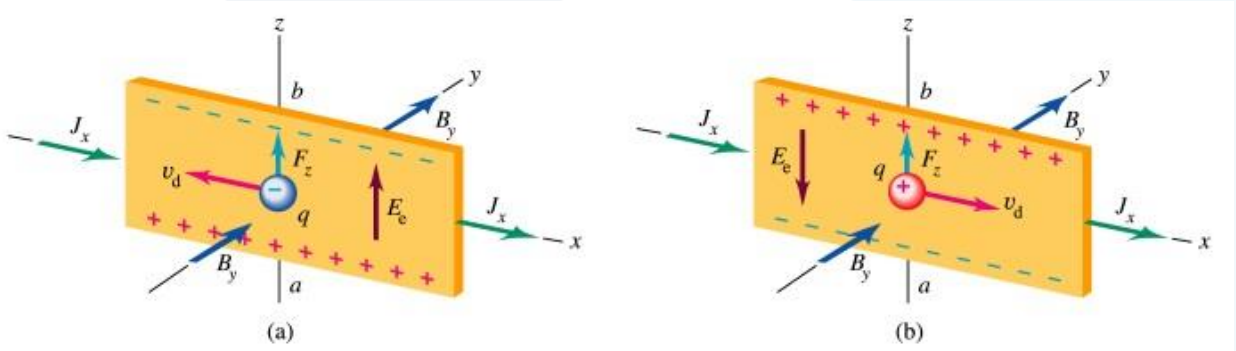
1- مفعول هول Hall effect

تعود تسميته للعالم إيدوين هول Edwin Hall عندما اكتشف أن كموناً يتولد نتيجة سريان تيار كهربائي في ناقل موضوع في حقل مغناطيسي, يكون هذا الكمون عمودي على كل من التيار والحقل المغناطيسي. تعرف هذه الظاهرة بمفعول هول وتنتج من انحراف حاملات الشحنة إلى أحد جوانب الناقل بسبب القوة المغناطيسية التي تتعرض لها.

تتألف المنظومة المخصصة للتحقق من مفعول هول من ناقل على شكل رقاقة مسطحة تنقل التيار I (أو J) في الاتجاه x كما هو موضح في الشكل رقم 11.



الشكل (11): منظومة مفعول هول. (a حاملات شحنة سالبة, (b حاملات شحنة موجبة.

يطبق حقل مغناطيسي وفق الاتجاه y. فإذا كانت حاملات الشحنة هي الإلكترونات تتحرك وفق الاتجاه السالب ل x بسرعة v_d, فإنها تخضع لقوة مغناطيسية $\vec{F}$ ($\vec{F} = -q(\vec{v}_d \times \vec{B})$) تتجه نحو الأعلى (في الاتجاه الموجب للمحور z) تؤدي إلى انحراف الالكترونات نحو الأعلى وتراكمها على الحافة العليا تاركةً زيادة في الشحنات الموجبة على الحافة السفلى (الشكل 11, a). يستمر تراكم الشحنات هذا بالتزايد حتى تتوازن القوة الكهربائية الساكنة مع القوى المغناطيسية المؤثرة على حاملات الشحنة. عند التوازن فإن الإلكترونات لا تستمر في الانحراف نحو الأعلى. باستخدام مقياس كمون يمكننا قياس فرق الكمون المتولد عبر الناقل والذي يدعى بكمون هول V_H.

إذا كانت حاملات الشحنة موجبة وتتحرك بالتالي وفق الاتجاه الموجب ل x كما يوضحه الشكل (b,11), فإنها تخضع أيضا لقوة مغناطيسية $\vec{F} = +q(\vec{v}_d \times \vec{B})$ تتجه نحو الأعلى, ويؤدي هذا إلى تجمع شحنات موجبة على الحافة العليا ويبقى بالتالي زيادة في الشحنات السالبة على الحافة السفلى, لذلك تكون إشارة كمون هول المتولد في العينة في هذه الحالة معاكسة بالإشارة لكمون هول الناتج عن انحراف الالكترونات. وبالتالي يمكننا تحديد نوع حاملات الشحنة من خلال قياس استقطاب كمون هول.

إيجاد العلاقة الرياضية لحساب كمون هول:

قيمة القوة المغناطيسية على حاملات الشحنة هي $q\ v_d\ B$. في وضع التوازن تتوازن هذه القوة مع القوة الكهربائية الساكنة $q\ E_H$ حيث أن E_H هو الحقل الكهربائي المتعلق بفصل الشحنات (حقل هول) وبالتالي نجد:

$$q\ v_d\ B = q\ E_H$$

$$\rightarrow E_H = v_d\ B$$

فإذا كان d هو عرض الناقل فيمكننا كتابة كمون هول:

$$V_H = E_H\ d$$

$$\rightarrow V_H = v_d\ B\ d$$

يمكننا الحصول على تركيز حاملات الشحنة (عدد حاملات الشحنة في واحدة الحجم n) عن طريق قياس شدة التيار في العينة, ويمكن كتابة العلاقة التي تعطي السرعة الجرية v_d كما يلي:

$$J_x = n\ q\ v_d$$

$$\rightarrow I = n\ q\ v_d\ A$$

حيث أن $A = d\ t$. حيث أن t هي ثخانة الناقل.

$$v_d = \frac{I}{n\ q\ A}$$

وبالتالي يكون كمون هول:

$$V_H = \frac{IB\ d}{n\ q\ A}$$

$$\rightarrow V_H = \frac{IB}{n\ q\ t}$$

يدعى المقدار $\frac{1}{nq}$ بمعامل هول ويرمز له R_H فيكون:

$$V_H = R_H \frac{IB}{t}$$

مسألة: شريحة من النحاس على شكل مستطيل عرضها $1.5cm$ وسماكتها $0.1cm$ يسري فيها تيار شدته $5A$, يطبق حقل مغناطيسي قيمته $1.2T$ عمودياً على هذه الشريحة. أوجد كمون هول الناتج.

الحل: إذا فرضنا أنه يوجد الكترون واحد لنقل التيار في كل ذرة, فإن تركيز الشحنات يكون $n = 8.48 \times 10^{28}\ \frac{1}{m^3}$

وبالتالي يكون:

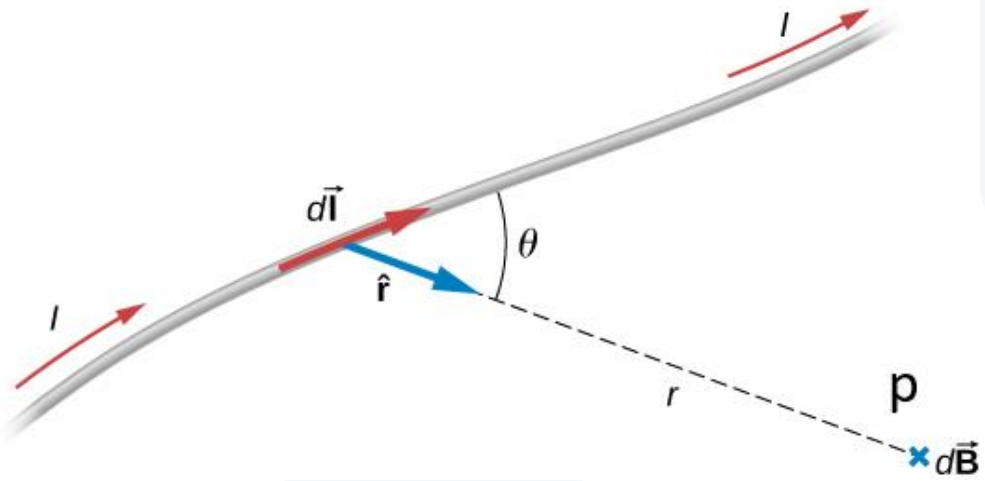
$$V_H = \frac{IB}{n\ q\ t} = 0.44\ \mu V$$

وعليه فإن كمون هول صغير جداً في النواقل الجيدة.

منابع الحقل المغناطيسي Sources of the magnetic field

1- قانون بيو- سافار *Biot-Savart*

اكتشف العالمان بيو و سافار أن أي ناقل يسري فيه تيار متواصل يؤثر بقوة على مغناطيس موضوع بقربه. توصل بيو وسافار إلى أن الحقل المغناطيسي في نقطة ما في الفضاء يعطى بتابعية التيار المولد لهذا الحقل, وينص قانون بيو- سافار على أنه إذا كانت شدة التيار المستمر في ناقل قيمتها I فإن للحقل المغناطيسي $d\vec{B}$ في نقطة P المرافق لعنصر السلك $d\vec{s}$ (الشكل رقم 12) الخصائص التالية:



الشكل (12): الحقل المغناطيسي المتولد عن عنصر التيار يعطى بقانون بيو- سافار

- يكون الشعاع $d\vec{B}$ عمودي على كل من $d\vec{s}$ (الذي يمثل شعاع له واحدة الطول واتجاه التيار), وشعاع الواحدة $\hat{\vec{r}}$ الموجه من العنصر $d\vec{s}$ إلى P.
- تتناسب قيمة $d\vec{B}$ مع $\sin\theta$ حيث أن θ الزاوية بين $d\vec{s}$ و $\hat{\vec{r}}$.

ويكتب قانون بيو- سافار بالعلاقة:

$$d\vec{B} = k_m \frac{I\, d\vec{s} \times \hat{\vec{r}}}{r^2}$$

حيث أن k_m ثابت قيمته تساوي لثابت النفاذية المغناطيسية للخلاء μ_0 مقسوما على 4π:

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$$

$$\rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$$

وبالتالي نكتب علاقة $d\vec{B}$ بالشكل:

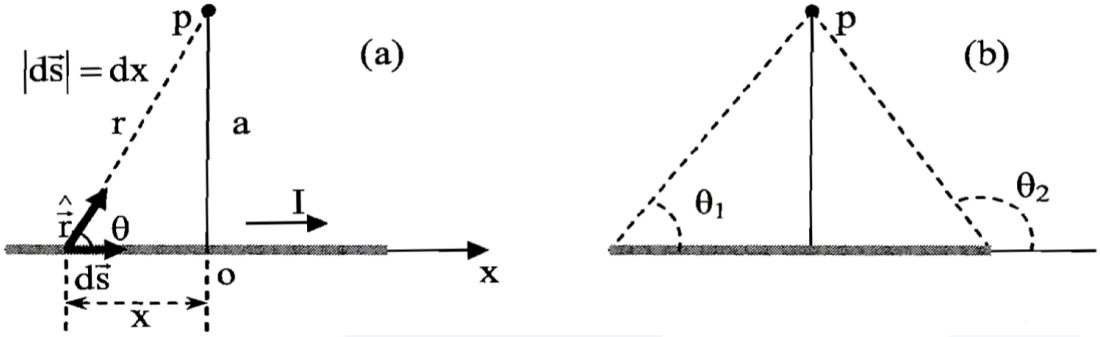
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ d\vec{s} \times \hat{\vec{r}}}{r^2}$$

لإيجاد الحقل المغناطيسي الكلي المتولد عن نقطة ما من قبل ناقل محدود طويل, نكامل العلاقة السابقة فيكون لدينا:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\ I}{4\pi}\int \frac{d\vec{s} \times \hat{\vec{r}}}{r^2}$$

إن الحقل الكهربائي المتولد عن شحنة نقطية يكون قطرياً وفي حال كانت الشحنة النقطية موجبة فإن جهة $\vec{E}$ تكون مع الشحنة باتجاه أية نقطة, أما الحقل المغناطيسي المتولد عن عنصر فيكون عمودي على كل من عنصر التيار وشعاع الموضع القطري. وعليه إذا توضع الناقل في مستوي الصفحة كما في الشكل (12) فإن $d\vec{B}$ يكون داخلاً إلى الصفحة في النقطة P.

مسألة: لنأخذ سلك رفيع مستقيم يسري فيه تيار I ثابت متوضع على طول المحور ox كما في الشكل جانباً. احسب الحقل المغناطيسي الكلي في النقطة p. ما هي قيمة B إذا كان الناقل ذو طول لانهائي.



الحل: لنأخذ عنصر الطول (عنصر التيار) $d\vec{s}$ الذي يبعد مقدار r عن p, فيكون اتجاه الحقل المغناطيسي المتولد خارجاً من الصفحة. بأخذ مبدأ الجملة الإحداثية في o وترك p واقعة على القسم الموجب من المحور oy وبفرض $\vec{k}$ شعاع واحدة يتجه خارجاً من الصفحة للقارئ, فإن:

$$d\vec{s} \times \hat{\vec{r}} = \vec{k}\left|d\vec{s} \times \hat{\vec{r}}\right| = \vec{k}\, dx \sin\theta$$

ولكننا نعلم أن:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{s} \times \hat{\vec{r}}}{r^2}$$

فيكون:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx \sin\theta}{r^2}$$

حيث أن $d\vec{B} = k\, dB$.

من الممكن كتابة كل من x و r بتابعية θ , أي أن:

$$r = \frac{a}{\sin\theta} = a \csc\theta$$

بما أن $\tan\theta = -\frac{a}{x}$ فإننا نجد:

$$x = -a \cot\theta$$

$$\rightarrow dx = a\ \frac{1}{sin^2\ \theta}\ \mathrm{d}\theta = a\ \csc^2\theta\ \ d\theta$$

وبالتالي يكون:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a\ \csc^2\theta \sin\theta\ \ d\theta}{a^2\ \csc^2\theta}$$

$$\rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi\, a}\ \sin\theta\ \ d\theta$$

بمكاملة العلاقة السابقة نجد:

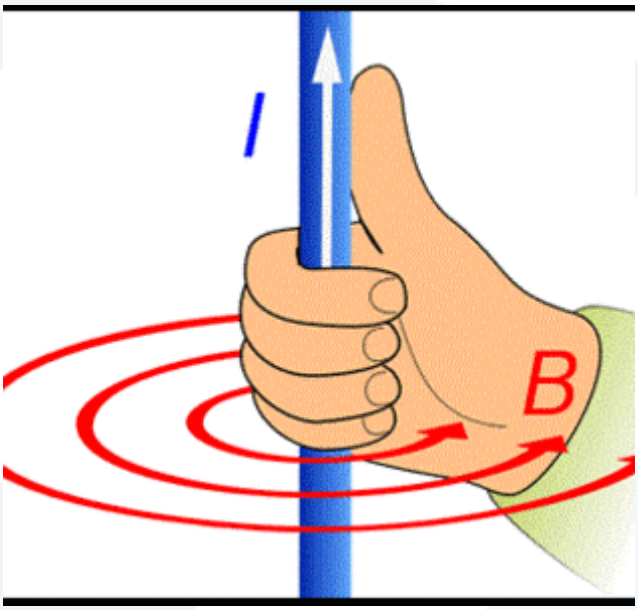
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\, a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\ \ d\theta$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\, a}\ (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

في حالة الناقل المستقيم اللانهائي الطول يكون: $\theta_1 = 0$ و $\theta_2 = \pi$ فيكون:

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, a}$$

يظهر الشكل رقم 13 سلك مستقيم طويل, تكون خطوط الحقل المغناطيسي عبارة عن دوائر متمركزة مع السلك. القاعدة المناسبة لتحديد اتجاه $\vec{B}$ هي بالقبض على السلك باليد اليمنى, مع ابهام يشير إلى اتجاه التيار, فيكون التفاف الأصابع الأربعة الباقية موافقة لاتجاه الحقل المغناطيسي.



الشكل (13) قاعدة اليد اليمنى لتحديد جهة الحقل المغناطيسي المحيط بسلك مستقيم يمر فيه تيار كهربائي.