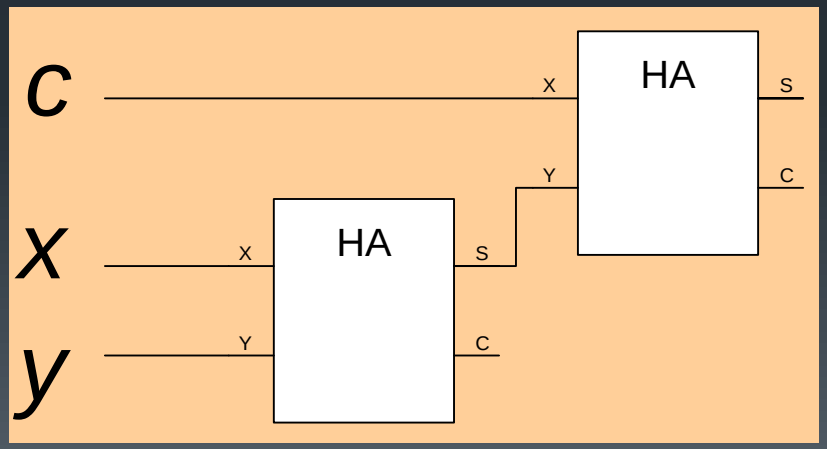
الفصل السادس :- الدوائر الحسابية الرقمية
Arithmetic Digital Circuits

Mohammed S. Almosawi

يهدف هذا الفصل إلى تعريف الطالب بالآتي:-

- دائرة الجامع النصفي والتام .
- دائرة الطارح النصفي والتام .
- تصميم دوائر الجمع والطرح الثنائية المتوازية .
- المقارن الرقمي .



Arithmetic Digital Circuits الدوائر الحسابية الرقمية

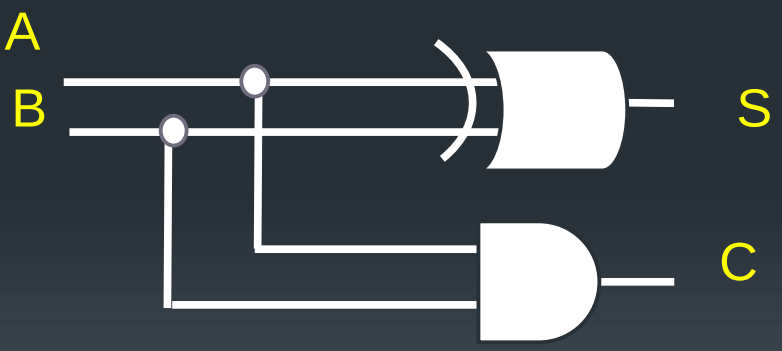
Mohammed S. Almosawi

سبق وأن تحدثنا بان الصيغ القانونية Formula Rules التي تستخدم من قبل المصممين لتصميم الدوائر المنطقية بعد ان يتم وضع جدول حقيقة يلائم متطلبات المصمم وفي هذا الفصل سنصمم بعضا من الدوائر الحسابية المنطقية بناء على جدول الحقيقة ومن هذه الدوائر :-

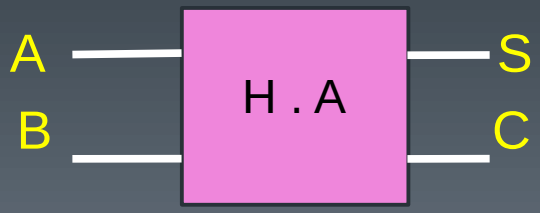
1 – دوائر الجمع Adder Circuits :- تقوم هذه الدوائر بجمع عددين ثنائيين ويوجد منها نوعان :

أ - الجامع النصفي Half Adder (H.A) :- تقوم دائرة الجامع النصفي بإضافة عددين ثنائيين يتكون كل منهما من مرتبة واحدة فقط واستخراج المجموع (sum) والمحمل (carry) ان وجد ولكن لا تستطيع هذه الدائرة ان تتعامل مع محمل من مرتبة سابقة . فلو فرضنا ان لدينا العددين الثنائيين A , B يتكون كل منهما من مرتبة واحدة واردنا ان نضيف احدهما للآخر فان احتمالات الجمع هي :

A	B	S	S = ∑	C	C = ∑
0	0	0		0	
0	1	1	$\bar{A} . B$	0	
1	0	1	$A . \bar{B}$	0	
1	1	0		1	A . B



- من طريقة مجموع ضرب الحدود نحصل على معادلة المجموع S والمحمل C :



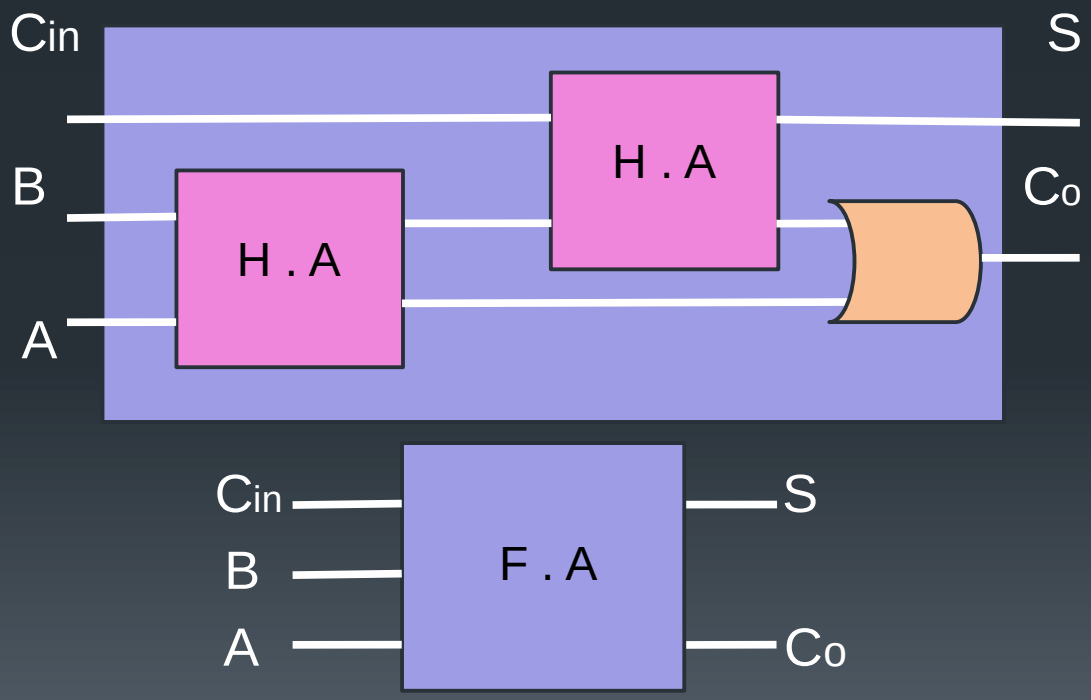
$$S = A . \bar{B} + \bar{A} . B = A \oplus B = A \text{ XOR } B$$

$$C = A . B$$

Mohammed S. Almosawi

ب – الجامع التام Full Adder (F.A):- تقوم دائرة الجامع التام بجمع رقمين ثنائيين A,B يتكون كل منهما من مرتبة واحدة مع إمكانية التعامل مع محمل من مرتبة سابقة Cin واستخراج ناتج الجمع S والمحمل الاخير Co ان وجد .

A	B	Cin	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Parallel Adder Circuits دوائر الإضافة الثنائية المتوازية

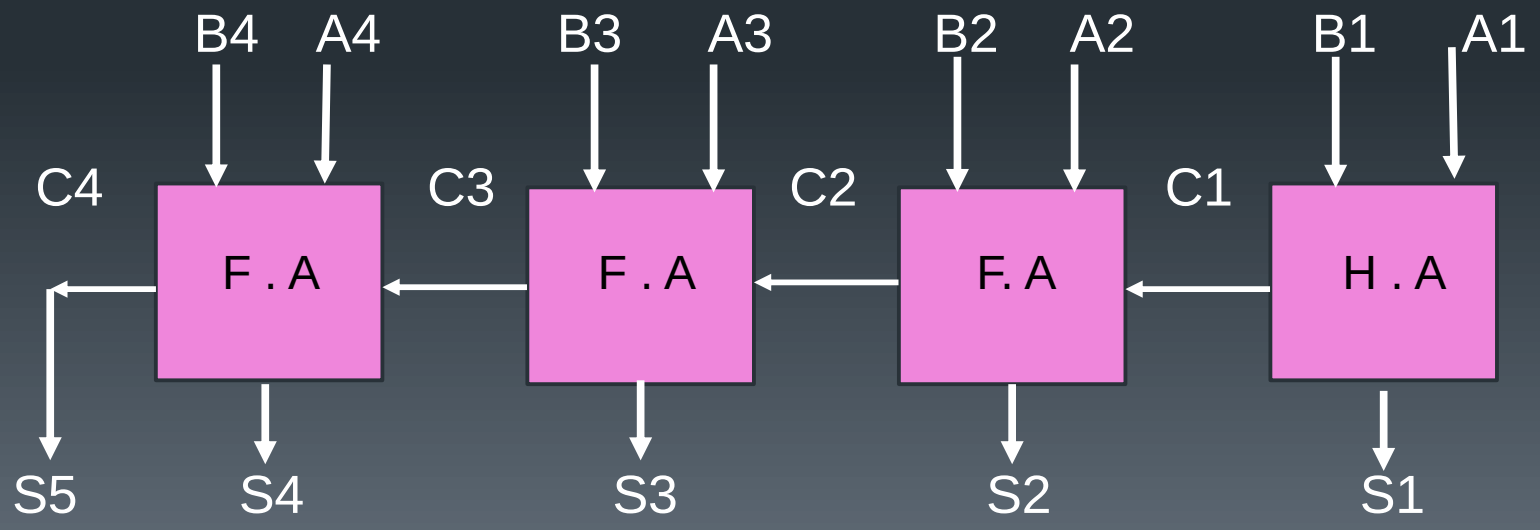
Mohammed S. Almosawi

في دائرتي الجمع النصفي والتام يكون العددان الثنائيان A,B متكونين من مرتبة واحدة ولكن من الناحية العملية نحتاج الى دوائر إضافة لأعداد ثنائية ذات مراتب متعددة . ولغرض تصميم دائرة جمع لعددين ذوي مراتب ثلاثة نحتاج الى جامع نصفي واحد و جامعين تام وهكذا كلما زادت عدد المراتب .

مثال :- صمم جامع ثنائي لعددين يتكون كل منهما من أربعة مراتب .

نحتاج إلى جامع نصفي واحد و ثلاث دوائر جامع تام ليكون عدد المراتب 4 .

```
C4 C3 C2 C1
   A4 A3 A2 A1
   B4 B3 B2 B1
  ------------
S5 S4 S3 S2 S1
```

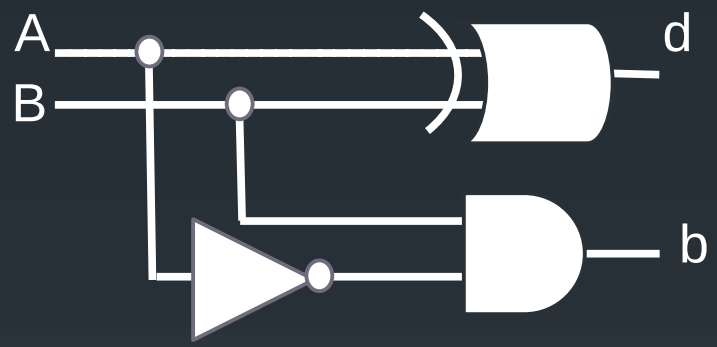


Mohammed S. Almosawi

2 – دوائر الطرح Subtraction Circuits:- تقوم هذه الدوائر بجمع عددين ثنائيين ويوجد منها نوعان :

أ - الطارح النصفي Half Subtractor (H.S) :- تقوم دائرة الطارح النصفي بطرح عددين ثنائيين يتكون كل منهما من مرتبة واحدة فقط واستخراج الفرق (difference) والاستعارة (borrow) ان وجدت ولكن لا تستطيع هذه الدائرة ان تتعامل مع استعارة من مرتبة أعلى . فلو فرضنا ان لدينا العددين الثنائيين A , B يتكون كل منهما من مرتبة واحدة واردنا ان نطرح احدهما من الآخر فان احتمالات الطرح هي :

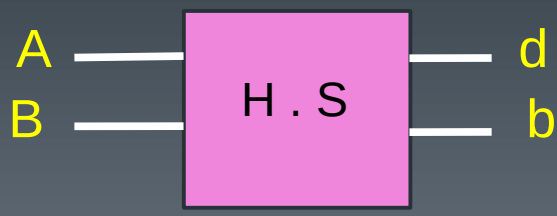
A	B	d	d = ∑	b	b= ∑
0	0	0	0	0	
0	1	1	$\bar{A} . B$	1	$\bar{A} . B$
1	0	1	$A . \bar{B}$	0	
1	1	0		0	



من طريقة مجموع ضرب الحدود نحصل على معادلة الفرق d والاستعارة b:

$$d = A . \bar{B} + \bar{A} . B = A \oplus B = A \text{ XOR } B$$

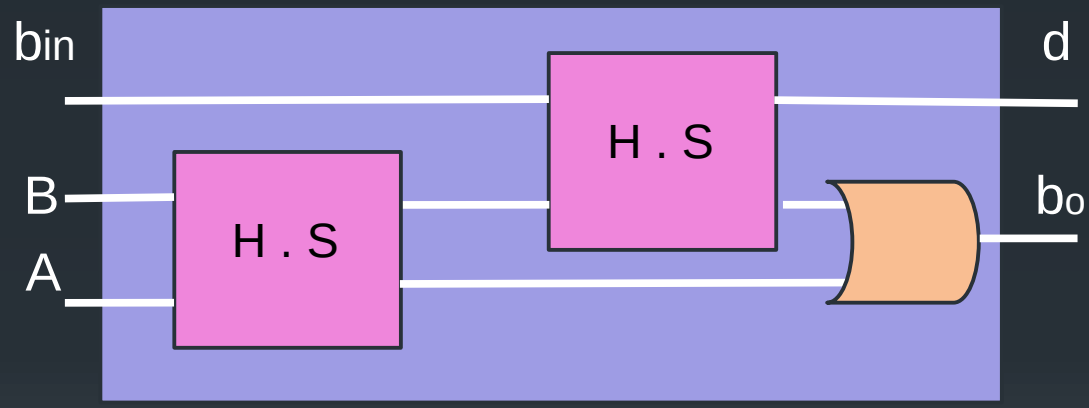
$$b = \bar{A} . B$$



Mohammed S. Almosawi

ب – الطارح التام Full Subtractor (F.S):- تقوم دائرة الطارح التام بطرح رقمين ثنائيين A,B يتكون كل منهما من مرتبة واحدة مع إمكانية التعامل مع استعارة من مرتبة اعلى b_{in} واستخراج الفرق d والاستعارة النهائية b_o ان وجدت .

A	B	b_{in}	d	b_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



Parallel Subtractor Circuits دوائر الطرح الثنائية المتوازية

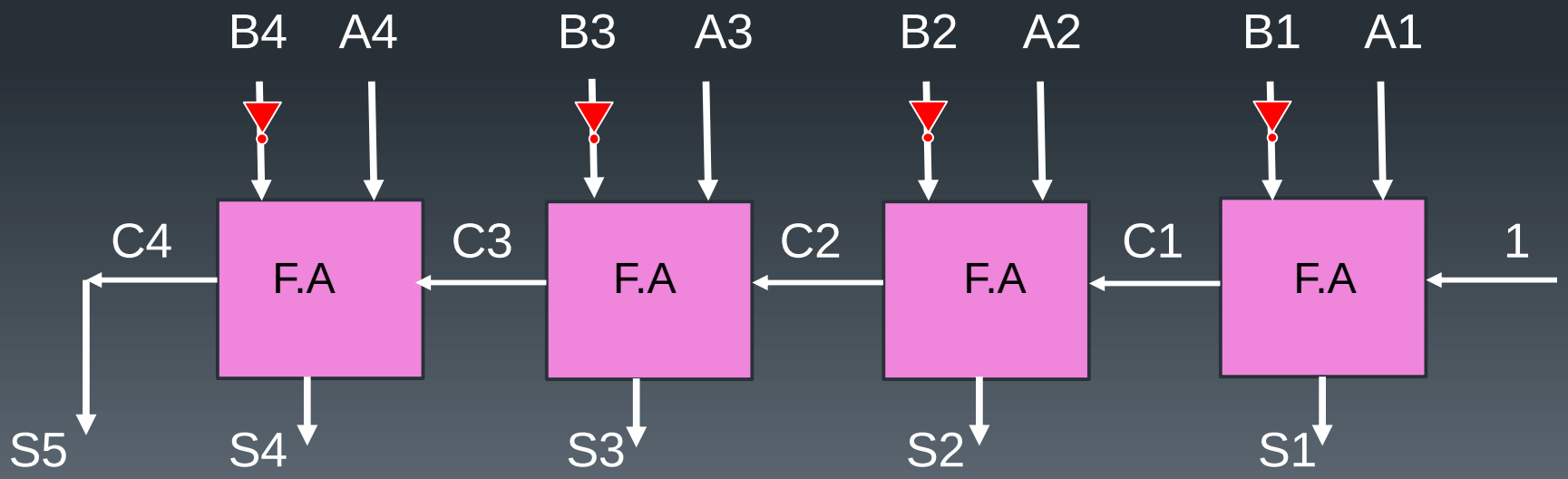
Mohammed S. Almosawi

في دائرتي الطرح النصفي والتام يكون العددان الثنائيان A,B متكونين من مرتبة واحدة ولكن من الناحية العملية نحتاج الى دوائر طرح لأعداد ثنائية ذات مراتب متعددة . تظهر في دوائر الطارح مشكلة عندما يكون العدد المطروح B أكبر من العدد المطروح منه A وللتغلب على هذه المشكلة يتم استخدام الجامع بدلا من الطارح لإجراء عملية الطرح بعد أن يتم تحويل العدد المطروح B إلى المتمم الثاني 2' Complement من خلال بوابة NOT لنحصل على المعادلة : S = A + (- B) .

مثال :- صمم طارح ثنائي لعددين يتكون كل منهما من أربعة مراتب .

نحتاج إلى أربعة دوائر جامع تام وأربعة بوابات NOT كما في الشكل أدناه:-

```
C4 C3 C2 C1  1
   A4 A3 A2 A1
   B4 B3 B2 B1
-------------
S5 S4 S3 S2 S1
```



Digital Comparator المقارنات الرقمية

Mohammed S. Almosawi

في كثير من التطبيقات العملية والبرمجية نحتاج الى مقارنة متغيرين A و B .

عند مقارنة A و B هناك ثلاث احتمالات هي :

$A > B$ $A = B$ $A < B$

لتصميم مقارن لعددين ثنائيين A و B يتكون كل منهما من مرتبة واحدة نكتب جدول الحقيقة والإخراج للاحتمالات الثلاثة للمقارن يمكن استنباط المعادلة المنطقية لكل حالة من حالات المقارن ومنها يمكن رسم الدائرة المنطقية .

A	B	X (A > B)		Y (A = B)		Z (A < B)	
0	**0**	0		1	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	0	
0	**1**	0		0		1	$\bar{A} \cdot B$
1	**0**	1	$A \cdot \bar{B}$	0		0	
1	**1**	0		1	$A \cdot B$	0	

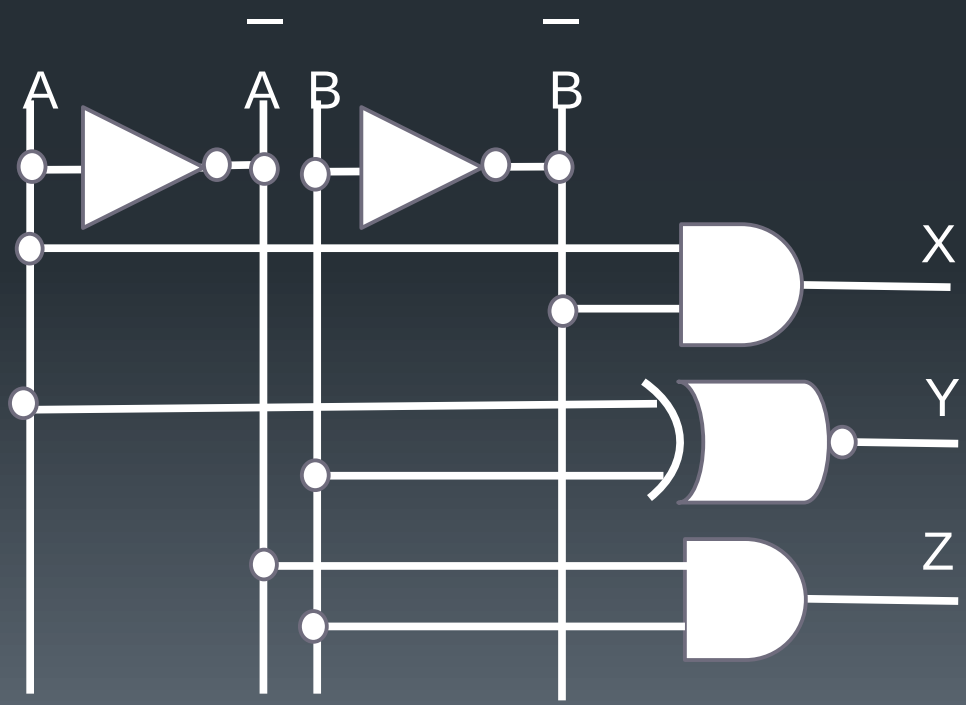
Mohammed S. Almosawi

من الجدول السابق وطريقة مجموع ضرب الحدود نحصل على معادلات إخراج المقارن الثلاثة وهي :-

$$X = A \cdot \overline{B} \quad \text{when } A>B$$

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = A \odot B = A \text{ XNOR } B \quad \text{when } A = B$$

$$Z = \overline{A} \cdot B \quad \text{when } A < B$$

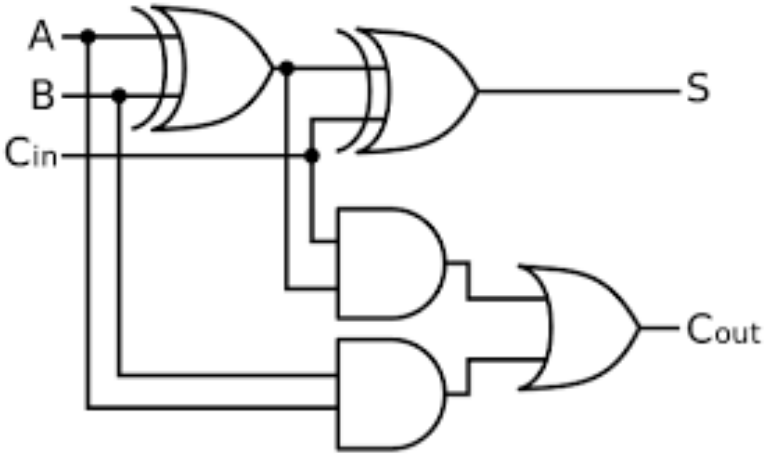


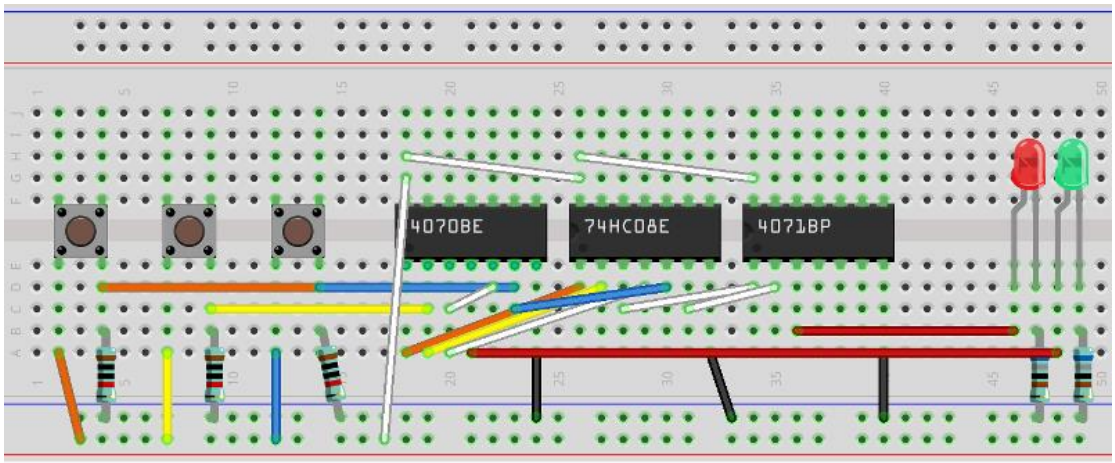
التطبيق العملي١:

باستخدام البوابات الاساسية:

صمم دارة جامع كامل لجمع عددين ثنائيين من خانة واحدة

كما في الشكل التالي:





تطبيق عملي ٢:

ياستخدام 7483

قم بتصميم دارة جامع كامل لعددين ثنائيين من ٤ خانات

علما ان توزع اقطاب الشريحة كما في الشكل التالي: