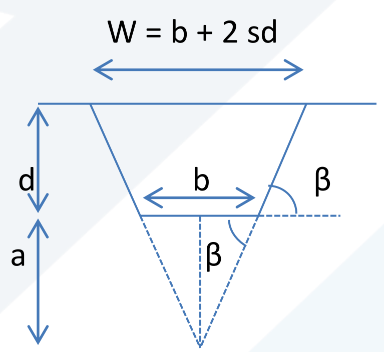
3-4-3-1 حساب مساحات المقاطع العرضية:

تختلف قواعد مساحات المقاطع باختلاف انتظام سوية الأرض الطبيعية في الخط العرضي لمحور الحفر وأكثر هذه القواعد تطبيقاً هي القواعد التالية :

آ – قاعدة شبه المنحرف ذي القاعدة المستوية:

تطبق هذه القاعدة عندما يكون الخط العرضي أفقياً أو شبه أفقياً كما تطبق عندما يكون حساب الكميات محسوباً من المقطع الطولي.



$$s = cotg\ \beta = \frac{\text{مسقط أفقي}}{\text{مسقط شاقولي}}$$

b: عرض القاعدة السفلية

s: ميل الجانبين

d: الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}\, w\,.\,(\,a + b\,) - \frac{1}{2}\, a\,.\,b$$

معطى معنا $S = \cot\beta$

$$Tg\,\beta = \frac{a}{b/2} \rightarrow a = \frac{b}{2} . \operatorname{tg}\beta$$

$$\boxed{a = \frac{b}{2s}}$$

$$tg\,\beta = \frac{d}{k} \quad \rightarrow \quad k = \frac{d}{\operatorname{tg}\beta} = s.d$$

$$w = b + 2\,s\,.\,d$$

$$A = \frac{1}{2}\ (b + 2s.d)(a + d) - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

$$A = (a + d)^2\,.\,s - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

بمعرفة b , s , d نجد المساحة وهذه المعطيات معلومة في معظم مشروعات الطرق والسكك .

$$A = \frac{(b+2s.d)(d+a)}{2} - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

$$A = \frac{(2\,s.a+2\,s.d)(d+a)}{2} - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

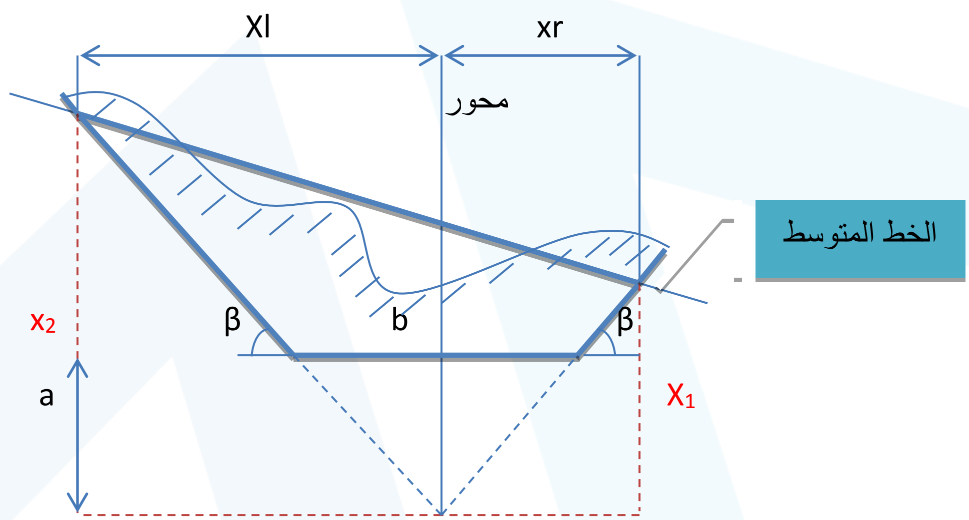
$$A = \frac{2\,s\,(a+d)(a+d)}{2} - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

$$A = (a + d)^2\,.\,s - \frac{1}{2}\ a\,.\,b$$

ب – قاعدة المقطع المكافئ :

تطبق هذه القاعدة في حساب مساحات المقاطع عندما تكون الأرض العرضية **شديدة التعرجات** إلا أن هذه القاعدة ذات دقة ضئيلة ولذا ينحصر تطبيقها في الأعمال الصغيرة .

يرسم المقطع في هذه الطريقة بالمقياس على ورق ميلمتري بعد تسجيل الارتفاعات في الطبيعة لعدد كاف من النقاط المتوسطة الشكل ثم يرسم خط عرضي يسمى بالخط المتوسط يختار منحاه اختياراً تقديرياً ليجعل مساحة المقطع المحدد به مكافئة لمساحة المقطع الفعلي ثم يقاس xl و xr وعندئذ يمكن الحصول على صيغة تعطي مساحة المقطع غير متضمنة للعمق.



$$a = \frac{b}{2s}s = cotg\,\beta$$

$$tg\,\beta = \frac{x_1}{x_r} \quad و \quad tg\,\beta = \frac{x_2}{x_l}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{x_1}{x_r}$$

$$x_1 = \frac{x_r}{s} \qquad\qquad x_2 = \frac{x_l}{s}$$

$$A = \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2)\,.\,(x_r + x_l) - \frac{1}{2}\,x_1\,.x_r - \frac{1}{2}\,x_2\,.x_l - \frac{1}{2}\,a\,.b$$

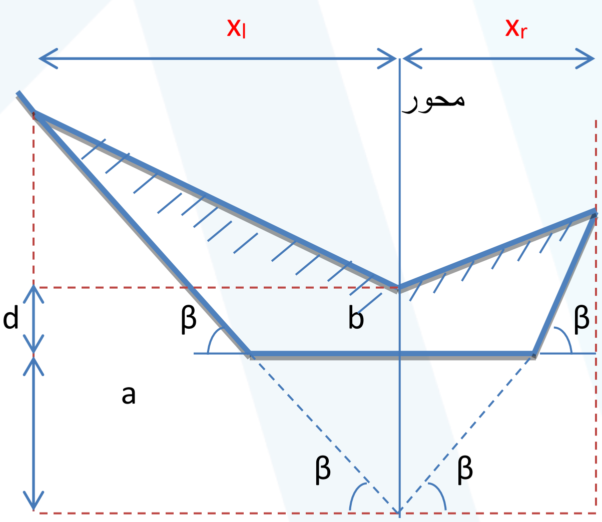
$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{x_r}{s} + \frac{x_l}{s}\right).\,(x_r + x_l) - \frac{x_r\,.x_r}{2s} - \frac{x_l\,.x_l}{2s} - \frac{1}{2}\,a\,.b$$

$$A = \frac{1}{2s}\,(x_r + x_l)^2 - \frac{1}{2s}\,({x_r}^2 + {x_l}^2) - \frac{1}{2}\,a\,.b$$

$$A = \frac{x_r\,.x_l}{s} - \frac{1}{2}\,a\,.b$$

حـ – قاعدة المقطع ذو السويات الثلاث :

تفترض هذه الطريقة أن سوية الأرض تتغير خطياً بين الجانبين ومحور الحفرة لذا يكتفي بتسجيل سوية الأرض عند المحور فقط فنختصر بذلك الأعمال في الطبيعة مما يجعل هذه الطريقة شائعة جداً وخاصة عند حساب الحجوم كما سنرى لاحقاً.



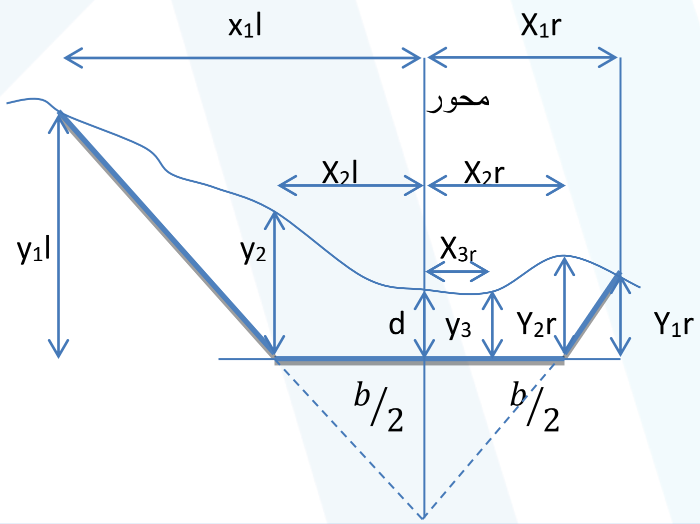
$$A = \frac{1}{2}\,(a+d)\,.\;x_l + \frac{1}{2}\,(\,a+d\,)\,x_r\; - \frac{1}{2}\;a\,.\,b$$

$$A = \frac{1}{2}\,(a+\;d)\,(\,x_l +\;x_r)\; - \frac{1}{2}\;a\,.\,b$$

$$A = \frac{1}{2}\,(a+d)\,w\; - \frac{1}{2}\;a\,.\,b$$

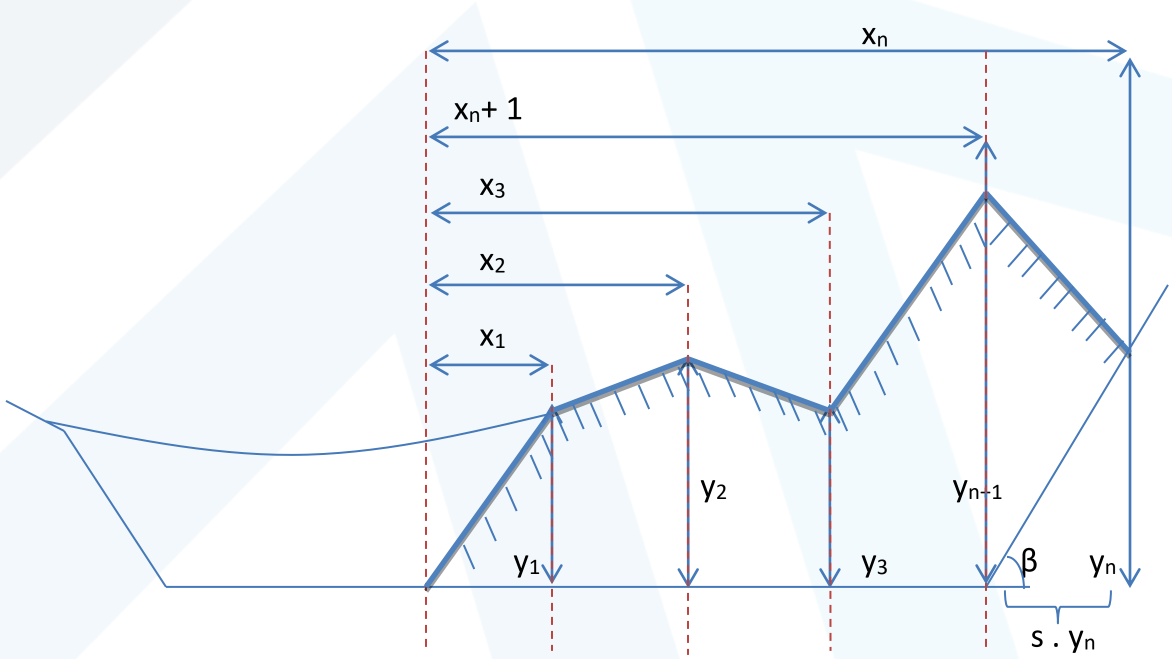
د- قاعدة المقطع غير المنتظم :

إن هذه القاعدة أكثر دقة من القاعدة السابقة ولكنها أكثر تعقيداً وهي تعتمد على تسجيل سوية الأرض على المحور وتسجيلها في كل نقطة أخرى واقعة على الخط العرضي ويشاهد فيها تغير مفاجئ في السوية وعندئذ تحسب مساحة المقطع بمجموع مساحات أشباه المنحرف المتشكلة في المقاطع ثم نطرح منه مساحتا المثلثين الجانبين .



$$A = \left\{ \left(\frac{y_1 l + y_2 l}{2} \right) \times (x_1 l - x_2 l) \right\} + \left\{ \left(\frac{y_2 l + d}{2} \right) \times x_2 l \right\} + \left\{ \frac{y_1 r + y_2 r}{2} \times (x_1 r - x_2 r) \right\} + \left\{ \frac{y_2 r + y_3 r}{2} \times (x_2 r - x_3 r) \right\} + \left\{ \frac{d + y_3 r}{2} \times x_3 r \right\} - \frac{(x_1 l - {}^{b}/_{2}) \times y_1 l}{2} - \frac{1}{2} \left(x_1 r - \frac{b}{2} \right) . y_1 r$$

ه- حساب المقاطع في الحفر الموسعة :



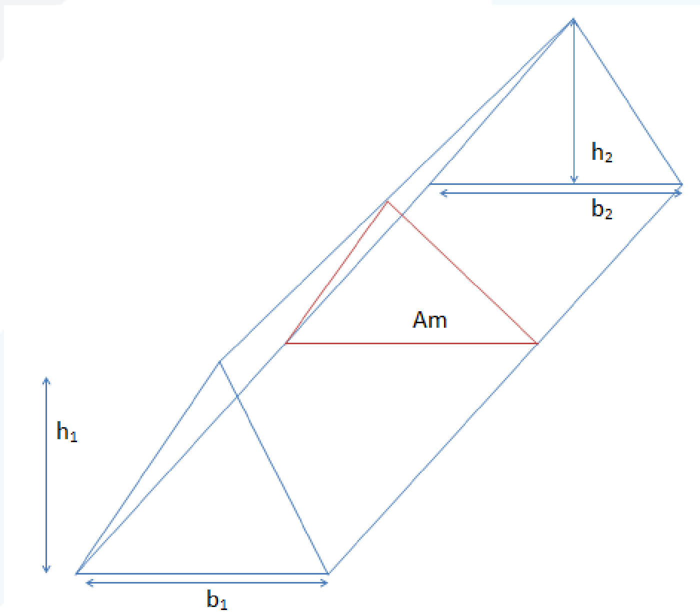
$$tg\,\beta = \frac{y}{x} \;\rightarrow\; s = \cot\beta = \frac{x}{y} \;\rightarrow\; x = y\,.\,s$$

تؤخذ مجموع مساحات أشباه المنحرف المتشكلة في النقاط التي سجلت ارتفاعاتها ثم طرح مساحتي المثلثين الجانبيين.

$$A = \frac{1}{2}\left[x_1 . y_1 + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_3 + y_2)(x_3 - x_2) + \cdots (y_n + y_{n-1})(x_n - x_{n-1}) \right] - \frac{1}{2}\, s . y_n^2$$

3-4-3-2 حساب الحجوم

بعد حساب سطوح المقاطع تحسب الحجوم دائماً استناداً إلى ما يسمى بقاعدة شبه الموشور الثلاثي؛ وهو الشكل الهندسي المحصور بين قاعدتين مثلثيتين مستويتين وثلاثة سطوح مستوية.



إن حجم المجسم الموشوري الثلاثي رياضياً:

$$V = \frac{l}{6}\left[\frac{1}{2}\, b_1\, h_1 + 4\left(\frac{1}{2}\, \frac{b_1 + b_2}{2} \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) \right) + \frac{1}{2}\, b_2\, h_2 \right]$$

$$V = \frac{l}{6}\,(A_1 + 4\,A_m + A_2) \qquad (1)$$

باعتبار A_1 , A_2 مساحتي المقطع الأول والثاني

A_m مساحة المقطع المتوسط

إن تطبيق العلاقة السابقة يتطلب معرفة مساحة المقطع المتوسط بين كل مقطعين (وهو غير معلوم) لذلك نطبق إحدى الطريقتين التاليتين :

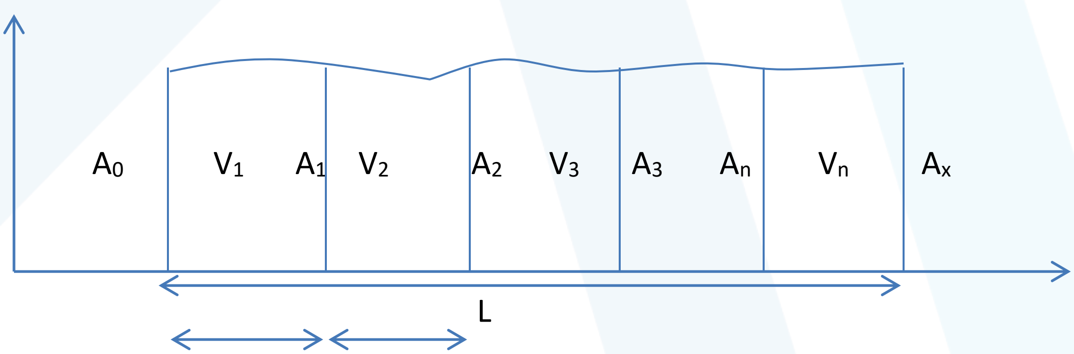
<u>الطريقة الأولى</u> : تفترض هذه الطريقة أن المقطع المتوسط هو الوسط الحسابي للمقطعين الأول والثاني:

$$A_m = \frac{A_1 + A_2}{2} \;\rightarrow\; V = \frac{D}{6}\left(A_1 + 4\,\frac{A_1 + A_2}{2} + A_2\right)$$

$$V = \frac{D}{6}\,(3\,A_1 + A_2) \qquad (2)$$

$$\boxed{V = \frac{D}{2}\,[A_1 + A_2]}$$

وبفرض لدينا $n + 1$ مقطع أولها A_0 وآخرها A_n (يحصران n مجسم) وأن البعدين للمقاطع $D = \frac{l}{n}$:



D D

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$$

$$V = \frac{D}{2}\,[\,A_0 + A_1\,] + \frac{D}{2}\,[\,A_1 + A_2\,] + \frac{D}{2}\,[\,A_{n-1} + A_n\,]$$

$$V = \frac{D}{2}\,[\,A_0 + 2\,A_1 + 2\,A_2 + \dots + 2\,A_{n-1} + 2\,A_n$$

$$\boxed{V = \frac{D}{2}\,[\,A_0 + 2\,\textstyle\sum_{i=1}^{n-1} A_i + A_n] \qquad (3)}$$

والحجم الناشئ من هذه الطريقة هو حجم تقريبي **والحجم الحقيقي هو دائماً أصغر منه** وينشأ هذا الفرق بين الحجمين للأسباب التالية:

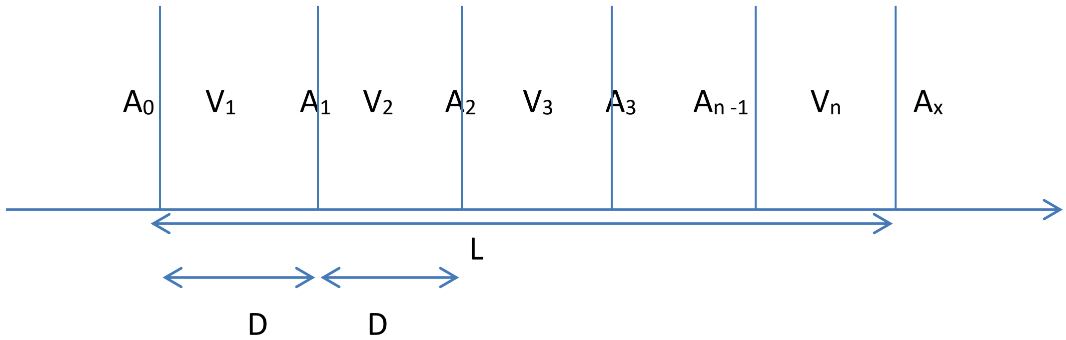
1. أن المجسم الترابي الواقع بين مقطعين ليس دائماً مؤلفاً من مجموعة من أشباه المواشير الثلاثية ولا يكون هذا صحيحاً إلا إذا كان عدد النقاط العرضية في كل المقاطع متساوياً .

2. إن سطح القاعدة الوسطي (المقطع المتوسط) لشبه الموشور الثلاثي ليس مساوياً للوسط الحسابي لسطح القاعدتين (المقطع الأول والثاني).

<u>الطريقة الثانية:</u>

طريقة شبه المنحرف **(لا تستعمل هذه الطريقة إلا عندما يكون x عدد زوجياً)**

إذا طبقنا العلاقة (1) على $x + 1$ مقطعاً متتالياً أولها A_0 وآخرها A_x واعتبرنا أن كل مقطع ذي رقم فردي هو المقطع المتوسط للمقطع الذي سبقه والمقطع الذي يليه ، كان البعد بين مقطعين متتالين 2D : $D = \frac{l}{x}$



$$V_1 + V_2 = \frac{D}{3}\left[A_0 + 4\,A_1 + A_2 \right]$$

$$V_3 + V_4 = \frac{D}{3}\left[A_2 + 4\,A_3 + A_4 \right]$$

$$V_{n-1} + V_n = \frac{D}{3}\left[A_{n-2} + 4\,A_{n-1} + A_n \right]$$

$$\boxed{V = \frac{D}{3}\left[A_0 + 2\sum A_1'' + 4\sum A_1' + A_n \right]} \qquad (4)$$

A_1'' : المقطع ذو الرقم الزوجي.

A_1' : المقطع ذو الرقم الفردي.

ملاحظة : في حال n فردي يترك المقطع الأخير ويحسب الحجم الباقي من العلاقة (4) ثم يحسب حجم المقطع من العلاقة (2) ويُضاف إلى الحجم الأول.

3-4-4 قياس الكميات الترابية في الحفر الطويل:

تندرج تحت هذه الأعمال حفريات الطرق والمطارات والسكك الحديدية والأقنية وخطوط الأنابيب المختلفة وخطوط الكهرباء و الهاتف وغيرها.

- ✓ يتم قياس الكميات الترابية من خلال رسم مقطع طولي للأرض بمستوٍ شاقولي مار من محور الحفر وتسجل عليه الارتفاعات في نقاط واقعة على بعد ثابت.
- ✓ ثم تحسب مساحة المقطع الطولي بإحدى الطرق المبينة أدناه.
- ✓ ثم يحسب الحجم.

3-4-4-1 حساب مساحات المقاطع الطولية:

فيما يلي الطرائق العامة المتبعة في حساب السطوح المستوية والتي يمكن تطبيقها لحساب مساحة أي سطح محدود بثلاث مستقيمات ومنحن.