مقرر التحليل العددي

د. يمار الحموي

م.اية خيربك

م. ندى جنيدي

العملي

الفصل الثاني 2022-2023

الجلسة العملية الرابعة

عنوان الجلسة: رسم سلاسل تايلور

الغاية من الجلسة :

- رسم سلسلة تايلور للتابع الاسي و تابع الsin و تابع الcos باستخدام مكتبة matplotlib.pyplot في بايثون و لعدد مختلف من حدود السلسلة.

التمرين الأول:

استخدم matplotlib.pyplot في بايثون:

1- لرسم التابع الاسي e^x الممثل بسلسلة تايلور و الذي تم تحقيقه باستخدام حلقة for من أجل الترتيب الأول(n=0) و الثاني(n=1) و الثالث(n=2) و الرابع(n=3).

2- لرسم التابع الاسي e^x الفعلي و الذي تم تحقيقه باستخدام تابع exp الفعلي من مكتبة الـ math .

ملاحظة:

تذكر أن سلسلة تايلور للتابع الأسي تعطى بالشكل التالي:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

الترتيب الأول

$$e^x = 1$$

الترتيب الثاني

(n=1)

$$e^x = 1 + x$$

الترتيب الثالث

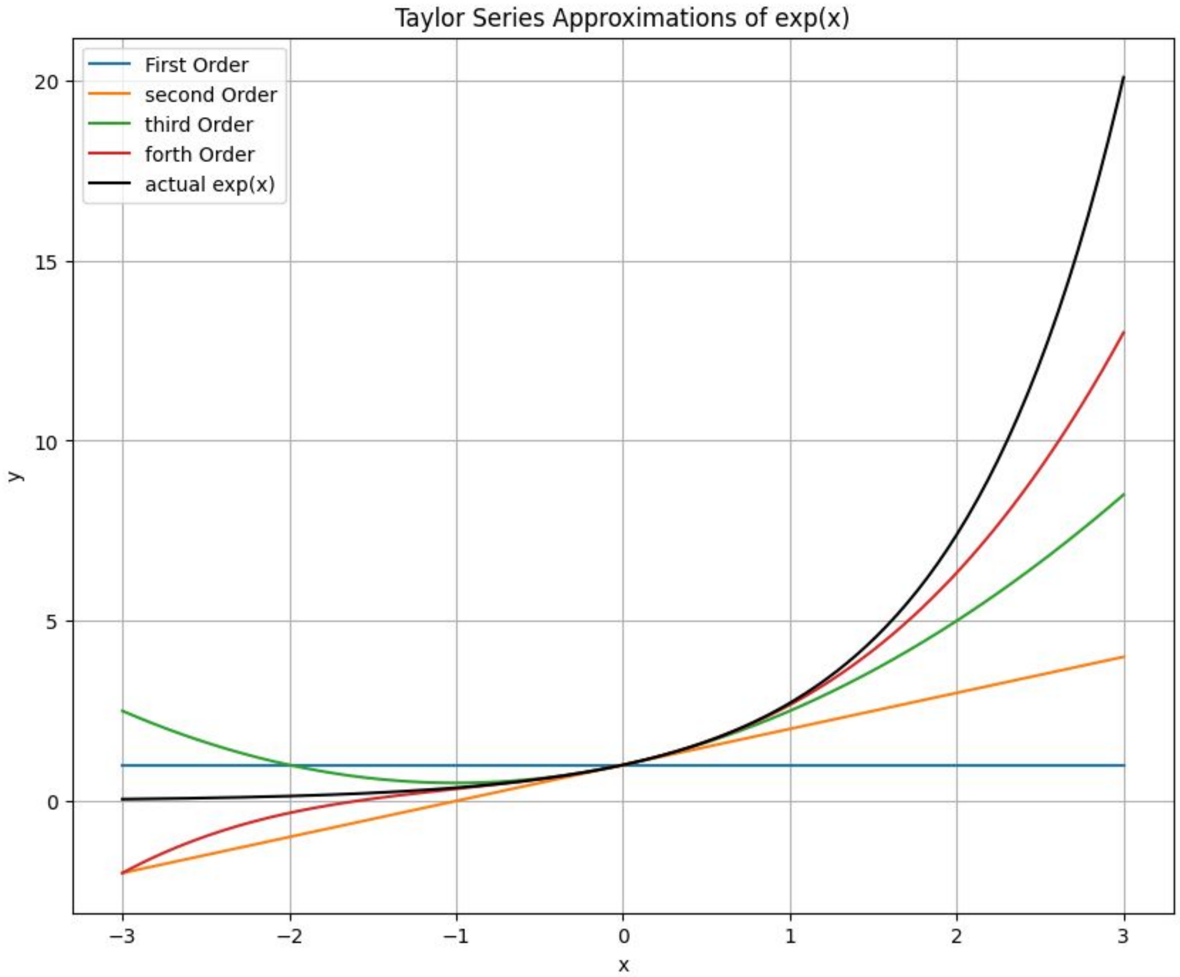
(n=2)

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

num= np.linspace(-3, +3, 200)
e_to_num = np.zeros(len(num))


labels = ['First Order', 'second Order', 'third Order', 'forth Order']
plt.figure(figsize = (10,8))


for i,label in zip(range(4),labels):
    e_to_num =  e_to_num  + (num**i) / math.factorial(i)
    #print(e_to_num)
    plt.plot(num, e_to_num, label=label)
    #Matplotlib will color each line  by default
```

```python
plt.plot(num, np.exp(num), 'k', label = 'actual exp(x)')
plt.grid()
plt.title('Taylor Series Approximations of exp(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.show()
```

Output:



Taylor Series Approximations of exp(x)
First Order
second Order
third Order
forth Order
actual exp(x)
20
15
10
5
0
y
−3
−2
−1
0
1
2
3
x

التمرين الثاني :

استخدم `matplotlib.pyplot` في بايثون:

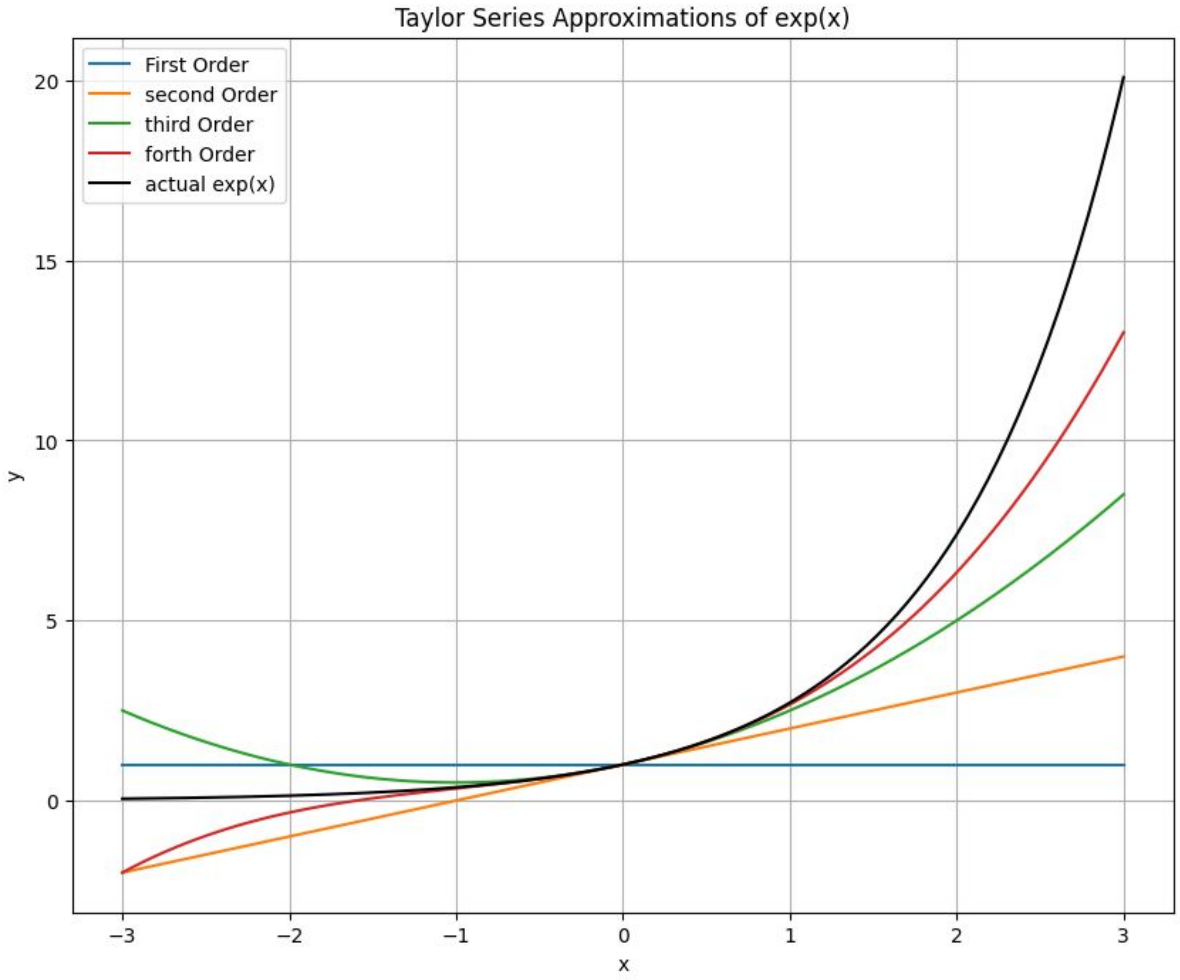
1- لرسم التابع الاسي e^x الممثل بسلسلة تايلور و الذي تم تحقيقه باستخدام تابع من أجل الترتيب الأول(n=0) و الثاني(n=1) و الثالث(n=2) و الرابع(n=3).

2- لرسم التابع الاسي e^x الفعلي و الذي تم تحقيقه باستخدام تابع exp الفعلي من مكتبة الـ math .

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

def Tylor_Series_Function_with_return(num,range_limit):
     exp_num=np.zeros(len(num))
     for j in range(range_limit):
       exp_num = exp_num + num**j/math.factorial(j)
     return (exp_num)

num= np.linspace(-3, +3, 200)
labels = ['First Order', 'second Order', 'third Order', 'forth Order']
plt.figure(figsize = (10,8))

for i,label in zip(range(4),labels):
     exp_num_1 = Tylor_Series_Function_with_return(num,i)
     plt.plot(num, exp_num_1, label=label)
#Matplotlib will color each line  by default
```

```python
plt.plot(num, np.exp(num), 'k', label = 'actual
exp(x)')
plt.grid()
plt.title('Taylor Series Approximations of exp(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.show()
```

Output:



Taylor Series Approximations of exp(x)
First Order
second Order
third Order
forth Order
actual exp(x)
20
15
10
5
0
y
−3
−2
−1
0
1
2
3
x

التمرين الثالث:

استخدم `matplotlib.pyplot` في بايثون:

1- لرسم التابع المثلثي sin(x) الممثل بسلسلة تايلور و الذي تم تحقيقه باستخدام حلقة for, من أجل الترتيب الأول(n=0) و الثالث(n=1) و الخامس(n=2) و السابع (n=3).

2- لرسم التابع المثلثي الفعلي و الذي تم تحقيقه باستخدام تابع sin الفعلي من مكتبة الـ np.

جـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

تذكر أن سلسلة تايلور لتابع الـ sin تعطى كما يلي:

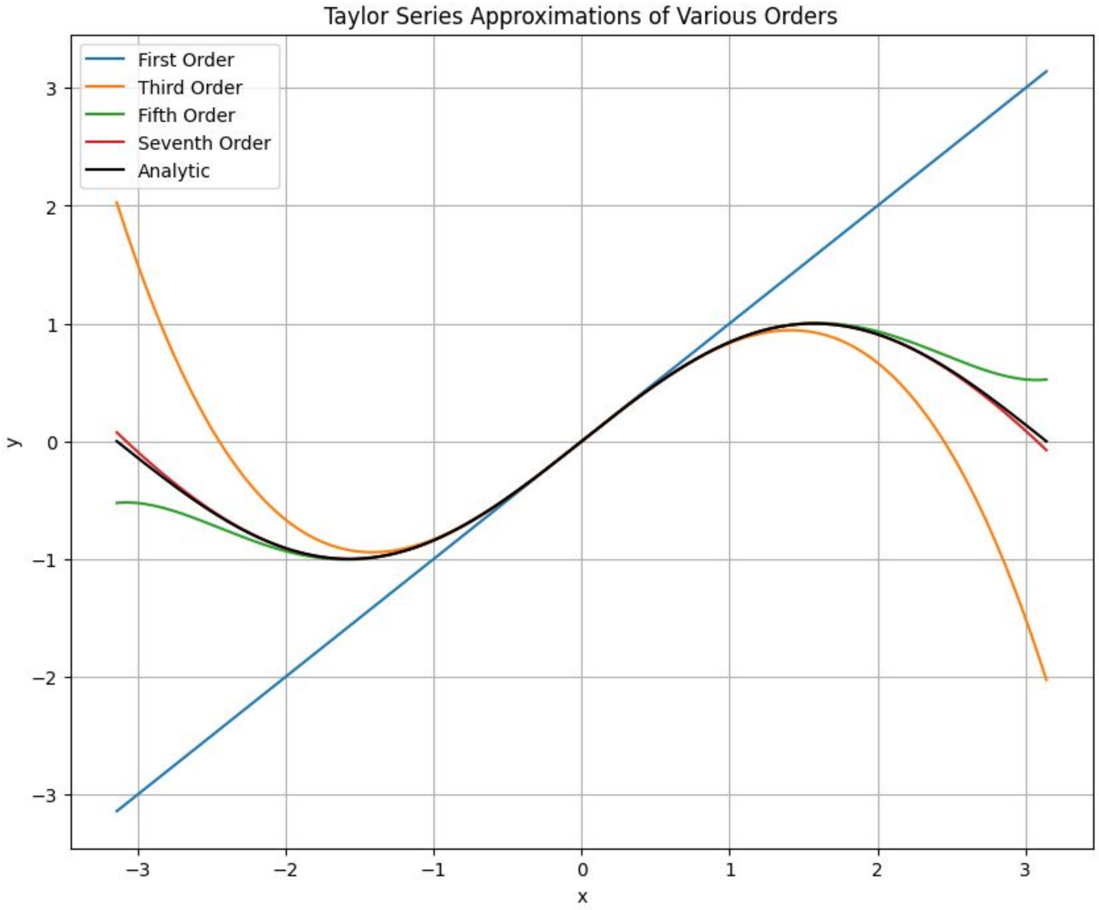
$$\sin(x) \approx \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x)^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\approx 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \cdots.$$

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x = np.linspace(-np.pi, np.pi,  200)#الذي يمثل x مجال تغير المتحول
الزاوية مأخوذ بالراديان
y = np.zeros(len(x))

labels = ['First Order', 'Third Order', 'Fifth Order', 
'Seventh Order']

plt.figure(figsize = (10,8))
for n, label in zip(range(4), labels):
    y = y + ((-1)**n * (x)**(2*n+1)) / 
math.factorial(2*n+1)
    plt.plot(x,y, label = label)

plt.plot(x, np.sin(x), 'k', label = 'Analytic')
```

```python
plt.grid()
plt.title('Taylor Series 
Approximations of 
Various Orders')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.show()
```

Output:



Taylor Series Approximations of Various Orders
First Order
Third Order
Fifth Order
Seventh Order
Analytic
y
x
3
2
1
0
−1
−2
−3

التمرين الرابع :

استخدم `matplotlib.pyplot` في بايثون:

1- لرسم التابع المثلثي cos(x) الممثل بسلسلة تايلور و الذي تم تحقيقه باستخدام حلقة for , من أجل الترتيب الأول(n=0) و الثاني (n=1) و الرابع (n=2) و السادس(n=3).

2- لرسم التابع المثلثي الفعلي و الذي تم تحقيقه باستخدام تابع cos الفعلي من مكتبة الـ np .

تذكر أن سلسلة تايلور لتابع الـ cos تعطى كما يلي:

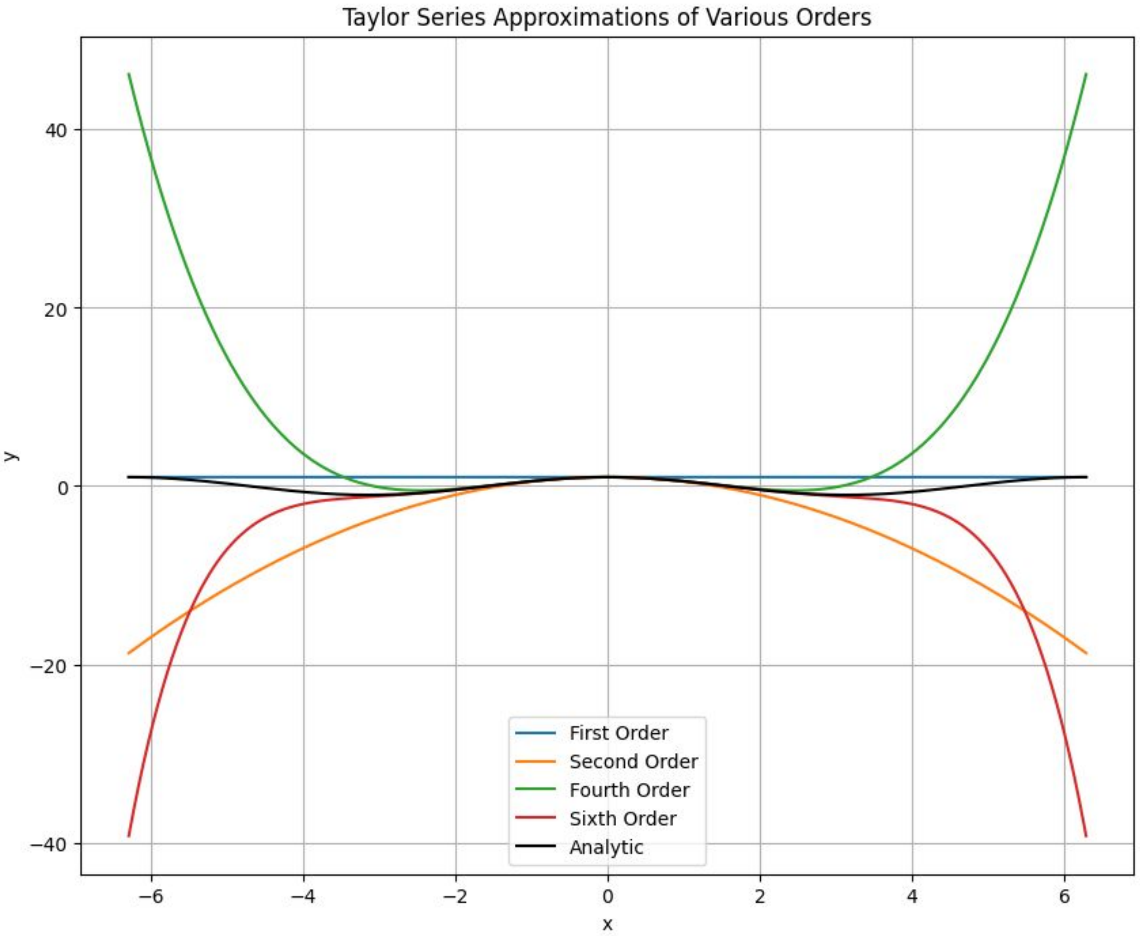
$$\cos(x) \approx \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x)^{2n}}{(2n)!}$$

$$\approx 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \cdots.$$

```python
x = np.linspace(-2*np.pi, 2*np.pi, 20000)
y = np.zeros(len(x))

labels = ['First Order', 'Second Order', 'Fourth Order', 'Sixth Order']
plt.figure(figsize = (10,8))

for n, label in zip(range(4), labels):
    y = y + ((-1)**n * (x)**(2*n)) / np.math.factorial(2*n)
    plt.plot(x,y, label = label)
plt.plot(x, np.cos(x), 'k', label = 'Analytic')

plt.grid()
plt.title('Taylor Series Approximations of Various Orders' )
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.show()
```

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

Output:


Taylor Series Approximations of Various Orders
40
20
0
−20
−40
y
−6
−4
−2
0
2
4
6
x
First Order
Second Order
Fourth Order
Sixth Order
Analytic