

الجلسة العلمية السادسة

عنوان الجلسة: ايجاد جذور التوابع -القسم الثاني

الغاية من الجلسة :

متابعة دراسة خوارزميات ايجاد جذور التوابع بالطرق
العددية و تحويلها الى أكواد برمجية بلغة البايثون

Fixed Point Algorithm

3- خوارزمية النقطة الثابته

• طريقة النقطة الثابته : تختلف هذه الطريقة عن الطرق السابقة بأنها تبدأ من الدالة $f(x)=0$ للحصول على الشكل

$x(i+1) = g(x(i))$ ثم نستخدم هذه المعادلة بالحصول على الدستور التكراري $x=g(x)$ لإيجاد

المتالية x_0, x_1, x_2, \dots انطلاقاً من التقرير الابتدائي لها

الخوارزمية:



إذا كانت الدالة لدينا الدالة $f(x) = 0$ قابلة لكتابه بالشكل: $x=g(x)$

1- نعرف مدخلات الخوارزمية: x_0 النقطة الابتدائية، tol سماحية الخطأ، التابع $(x)f(x)$ عدد مرات التكرار ، قيمة ابتدائية لعدد حلقة التكرار.

2- نكرر تنفيذ الخطوات التالية:

$$x_1 = g(x_0)$$

2-2 إذا كانت قيمة $|x_1 - x_0| < tol$ فإن x_1 جذر للدالة $f(x)$ وحل لها و بالتالي نطبع قيمة الجذر و نوقف الحلقة.

2-3 نضع $x_1 = x_0$ و نزيد عداد الحلقة

3- نطبع العبارة لا يوجد حل.

التمرين الأول:

بما أن الخوارزمية هي خوارزمية تكرارية يمكن حل التمرين باستخدام الحلقات او باستخدام التابع التوابع العودية او باستخدام التابع بداخله حلقة



لا حظ أن نص التمرين يطلب الحل بالحلقات

في بaitون :

1- استخدم الحلقات لايجاد الجذر التقريري التابع معطى $f(x)=x-e^{\wedge}(-x)=0$ مستخدما خوارزمية نقطة الثابت.

من أجل نقطة البداية , $x_0=0$, ومن أجل 10 تكرارات , بدقة $tol=1E-6$, اطبع على الشاشة قيمة الجذر و قيمة التابع f عند هذا الجذر اذا وجد , او اطبع العبارة لا يوجد حل عند عدم وجود حل.

2- اخرج نتائجك في جدول.

الأدوات اللازمة لحل التمارين:

- 1- أدوات الشرط في python (تعرفنا إليه سابقا)
- 3- استخدام Lambda لتعريف التابع المطلوب دراسته .(تعرفنا إليه سابقا)
- 4- استخدام حلقة while
- 5- استخدام مكتبة tabulate

استخدام while في :python



الأدوات اللازمة لحل التمارين:

Python while Loop

```
while condition:  
    # body of while loop
```

تبقي الحلقة في حالة التنفيذ طالما
أن الشرط يأخذ القيمة True

Python While loop with else

```
while condition:  
    # body of while loop  
else:  
    # body of else
```

في Python ، قد تحتوي حلقة while على كتلة else اختيارية.
هنا ، يتم تنفيذ الجزء الآخر بعد تقييم حالة الحلقة إلى False.
ملاحظة: لن يتم تنفيذ كتلة else إذا تم إنهاء حلقة while
بواسطة تعليمية break

استخدام while في python :



الأدوات اللازمة لحل التمارين:

Python break and continue

```
while condition:  
    # code  
    if condition:  
        break  
  
    # code
```

```
→ while condition:  
    # code  
    if condition:  
        continue  
  
    # code
```

استخدام :python في tabulate

وحدة الجدولة لإنشاء جداول في بايثون



الأدوات اللازمة لحل التمارين:

```
from tabulate import tabulate # استيراد وحدة الجدولة

print(tabulate(all_data, headers='firstrow', tablefmt='grid'))
```

قائمة تمثل اسطر الجدول كل عنصر في هذه القائمة هو قائمة

ترويسة الجدول

شكل الجدول

الكود البرمجي المتعلق بالحل

باستخدام الحلقة:



جامعة
القديسية

```
while i<=n:  
    x1=math.exp(-x0)  
    if np.abs(x1-x0)<tol:  
        print("x1=",x1)  
        k=f(x1)  
        print(k)  
        break  
    epsilon=np.abs((x1-x0)/x1)*100  
    mydata.append([i,x1,f(x1),epsilon])  
    x0=x1  
    i=i+1  
else :  
    print("There Is No Solution")  
print(tabulate(mydata, headers=header,  
tablefmt="grid"))
```

```
import numpy as np  
import math  
from tabulate import tabulate  
  
tol=1E-6  
x0=0  
i=1  
n=10  
f=lambda x:x-math.exp(-x)  
header=["i","xi","f(xi)","|eps  
ilon|,%"]  
#  
epsilon=np.abs((x1-x0)/x1)*100  
mydata=[[0,0,f(0),]]
```

اول عنصر في القائمة
او اول سطر في الجدول

تزويد الجدول

OUTPUT

There Is No Solution

i	xi	f(xi)	epsilon , %
0	0	-1	
1	1	0.632121	100
2	0.367879	-0.324321	171.828
3	0.692201	0.191727	46.8536
4	0.500474	-0.10577	38.3091
5	0.606244	0.0608477	17.4468
6	0.545396	-0.0342165	11.1566
7	0.579612	0.0194969	5.90335
8	0.560115	-0.0110277	3.48087
9	0.571143	0.00626377	1.9308
10	0.564879	-0.00354938	1.10887



التمرين الثاني



بما أن الخوارزمية هي خوارزمية تكرارية يمكن حل التمرين باستخدام الحلقات او باستخدام التوابع العودية او باستخدام تابع بداخله حلقة

لا حظ أن نص التمرين يطلب الحل بشكل تابع

استخدم بايثون:

1- لكتابه تابع لايجاد الجذر التقريري لتابع معطى $f(x)=x-e^{-x}=0$ مستخدما خوارزمية النقطة الثابتة

من أجل نقطة البداية $x_0=0$, ومن أجل 10 تكرارات , بدقة $tol=1E-6$, اطبع على الشاشة قيمة الجذر و قيمة التابع f عند هذا الجذر اذا وجد , او اطبع العبارة لا يوجد حل عند عدم وجود حل.

2- اخرج نتائجك في جدول

الأدوات اللازمة لحل التمارين:

- 1-كتابة تابع. (تعرفنا إليه سابقا)
- 2-أدوات الشرط في python (تعرفنا إليه سابقا)
- 3-استخدام Lambda لتعريف التابع المطلوب دراسته .(تعرفنا إليه سابقا)
- 4-استخدام حلقة while
- 5- استخدام مكتبة tabulate

```

import numpy as np
import math
from tabulate import tabulate
def My_FxixedPoint (x0,tol,f,n):
    i=1
    while i<=n:
        x1=math.exp(-x0)
        if np.abs(x1-x0)<tol:
            print ("x1=",x1)
            k=f(x1)
            print (k)
            break
        epsilon=np. abs ((x1-x0)/x1)* 100
        mydata.append([i,x1,f(x1),epsilon])
        x0=x1
        i=i+1
    else :
        print ("There Is No Solution")

```



ال코드 البرمجي المتعلق بالحل باستخدام التابع:

هذا استخدمنا تابع بداخله حلقة

```

tol=1E-6
x0=0
n=10
f=lambda x:x-math.exp(-x)
header=[ "i","xi","f(xi)", "|epsilon|, %" ] #
epsilon=np.abs ((x1-x0)/x1)*100
mydata=[[ 0,0,f(0),      ]]
My_FxixedPoint(x0,tol,f,n)
print(tabulate(mydata, headers=header,
tablefmt="grid"))

```

OUTPUT

There Is No Solution

i	xi	f(xi)	epsilon , %
0	0	-1	
1	1	0.632121	100
2	0.367879	-0.324321	171.828
3	0.692201	0.191727	46.8536
4	0.500474	-0.10577	38.3091
5	0.606244	0.0608477	17.4468
6	0.545396	-0.0342165	11.1566
7	0.579612	0.0194969	5.90335
8	0.560115	-0.0110277	3.48087
9	0.571143	0.00626377	1.9308
10	0.564879	-0.00354938	1.10887



Secant Algorithm

٤- خوارزمية القاطع أو لاغرانج

طريقة القاطع هي طريقة مفتوحة وتبداً بتخمينين أوليين لإيجاد الجذر الحقيقي للمعادلات غير الخطية.

في طريقة secant إذا كانت x_0 و x_1 عبارة عن تخمينات أولية ، فسيتم الحصول على الجذر التقريري التالي x_2 بالصيغة التالية:

$$x_2 = x_1 - (x_1 - x_0) * f(x_1) / (f(x_1) - f(x_0))$$

وتتضمن خوارزمية طريقة Secant تكرار العملية المذكورة أعلاه ، أي نستخدم x_1 و x_2 لإيجاد x_3 وما إلى ذلك حتى نجد الجذر ضمن الدقة المطلوبة.

الخوارزمية:



1. Start
2. Define function as $f(x)$
3. Input initial guesses (x_0 and x_1), tolerable error (ϵ) and maximum iteration (N)
4. Initialize iteration counter $i = 1$
5. If $f(x_0) = f(x_1)$ then print "Mathematical Error" and goto (11) otherwise goto (6)
6. Calculate $x_2 = x_1 - (x_1-x_0) * f(x_1) / (f(x_1) - f(x_0))$
7. Increment iteration counter $i = i + 1$
8. If $i \geq N$ then print "Not Convergent" and goto (11) otherwise goto (9)
9. If $|f(x_2)| > \epsilon$ then set $x_0 = x_1$, $x_1 = x_2$ and goto (5) otherwise goto (10)
10. Print root as x_2
11. Stop

التمرين الثالث :

بما أن الخوارزمية هي خوارزمية تكرارية يمكن حل التمرين باستخدام الحلقات او باستخدام التوابع العودية

لا حظ أن نص التمرين لا يطلب الحل بشكل محدد لكننا هنا

سنستخدم الحلقة



استخدم بایثون:

1- لايجاد الجذر التقريري لتابع معطى مستخدما خوارزمية القاطع

استخدم ما سبق لايجاد الجذر التقريري للمعادلة $f(x) = e^{x+3} - x$ من أجل الحل

الابتدائي $x_0 = -1$ من أجل 10 تكرارات و بدقة $1E-4$. و اطبع على الشاشة قيمة التابع f عند هذا الجذر .

ملاحظة : القيمة $1E-4$ تعني 0.0001 او (10^{-4})

```

import numpy as np
from tabulate import tabulate

f=lambda x: np.exp(2*x)+3*x
x0=-1;x1=1
i=0
n=10

header=["i","x0","x1","f(x1)","f(x1)<Epsilon"]
my_secant_result=[[0,-1,1,f(1),f(1)<1E-4]]

```

الكود البرمجي

```

while i<=n :
    i=i+1
    x2=x1-(f(x1)*(x1-x0)/(f(x1)-f(x0)))
    if np.abs(f(x1))<=1E-4:
        print(x2)
        k=f(x2)
        print(k)
        break
    x0=x1
    x1=x2

my_secant_result.append([i,x0,x1,f(x1),np.abs(f(x1))<1E-4])
else:
    print("No Solution For This Function")
print(tabulate(my_secant_result,
headers=header, tablefmt="grid"))

```