتطلب إزالة مقاومة الحمل R_L بشكل مؤقت من بين النقطتين المختارتين.

٢. حساب مقاومة نورتن R_N:

١. تُحسب مقاومة نورتن بعد التعويض عن منابع الجهد بدارة مقصورة، والتعويض عن منابع التيار بدارة مفتوحة، ثمّ حساب المقاومة المكافئة للدارة الناتجة بين المقطتين المختارتين. في حال كان لمنبع الجهد أو منبع التيار مقاومة داخلية، يجب الابقاء عليها عند حساب مقاومة ثيفنن، حتى لو وضعت قيمة المنابع مساوية للصفر. (كما هو ملاحظ فإن خطوة حساب مقاومة ثيفنن ونورتن متكافئة)، لذلك فإن $R_{TH} = R_N$

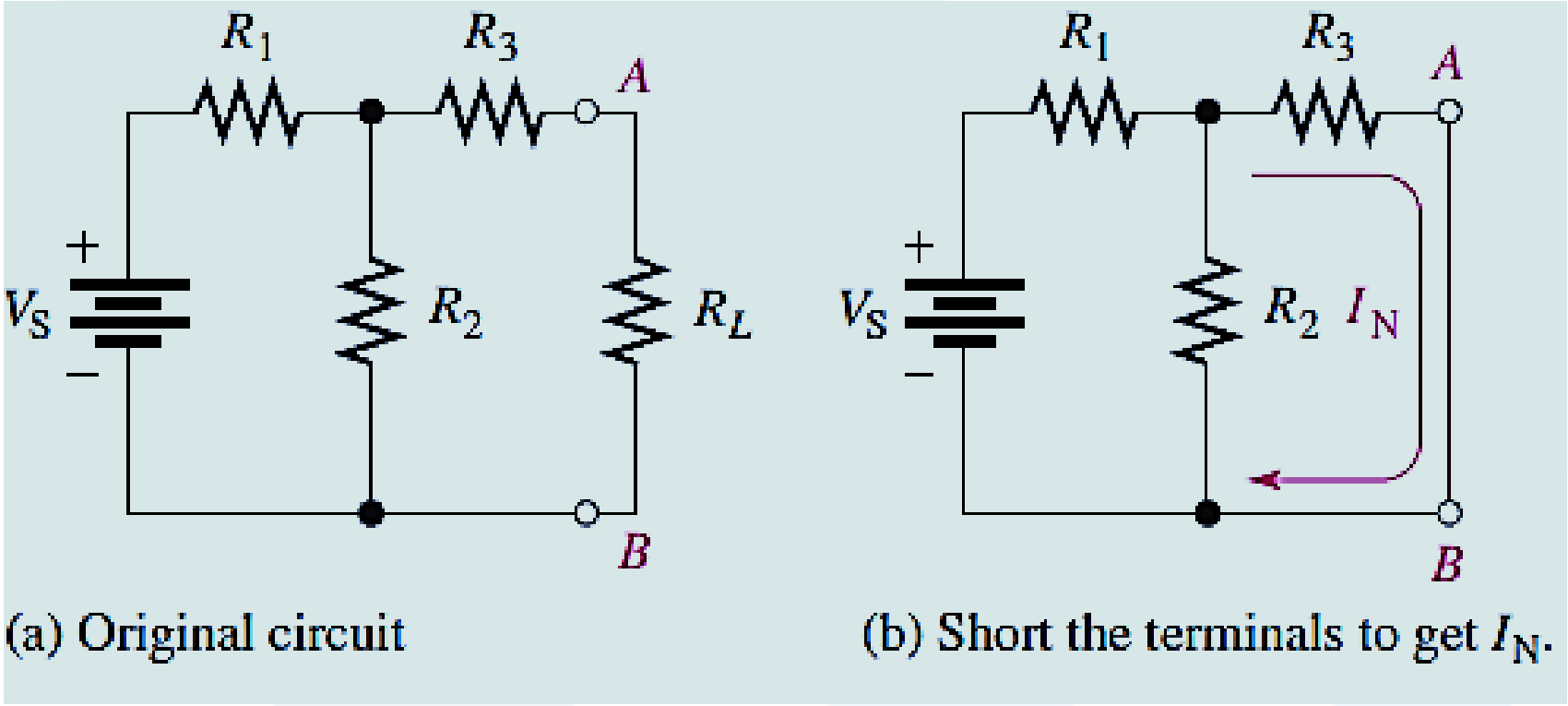
٣. حساب تيار نورتن I_N :

١. تعاد منابع التيار والجهد إلى موضعها في الدارة.

٢. يُحسب تيار الدارة المقصورة بين النقطتين المختارتين.

٤. ربط دارة نورتن المكافئة مع مقاومة الحمل R_L، (إعادة مقاومة الحمل إلى موضعها بين النقطتين المختارتين).

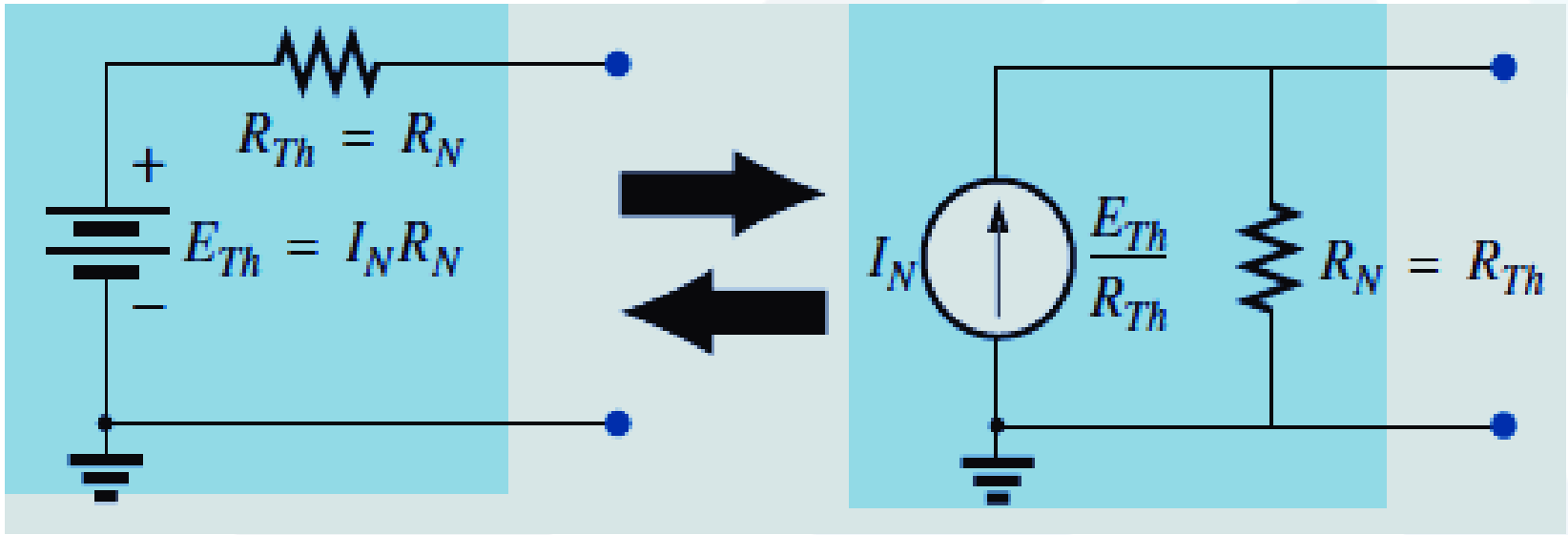
Norton's Theorem



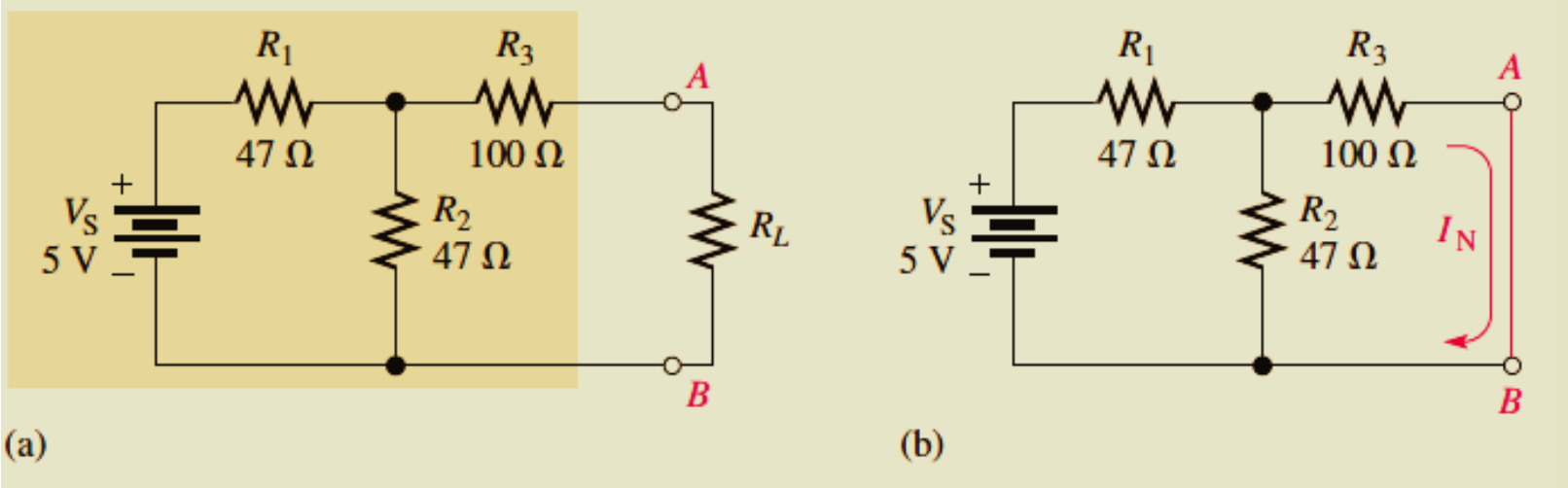
Determining the Norton equivalent current, I_N.

Converting between Thévenin and Norton equivalent circuits

وجدنا سابقاً إمكانية تحويل منبع الجهد مع مقاومة على التسلسل إلى منبع تيار مع مقاومة على التفرع، لذلك يمكننا التحويل بين دارة ثيفن المكافئة ودارة نورتن المكافئة كما هو مبين بالشكل الآتي:



مثال (٦)



حساب تيار نورتن I_N ومقاومة R_N

$$R_T = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = 47\ \Omega + \frac{(47\ \Omega)(100\ \Omega)}{147\ \Omega} = 79\ \Omega$$

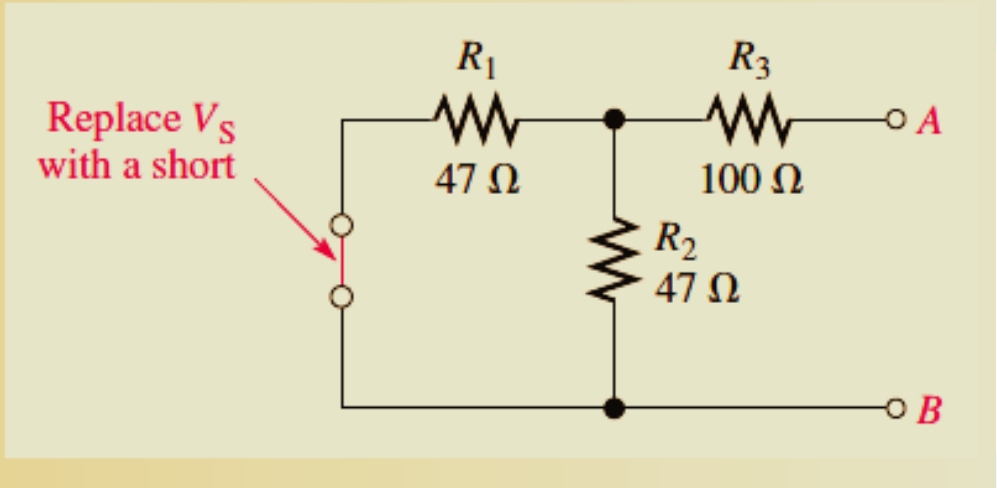
علاقة مقسم التيار

$$I_T = \frac{V_S}{R_T} = \frac{5\ \text{V}}{79\ \Omega} = 63.3\ \text{mA}$$

$$I_N = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right)I_T = \left(\frac{47\ \Omega}{147\ \Omega}\right)63.3\ \text{mA} = \mathbf{20.2\ mA}$$

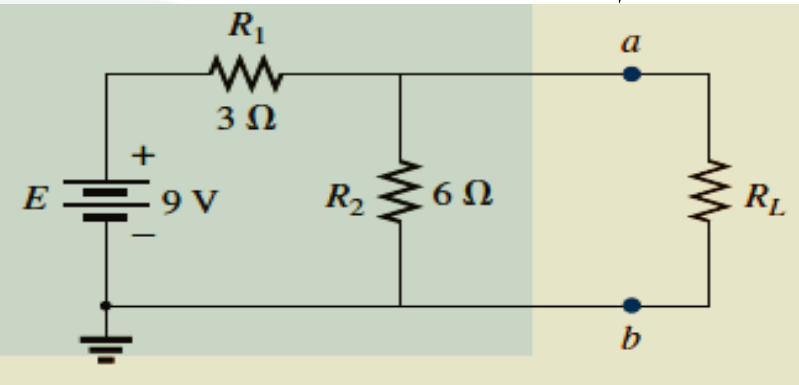
مثال (٦)

$$R_N = R_3 + \frac{R_1}{2} = 100\ \Omega + \frac{47\ \Omega}{2} = \mathbf{124\ \Omega}$$

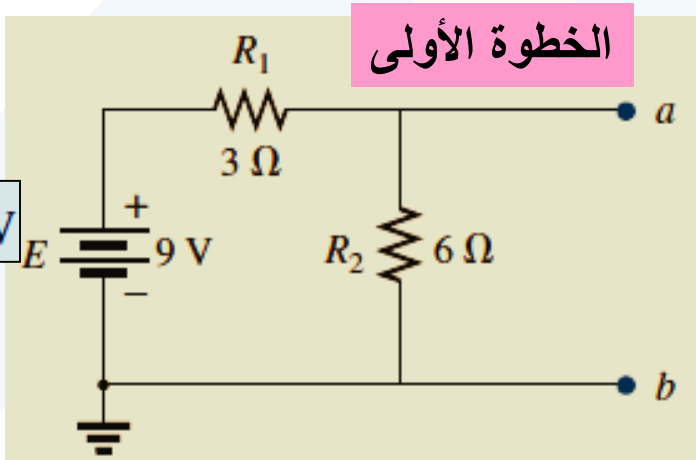


مثال (٧)

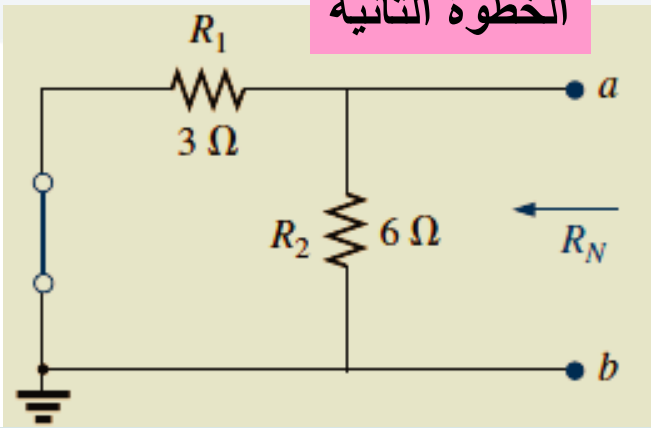
جد دارة نورتن المكافئة، ثمّ حول دارة نورتن المكافئة إلى دارة ثيفنن المكافئة



الخطوة الأولى

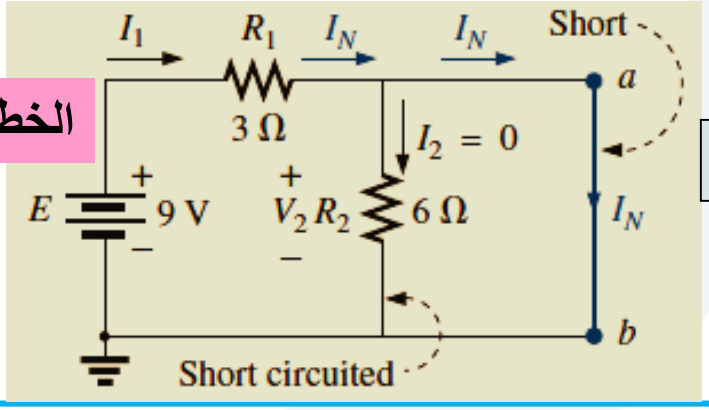


الخطوة الثانية



$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 3\ \Omega \parallel 6\ \Omega = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{18\ \Omega}{9} = 2\ \Omega$$

الخطوة الثالثة

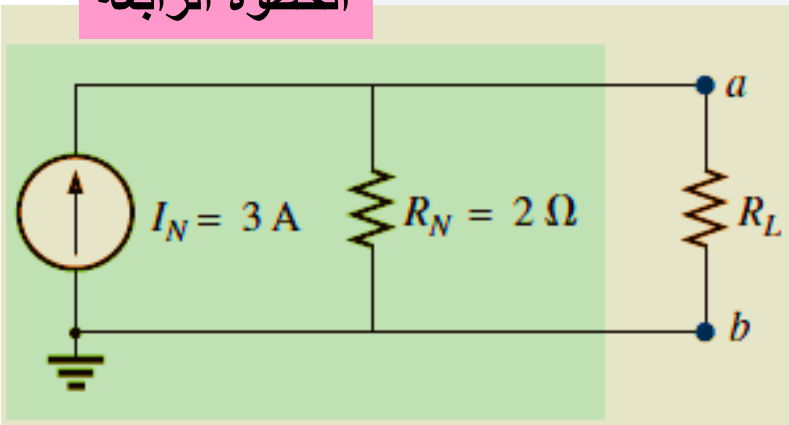


$$V_2 = I_2R_2 = (0)6\ \Omega = 0\ \text{V}$$

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\ \text{V}}{3\ \Omega} = 3\ \text{A}$$

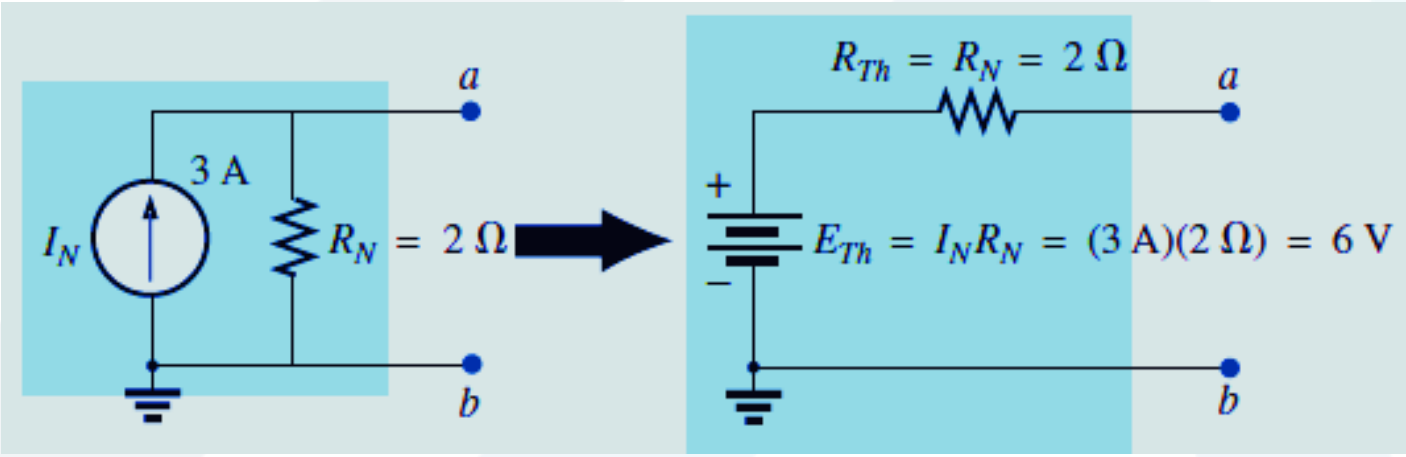
مثال (٧)

الخطوة الرابعة

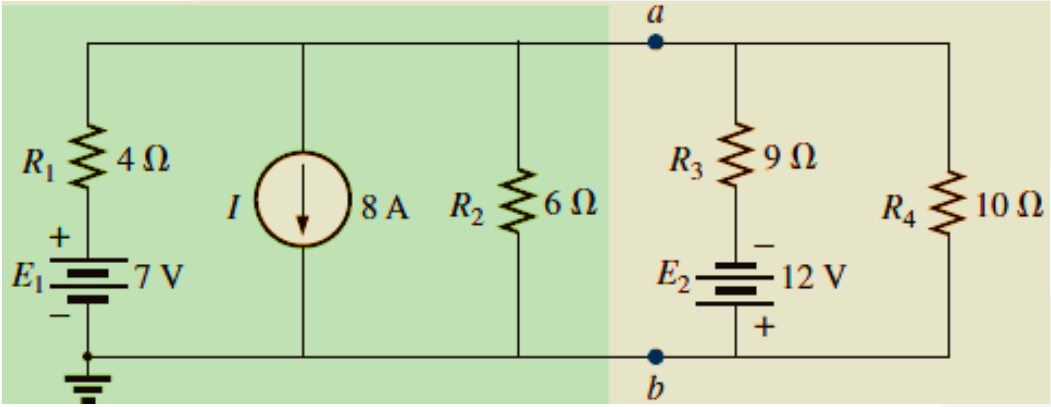


دارة نورتن المكافئة

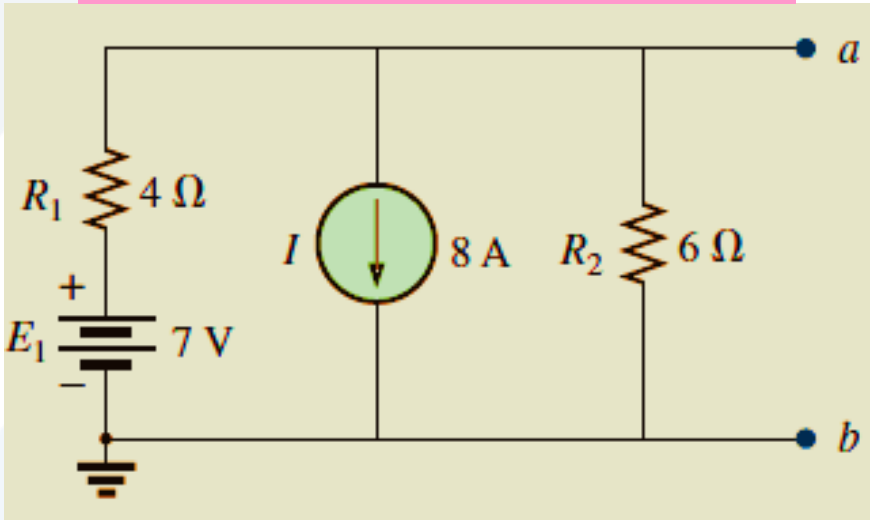
تحويل دارة نورتن المكافئة إلى دارة ثيفنن المكافئة



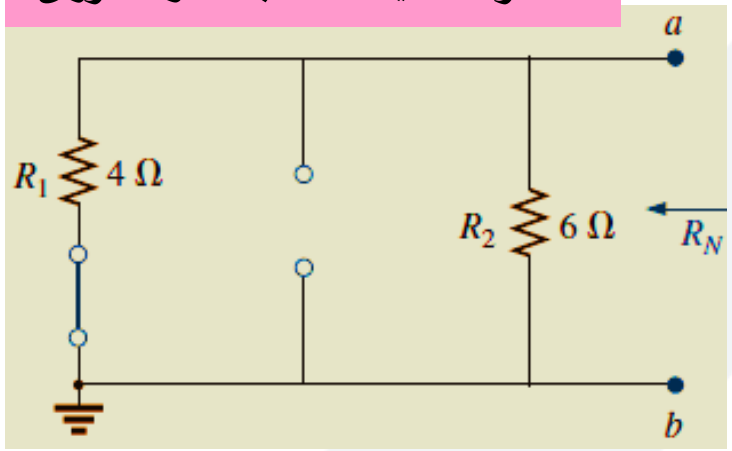
مثال (٨)



الخطوة الأولى: نزع الحمل، والابقاء على جزء الدارة المراد ايجاد دارة نورتن لمكافئة له.

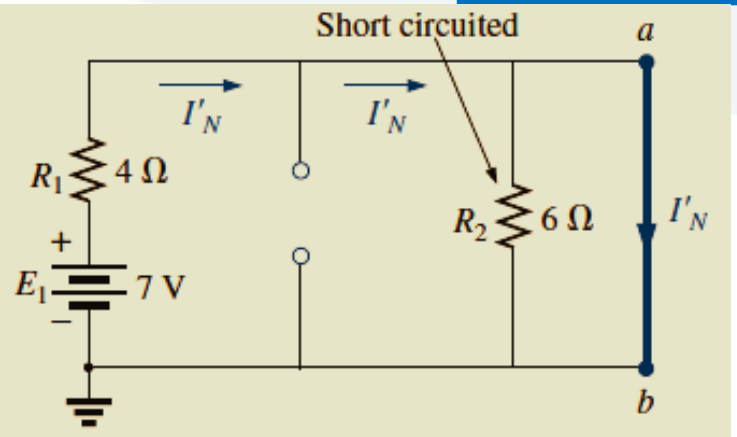


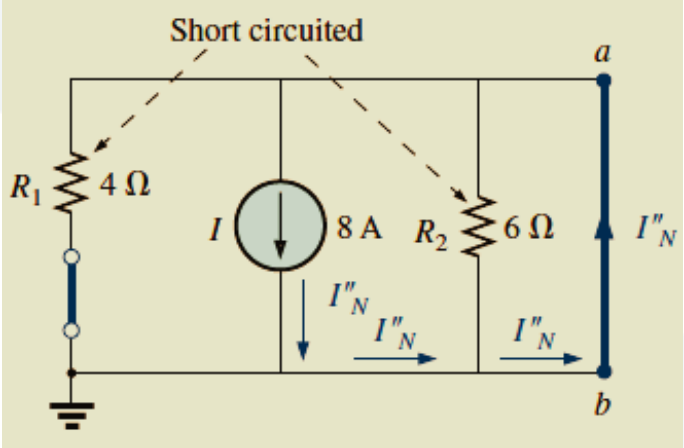
الخطوة الثانية: حساب مقاومة نورتن



$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 4\,\Omega \parallel 6\,\Omega = \frac{(4\,\Omega)(6\,\Omega)}{4\,\Omega + 6\,\Omega} = \frac{24\,\Omega}{10} = \mathbf{2.4\,\Omega}$$

حساب تيار نورتن بطريقة التنضيد

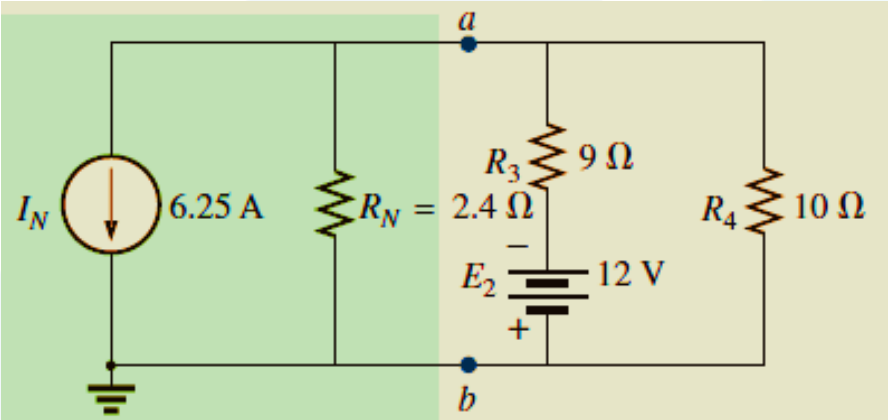




$$I''_N = I = 8\ \text{A}$$

$$I'_N = \frac{E_1}{R_1} = \frac{7\ \text{V}}{4\ \Omega} = 1.75\ \text{A}$$

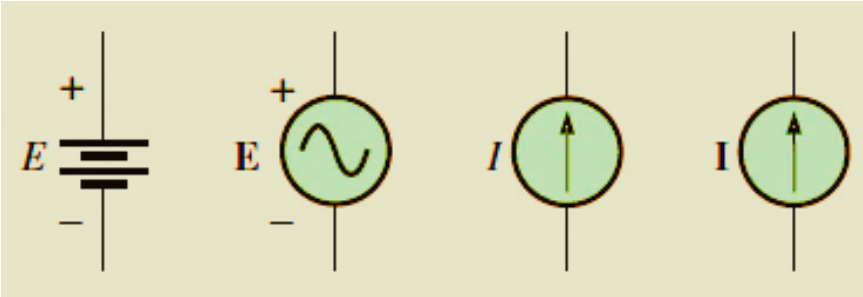
$$I_N = I''_N - I'_N = 8\ \text{A} - 1.75\ \text{A} = \mathbf{6.25\ A}$$



ملاحظة: أي سلك (دارة مقصورة) على التفرع مع مقاومة أوعدة مقاومات، فإنه يلغي وجود المقاومات

Independent Versus Dependent (Controlled) Sources

- تُعرف المنابع غير المستقلة بأنها المنابع التي تعتمد قيمتها على قيمة الجهد المطبق أو التيار المار خلال فرع في الدارة الكهربائية، على العكس من المنبع المستقلة التي تكون قيمتها مستقلة عن الدارة، وتبقى محافظة على قيمتها حتى لو تمّ فصلها عم الدارة.



المنابع المستقلة

يوجد أربعة أنواع من المنابع غير المستقلة

١- منبع جهد متحكم به بالجهد Voltage controlled voltage source (VCVS)

٢- منبع تيار متحكم بع بالجهد Voltage controlled current source (VCCS)

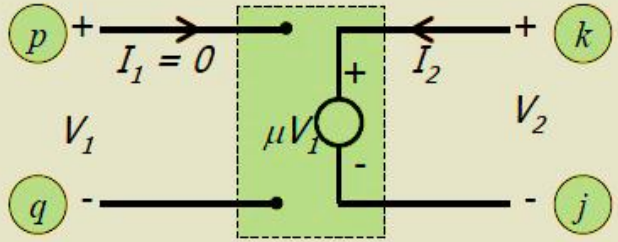
٣- منبع جهد متحكم به بالتيار Current controlled voltage source (CCVS)

٤- منبع تيار متحكم به بالتيار Current controlled current source (CCCS)

سؤال اختبار: ما هو الفرق بين المنابع المستقلة والمنابع غير المستقلة.

Dependent (Controlled) Sources

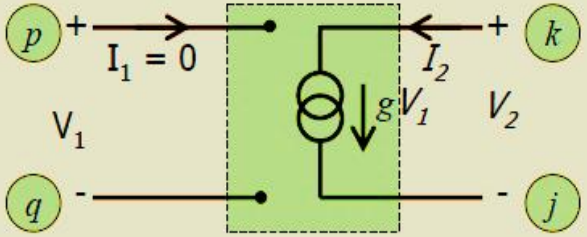
Voltage controlled voltage source (VCVS)



$I_1 = 0$

$V_2 = \mu V_1$

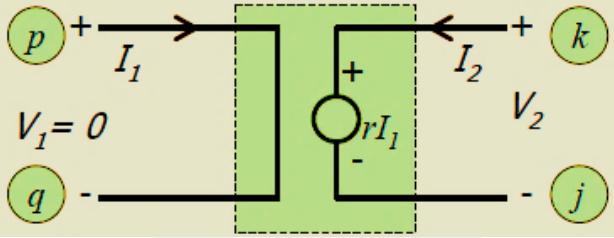
Voltage controlled current source (VCCS)



$I_1 = 0$

$I_2 = gV_1$

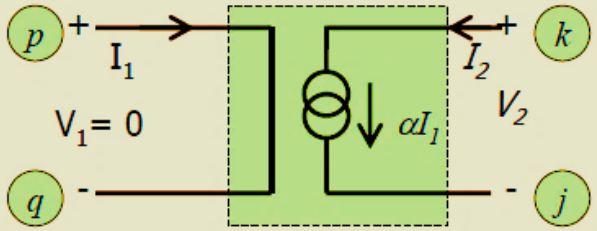
Current controlled voltage source (CCVS)



$V_1 = 0$

$V_2 = rI_1$

Current controlled current source (CCCS)

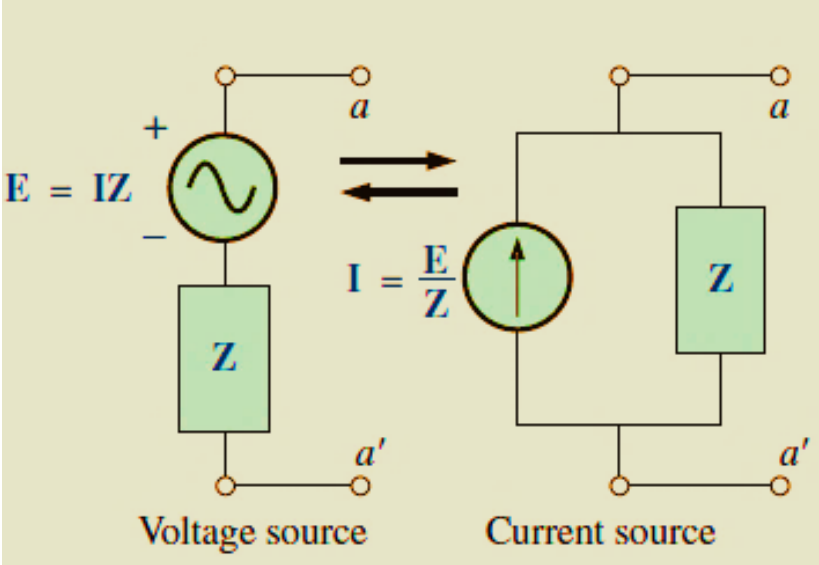


$V_2 = 0$

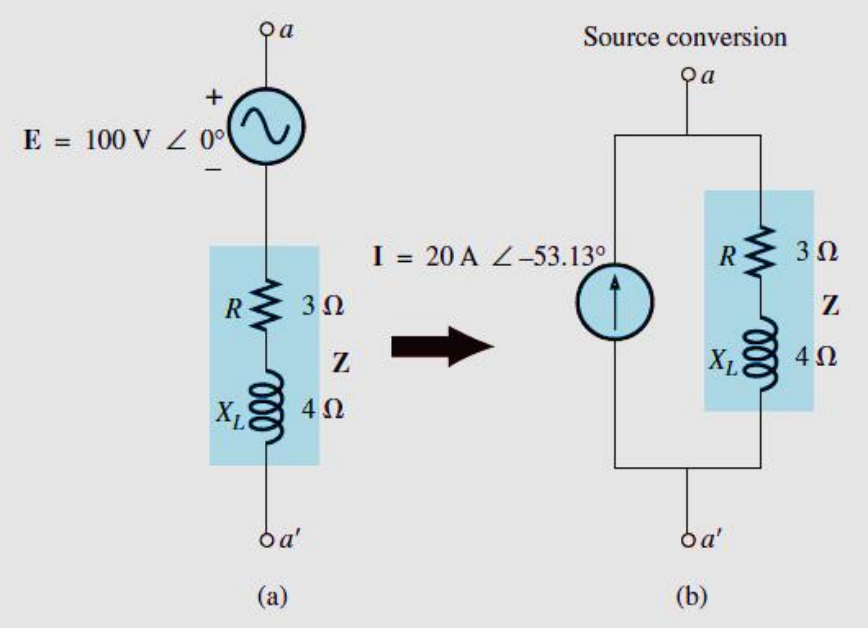
$I_2 = \alpha I_1$

AC Source Conversions

أثناء تحليل دارات التيار المتناوب نحتاج إلى التحويل بين منابع الجهد (مع الممانعة على التسلسل) ومنابع التيار (مع ممانعة أو سماحية على التفرع). يتم التحويل بين المنابع وفقاً لقانون أوم كما هو مبين في الشكل.



مثال:



$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{100\ \text{V} \angle 0^\circ}{5\ \Omega \angle 53.13^\circ} = 20\ \text{A} \angle -53.13^\circ$$

AC Thevenin's Theorem

- تمكن نظرية ثيفنن من دراسة التغير في قيمة عنصر معين على سلوك الدارة من دون الحاجة لتحليل الدارة الكهربائية الأصلية بشكل كامل من أجل كل تغير في قيمة العنصر.
- يمكن اختصار أي دارة كهربائية بغض النظر عن درجة تعقيدها إلى دارة ثيفنن، مكونة من منبع ومقاومة على التسلسل.
- يتم اختيار نقطتين في الدارة الأصلية، والابقاء على العنصر الموجود في هذا الفرع (في حالتنا هنا عبارة عن ممانعة)، يُسمى العنصر في هذا الفرع بممانعة الحمل Z_L، واستبدال كل الدارة الباقية بدارة ثيفنن.
- جهد ثيفنن E_{TH} عبارة عن جهد الدارة المفتوحة (من دون ممانعة الحمل) بين النقطتين المختارتين.
- ممانعة ثيفنن Z_{TH} هي عبارة عن الممانعة المكافئة الكلية المنظورة من هاتين النقطتين (من دون ممانعة الحمل).
- إعادة ربط دارة ثيفنن مع ممانعة الحمل لحساب التيار المار خلال ممانعة الحمل والجهد المطبق عبر الحمل.

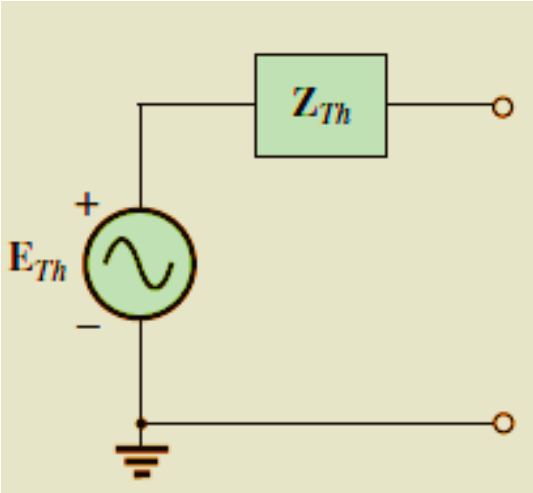
خطوات تطبيق نظرية ثيفنن

١. إزالة جزء الدارة الكهربائية بين النقطتين المختارتين، حيث نريد ايجاد دارة ثيفنن المكافئة بين هاتين النقطتين، هذا يتطلب إزالة ممانعة الحمل Z_L (أو الجزء المرغوب من الدارة) بشكل مؤقت من بين النقطتين المختارتين.

٢. حساب ممانعة ثيفنن Z_{TH}:

I. تُحسب ممانعة ثيفنن بعد التعويض عن منابع الجهد بدارة مقصورة، والتعويض عن منابع التيار بدارة مفتوحة.

II. حساب الممانعة المكافئة للدارة الناتجة بين المقطتين المختارتين. في حال كان لمنبع الجهد أو منبع التيار مقاومة داخلية، يجب الابقاء عليها عند حساب ممانعة ثيفنن، حتى لو وضعت قيمة المنابع مساوية للصفر.



٣. حساب جهد ثيفنن E_{TH} أو V_{TH}:

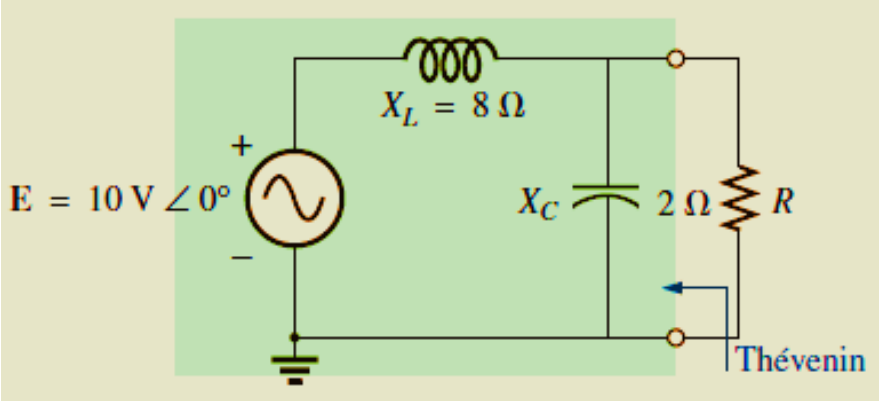
i. تعاد منابع التيار والجهد إلى موضعها في الدارة.

ii. يُحسب جهد الدارة المفتوحة بين النقطتين المختارتين.

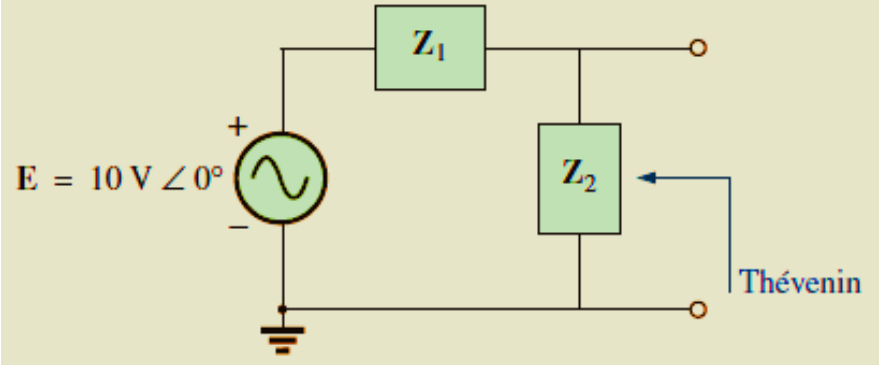
٤. ربط دارة ثيفنن المكافئة مع قيمة جهد ثيفنن E_{TH}، وقيمة مقاومة ثيفنن R_{TH}، مع ممانعة الحمل R_L، (إعادة ممانعة الحمل (أو الجزء المرغوب من الدارة) إلى موضعها بين النقطتين المختارتين).

مثال (٩)

جد دارة تيفنن المكافئة للدارة الآتية:

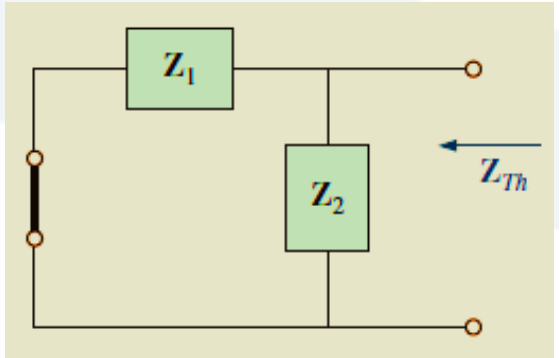


$Z_1 = jX_L = j\,8\,\Omega \qquad Z_2 = -jX_C = -j\,2\,\Omega$



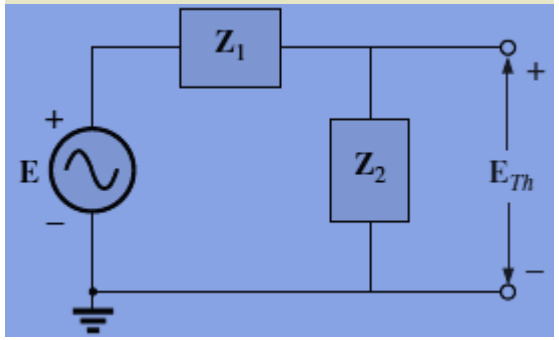
بإعادة رسم الدارة باستخدام صناديق الممانعة، وحساب ممانعة كل صندوق، وإزالة المقاومة R واستبدالها بدارة مفتوحة.

مثال (٩)



حساب ممانعة ثيفنن:

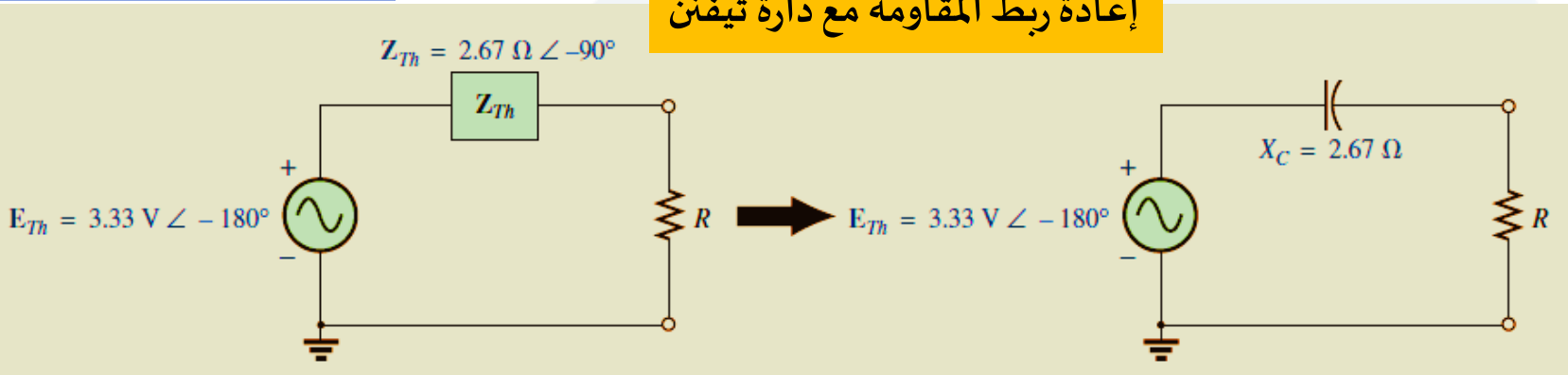
$$Z_{Th} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(j\,8\,\Omega)(-j\,2\,\Omega)}{j\,8\,\Omega - j\,2\,\Omega} = \frac{-j^2\,16\,\Omega}{j\,6} = \frac{16\,\Omega}{6\angle 90^\circ}$$
$$= 2.67\,\Omega\angle -90^\circ$$



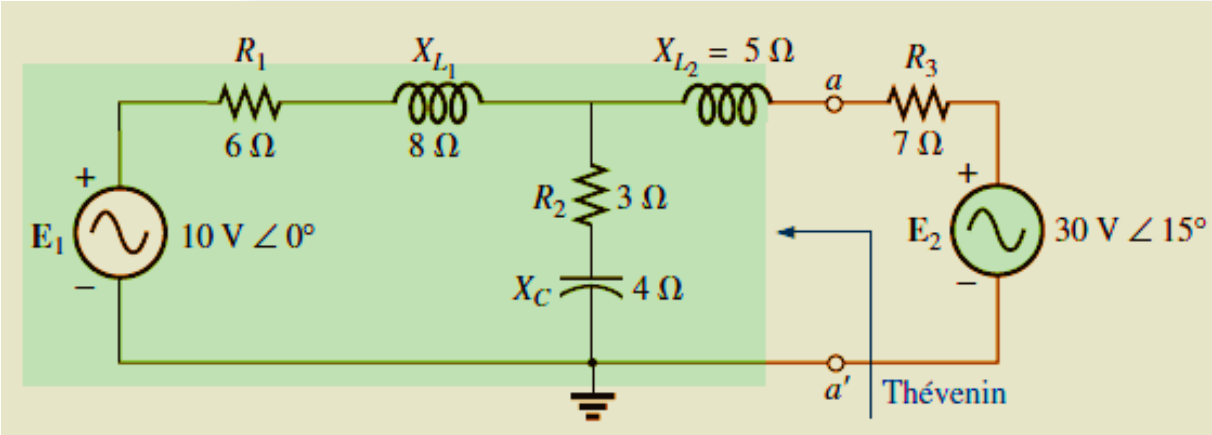
حساب جهد ثيفنن:

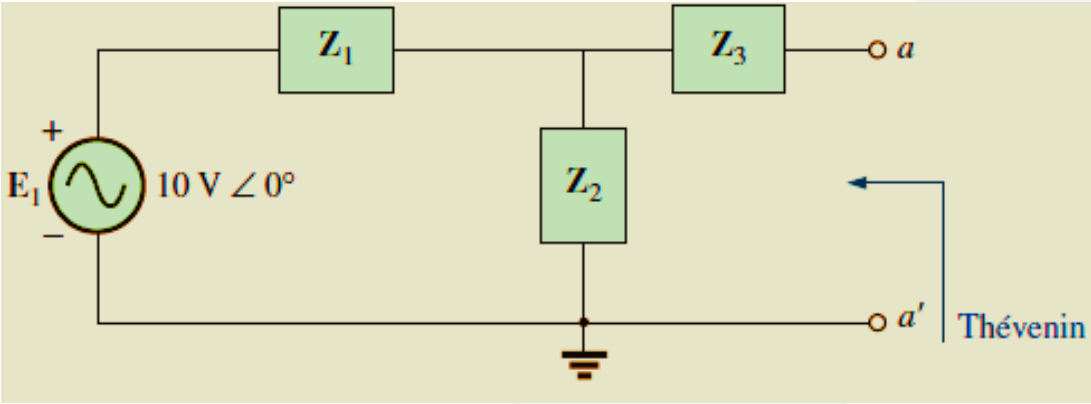
$$E_{Th} = \frac{Z_2 E}{Z_1 + Z_2} \qquad \text{(voltage divider rule)}$$
$$= \frac{(-j\,2\,\Omega)(10\text{ V})}{j\,8\,\Omega - j\,2\,\Omega} = \frac{-j\,20\text{ V}}{j\,6} = 3.33\text{ V}\angle -180^\circ$$

إعادة ربط المقاومة مع دارة ثيفنن



مثال (١٠)

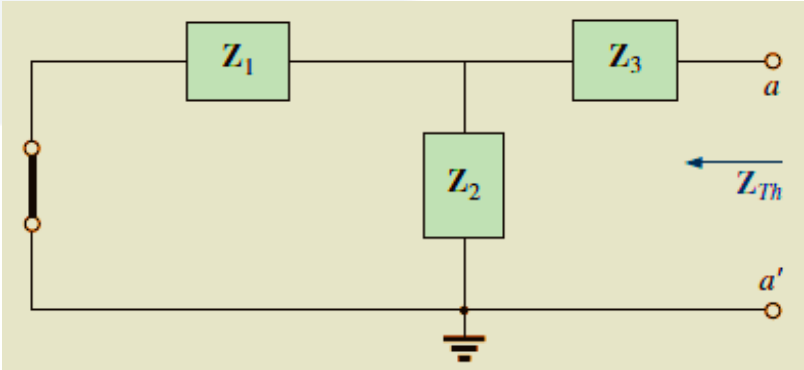




جد دارة ثيفنن المكافئة بين النقطتين a, a′ من أجل الدارة المبينة في الشكل.

بإعادة رسم الدارة باستخدام صناديق الممانعة، وحساب ممانعة كل صندوق، وإزالة المقاومة R واستبدالها بدارة مفتوحة.

$$Z_1 = R_1 + jX_{L_1} = 6\ \Omega + j\,8\ \Omega$$
$$Z_2 = R_2 - jX_C = 3\ \Omega - j\,4\ \Omega$$
$$Z_3 = +jX_{L_2} = j\,5\ \Omega$$



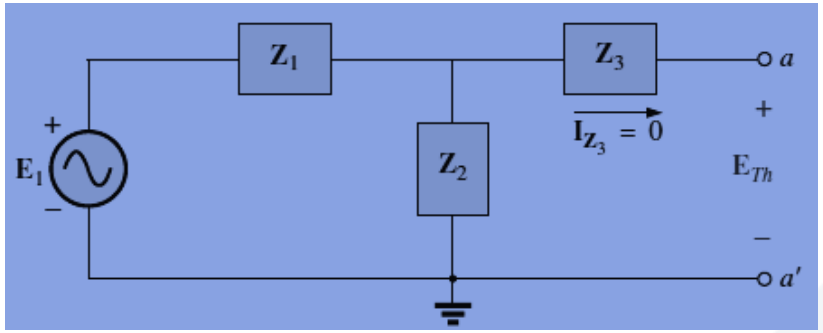
حساب ممانعة ثيفنن:

$$Z_{Th} = Z_3 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = j5\,\Omega + \frac{(10\,\Omega\angle 53.13^\circ)(5\,\Omega\angle -53.13^\circ)}{(6\,\Omega + j8\,\Omega) + (3\,\Omega - j4\,\Omega)}$$

$$= j5 + \frac{50\angle 0^\circ}{9 + j4} = j5 + \frac{50\angle 0^\circ}{9.85\angle 23.96^\circ}$$

$$= j5 + 5.08\angle -23.96^\circ = j5 + 4.64 - j2.06$$

$$Z_{Th} = \mathbf{4.64\,\Omega + j\,2.94\,\Omega = 5.49\,\Omega\angle 32.36^\circ}$$

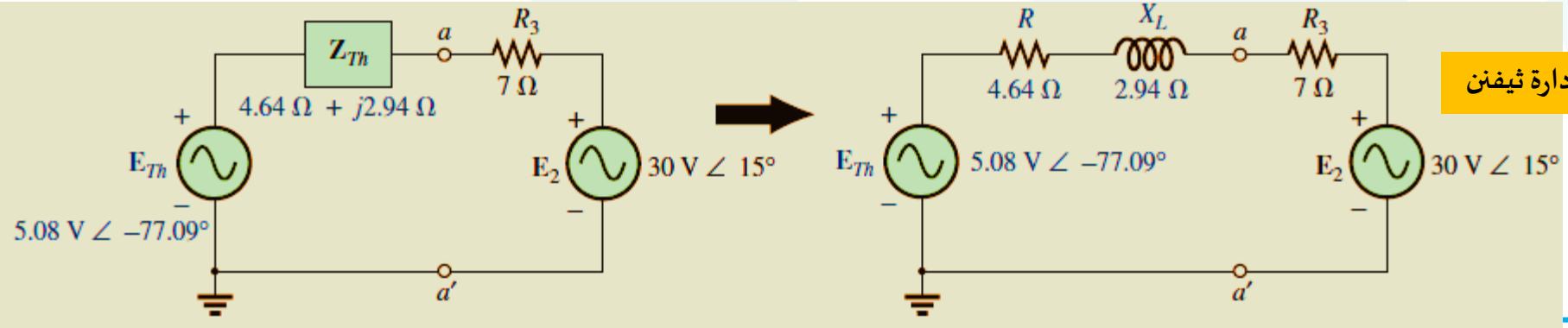


حساب جهد ثيفنن:

$$E_{Th} = \frac{Z_2 E}{Z_2 + Z_1} \quad \text{(voltage divider rule)}$$

$$= \frac{(5\,\Omega\angle -53.13^\circ)(10\text{ V}\angle 0^\circ)}{9.85\,\Omega\angle 23.96^\circ}$$

$$E_{Th} = \frac{50\text{ V}\angle -53.13^\circ}{9.85\angle 23.96^\circ} = \mathbf{5.08\text{ V}\angle -77.09^\circ}$$



إعادة ربط الجزء المُزال مع دارة ثيفنن