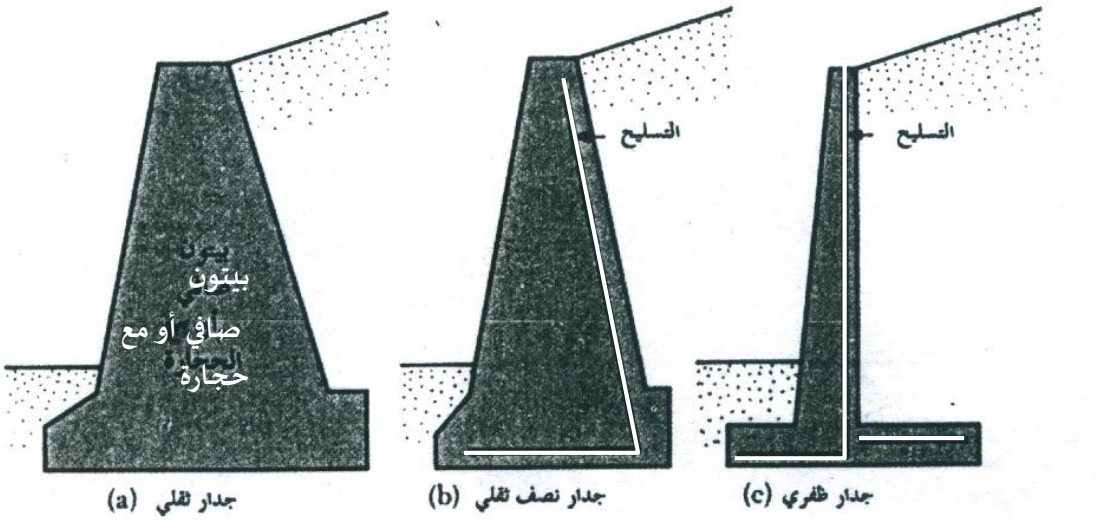
الفصل الخامس : ضغط التربة على الحواجز

5 . 1 مقدمة

تعتبر المنشآت الساندة كالجدران الاستنادية من العناصر الأساسية الهامة في المشاريع الكبيرة و المرافق العامة و التي تستخدم كثيراً في الحياة العملية (سدود، مرافئ، أرصفة بحرية، جسور، طرق، أقبية، توازن منحدرات، حفر و أحواض التأسيس،...إلخ)

الجدار الاستنادي هو منشأة هندسية تستخدم لتأمين الدعم الجانبي للتربة أو لمادة أخرى عندما لا تسمح الظروف للمادة بأن تأخذ ميلها الطبيعي (الشكل 1-5).

إن وجود التربة خلف الجدار يؤدي بالإضافة إلى ظهور الإجهادات الشاقولية الناتجة عن وزنها الذاتي بالإضافة إلى إجهادات جانبية تؤثر على الجدار تدعى بالدفع الجانبي للتربة و الذي يعتبر تحديد توزعه على ارتفاع الجدار شرطاً أساسياً لتصميم الجدار الاستنادي.



الشكل 1-5 : الجدران الاستنادية

5. 2 الدفع الجانبي للتربة

يتعلق الدفع الجانبي للتربة الموجودة خلف منشأة هندسية داعمة كجدار استنادي أو جدار وتدي بنوع التربة المحجوزة و بخواصها الأساسية (الوزن الحجمي γ، زاوية الاحتكاك الداخلي φ و التماسك C) و بالانزياح أو الدوران الذي قد يصيب المنشأة.

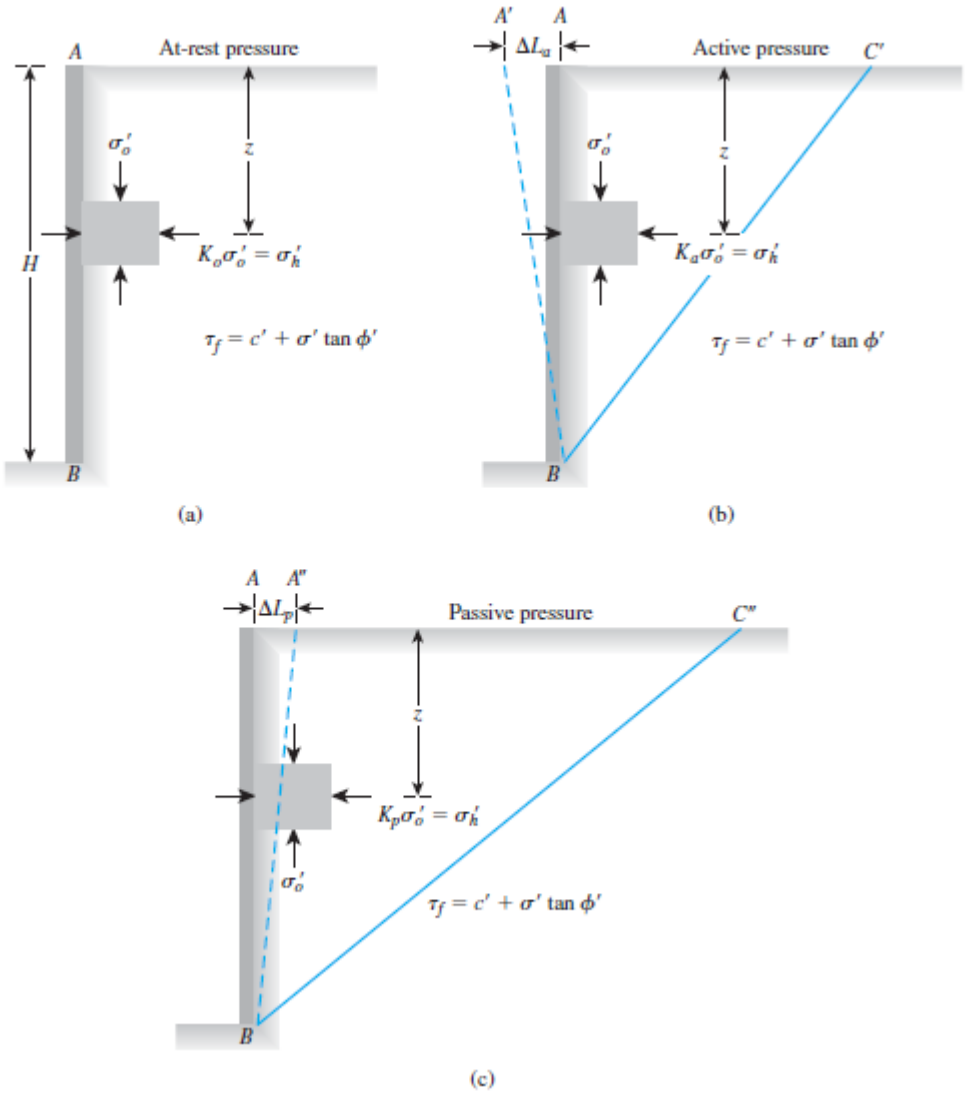
يمثل الشكل 2-5 حاجزاً AB (جدار استنادي أو جدار وتدي مثلاً) يحجز خلفه تربة. إذا فرضنا أن الحاجز AB قد بقي ثابتاً في مكانه دون أي انتقال فيدعى ضغط التربة بالضغط الساكن (σ_0). أما إذا فرضنا أن الحاجز AB قد ابتعد عن التربة أو أنه قد دار حول النقطة B إلى الوضع A'B فإنه في الحالتين سوف يحصل نقصان للإستناد الجانبي للحاجز. إذا كان انتقال الحاجز كافياً يصبح نقصان استناده كبيراً لدرجة أن التربة خلف الصفيحة تصبح غير مستقرة و ينهار الجزء A'BC' و ينزلق على المستوي BC' . يدعى الضغط الجانبي المطبق بواسطة التربة على الحاجز في هذه الحالة بالضغط الفعال (σ_a).

يمكن لحركة طفيفة للتربة المحجوزة خلف الحاجز أن تولد الضغط الفعال و تتحقق مثل هذه الحركة عادة في كثير من المنشآت الهندسية الشائعة مثل الجدران الاستنادية و جدران الصفائح الوتدية و الركائز الطرقية للجسور الساندة للردميات....إلخ، حيث تصمم هذه المنشآت عادة على الضغط الفعال.

أما إذا تحرك الحاجز باتجاه التربة أو أنه قد دار حول النقطة B إلى الوضع A''B مثلاً (أي أن الحاجز هو الذي يضغط على التربة) فإن هذا الضغط يزداد كلما زادت حركة الحاجز باتجاه التربة حتى تنهار التربة وفق مستوي انزلاق BC''.

يدعى ضغط التربة الجانبي المطبق على الحاجز حينها بالضغط المعاكس أو السلبي (σ_P).

إن الضغط الفعال هو الأصغر بين الضغوط الثلاث يليه الضغط الساكن و من ثم الضغط المعاكس أي أن $\sigma_a<\sigma_0<\sigma_P$



الشكل 2-5: ضغط التربة الفعال والسلبي على حاجز شاقولي[(a)الساكن، (b) الفعال، (c) السلبي]

تتجاوز الحركة الأفقية (Δx) اللازمة لتوليد الضغط المعاكس تلك اللازمة لتوليد الضغط الفعال بعدة أضعاف, وتحتاج التربة لتشوه أفقي ($\Delta x/H$ حيث H هو ارتفاع الجدار) مقداره 0.5% من أجل أن يتولد 50% من الضغط المعاكس في

حين يلزم تشوه بمقدار 2% من اجل توليد كامل الضغط المعاكس في الترب الغضارية، أما من أجل الترب الرملية المفككة فيمكن أن يكون التشوه الأفقي اللازم لتوليد كامل الضغط المعاكس كبيراً وقد يصل حتى 15%.

يتولد الضغط المعاكس بشكل رئيسي في حالة الشدادات الموضوعة ضمن التربة ؛ أما المنشآت مثل الجدران الاستنادية و الوتدية و ركائز الجسور الطرقية فإنها لا تصمم عادة على الضغط المعاكس و غالباً ما يتم إهمال الضغط المعاكس الذي تؤمنه التربة الموجودة أمام هذه المنشآت أو يؤخذ بعين الاعتبار و لكن بعد أن يتم استخدام عامل تخفيض مناسب له (يخفض عادة إلى النصف).

5 .2 . 1 ضغط التربة في وضع الراحة (السكون) Earth pressure at rest

ليكن لدينا الحاجز أو الجدار الشاقولي ذو الارتفاع H الذي يسند تربة ذات وزن حجمي γ (الشكل 3-5 أ). يعطى الإجهاد الشاقولي على عمق Z تحت سطح التربة بالعلاقة:

$$\sigma_z = \gamma . Z$$

إذا منع الجدار من الحركة تماماً سواء باتجاه التربة أو بعكسها فإن الدفع الجانبي للتربة على العمق Z هو نتيجة جداء σ_z بعامل ضغط التربة في وضع الراحة أو السكون K_0

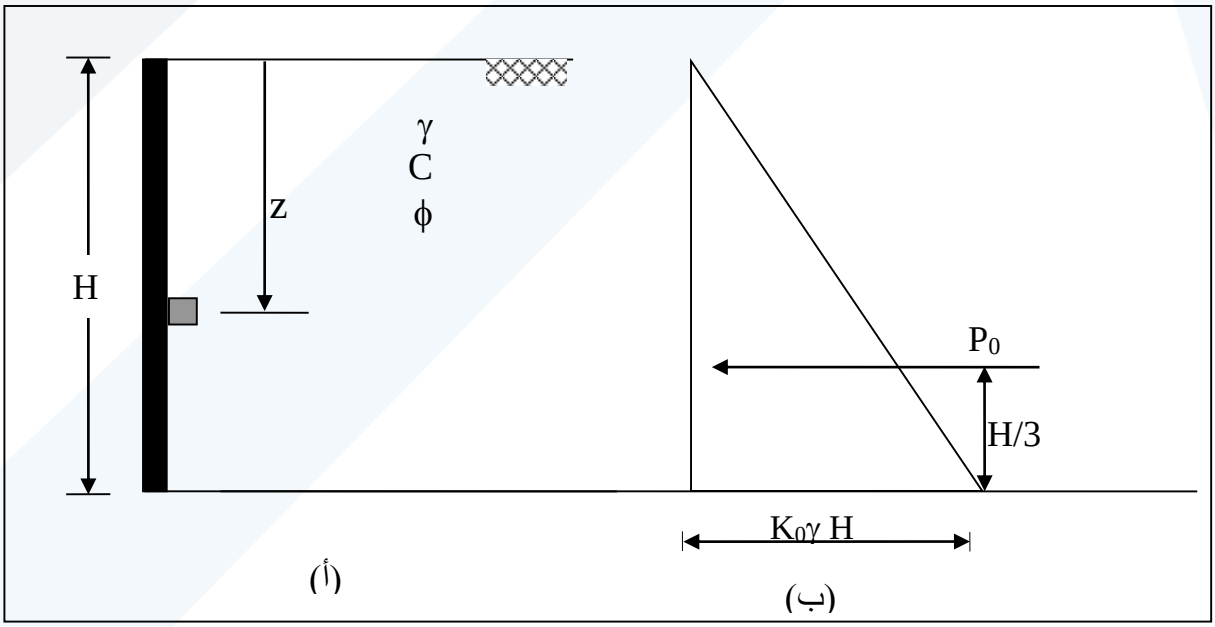
$$\sigma_0 = K_0 . \sigma_z = K_0 \gamma Z \qquad (5-1)$$

ويكون الضغط أسفل الجدار مساوياً لـ $K_0 \gamma H$

و بالتالي يمكن تمثيل مخطط تغير الضغط الجانبي للتربة مع العمق كما هو موضح على الشكل (3-5 ب).

يتم حساب القوة الكلية P_0 بواحدة الطول للجدار بحساب مساحة مخطط الضغط كما يلي:

$$P_0 = 1/2\gamma . H^2 . K_0$$



الشكل 3-5: ضغط التربة على حاجز شاقولي في حالة الراحة

تحديد K_0:

1- اعتماداً على نظرية المرونة:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \qquad (5-2)$$

حيث ν هو عامل بواسون للتربة

2- اعتماداً على العلاقات التجريبية :

- للترب الرملية المشددة طبيعياً : $K_0 = 1 - \sin\phi$ (5-3)

- للترب الغضارية المشددة طبيعيا : $K_0 = 0.95 - \sin\phi$ (5-4)

- للترب الغضارية مسبقة االتشديد : $K_0 = K_{0_{(NC)}} . \sqrt{OCR}$ (5-5)

$K_{0_{(NC)}}$: عامل الدفع الجانبي للتربة الغضارية المشددة طبيعياً

$OCR = \frac{\sigma'_P}{\sigma'_{z0}}$: عامل التشديد المسبق, حيث σ'_P الضغط الفعال المسبق و σ'_{z0} الضغط الشاقولي الأولي الفعال

حالة وجود مياه جوفية

إذا كان لدينا مياه جوفية خلف الجدار متوضعة على عمق D_w من سطح التربة (الشكل 4-5 أ) فإن مخطط الدفع الجانبي للتربة في وضع الراحة يحسب كالتالي:

يعطى الدفع الجانبي الساكن للتربة على العمق $Z>D_w$ بالعلاقة:

$$\sigma'_0 = K_0 \left[\gamma . D_W + \gamma_{sub} (Z - D_W)\right]$$
$$u = \gamma_W (Z - D_W) \qquad (5-6)$$
$$\sigma_0 = \sigma'_z + u = K_0 \left[\gamma . D_W + \gamma_{sub} (Z - D_W)\right] + \gamma_W (Z - D_W)$$

حيث،

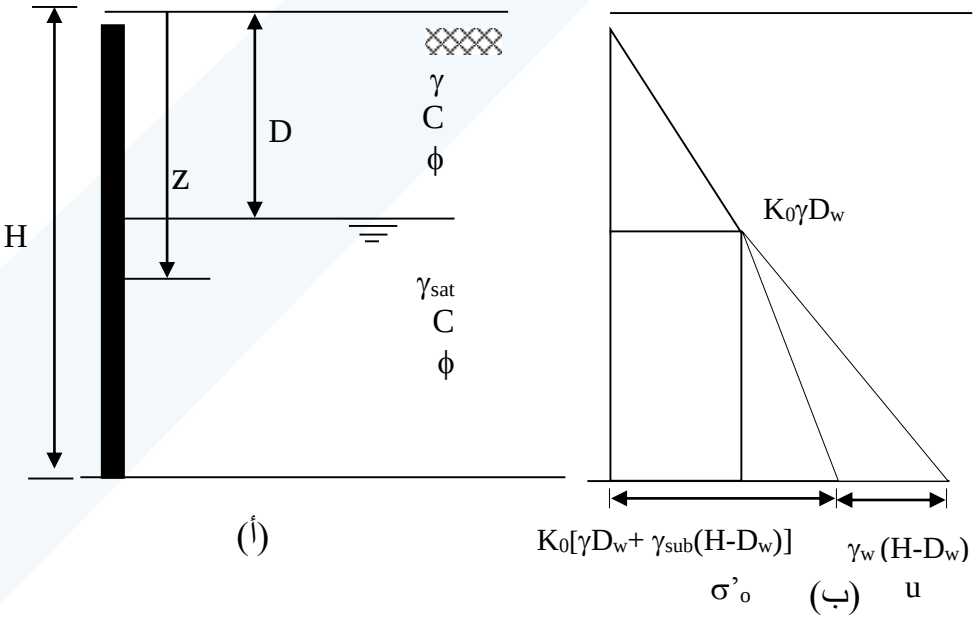
σ'_0 و σ_0 الضغط الجانبي الفعال والكلي بالترتيب في حالة السكون

u ضغط الماء المسامي

ويكون الدفع الجانبي الكلي أسفل الجدار:

$$\sigma_0 = \sigma'_0 + u = K_0 \left[\gamma . D_W + \gamma_{sub} (H - D_W)\right] + \gamma_W (H - D_W) \qquad (5-7)$$

و بالتالي يمكن تمثيل مخطط تغير الضغط الجانبي للتربة مع العمق كما هو موضح على الشكل 4-5 ب



الشكل4-5: ضغط التربة على حاجز شاقولي في حالة الراحة مع وجود مياه

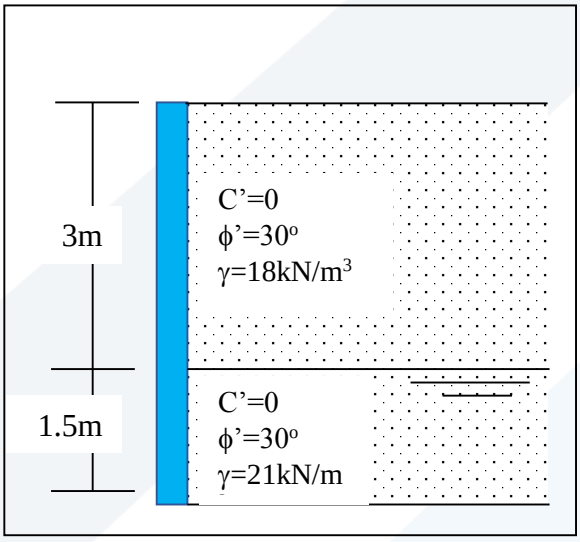
ملاحظة: في حال تطبيق على سطح التربة حمولة موزعة بانتظام شدتها q ممتدة على مساحة كبيرة فإنها تسبب دفعاً منتظماً على كامل ارتفاع الجدار, شدته $K_0 \cdot q$

مثال

جدار ممنوع من الحركة (جدار قبو) ارتفاعه 4.5m يسند تربة مواصفاتها مبينة بالشكل ومنسوب المياه يقع على عمق من السطح.

احسب دفع التربة على الجدار ومحصلة قوى الدفع.

الحل



حساب الضغوط على الجدار

$$K_0 = 1 - \sin\phi' = 1 - \sin 30 = 0.5$$

$$At\ z = 0 : \sigma'_z = 0$$

$$At\ z = 3 : \sigma'_z = 18 * 3 = 54\ kN/m^2$$

$$\sigma'_0 = 54 * 0.5 = 27\ kN/m^2$$

$$At\ z = 4.5 : \sigma'_z = 54 + 11 * 1.5 = 70.5\ kN/m^2$$

$$\sigma'_0 = 70.5 * 0.5 = 35.25\ kN/m^2$$

$$u = 10 * 1.5 = 15\ kN/m^2$$

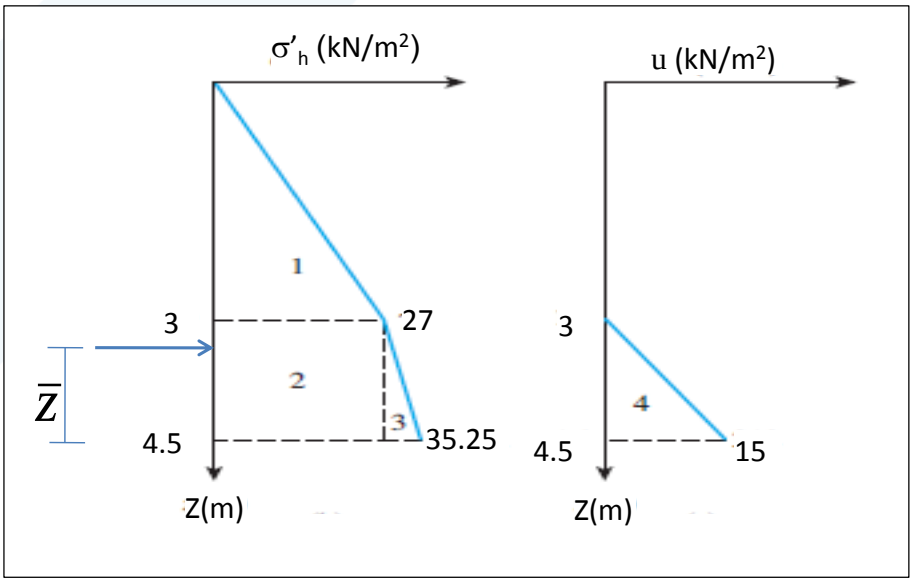
حساب محصلة القوى على الجدار

$$P_0 = \frac{27*3}{2} + 27*1.5 + \frac{8.25*1.5}{2} + \frac{15*1.5}{2}$$

$$= 40.5 + 40.5 + 6.19 + 11.25 = 98.44\ kN/m$$

حساب بعد محصلة القوى على قاعدة الجدار

$$\bar{z} = \frac{40.5*2.5 + 40.5*0.75 + 6.19*0.5 + 11.25 + 0.5}{98.44} = 1.43m$$



5 . 2. 2 ضغط التربة الفعال و ضغط التربة المعاكس Active and passive earth pressures

نظريات ضغط التربة على الحواجز

أول نظرية لضغط التربة الجانبي كانت للعالم الفرنسي كولومب (C.Coulomy) عام /1776/ ، ومن ثم قام العالم رانكين (Rankine)(1857) باقتراح طريقة مبسطة لحساب ضغط التربة الجانبي، ومن بعدهما ظهرت العديد من الأبحاث التي اعتمدت على هاتين النظريتين ولكن هذه الطرق المقترحة نتيجة لهذه الأعمال لم تستخدم كثيراً في التصميم الهندسي للحواجز وإنما اقتصر استخدامها على الأبحاث. يلخص الجدول 1-5 أهم الفروقات الأساسية بين هاتين النظريتين.

نظرية رانكين	نظرية كولومب
الوجه الخلفي للجدار شاقولي (للجدران الظفرية)	يمكن أن يكون الوجه الخلفي شاقولياً أو مائلاً
أسطح الجدار ملساء (الاحتكاك معدوم بين التربة و الجدار)	أسطح الجدار يمكن أن تكون ملساء أو خشنة
سطح التربة المردومة خلف الجدار أفقي	سطح التربة المردومة خلف الجدار أفقي أو مائل

5-1 : الفروقات الأساسية بين نظريتي رانكين و كولومب لدراسة الدفع الجانبي للتربة

5-5-2- نظرية رانكين (RANKINE S THEORY)

استخدم رانكين فرضيات كولومب ولكنه أهمل الاحتكاك بين السطح الخلفي للجدار والتربة، وهذا أدى بدوره إلى تبسيط المعادلات .

أولاً: دفع التربة الفعال (الإيجابي) لرانكين (Rankine)

اعتمد رانكين لإيجاد دفع التربة الفعال على الحل التالي:

إذا كان لدينا جدار استنادي يميل للحركة بعيداً عن التربة بمسافة (Δx) , كما هو مبين على الشكل (5-5)، فإن دفع التربة على الجدار عند أي عمق سوف يقل.

اعتبر رانكين الاحتكاك بين التربة والسطح الجانبي للجدار مهمل , ولذلك فإن الإجهاد الأفقي $/\sigma_x/$ عند العمق Z , وعندما تكون $(\Delta x = 0)$ يساوي:

$$\sigma_X = K_0 . \sigma_Z$$

أو (5-8)

$$\sigma_X = K_0 \gamma . Z$$

ولكن عندما تكون $(\Delta x \rangle 0)$ فإن σ_x تكون مساوية إلى أقل من $(K_0 \sigma_Z)$

دوائر مور الموافقة لانزاياحات الجدار $\Delta x = 0$ و $\Delta x \rangle 0$ وهي الدوائر b, a على الشكل (5-5 أ)، وإذا تابعت قيمة انزياح الجدار Δx بالتناقص فإننا سنصل إلى محصلة تكون دائرة مور مماسة لمغلف انهيار (مور- كولومب) المعروفة بالعلاقة:

$$\tau = \sigma \tan\phi + c \qquad (5-9)$$

وهذه الدائرة يشار إليها بالدائرة (c) على الشكل (5-5 ب) وهي تمثل حالة الانهيار في كتلة التربة.

تتشكل شبكة خطوط انزلاق (مستويات الانهيار) في كتلة التربة مؤلفة من حزمتي مستقيمات متقاطعة , يميل كل منها على الأفق بزاوية $(45 + \phi/2)$ وهذا موضح على الشكل (5-5 أ)

إن علاقة الإجهادات الرئيسية (الأساسية) لدائرة مور التي تمس مغلف الانهيار لمور – كولومب تكتب كما يلي:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right) + 2c.\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right) \qquad (5-10)$$

من أجل دائرة مور c على الشكل 5–5 ب

$\sigma_1 = \sigma_z$ – الإجهاد الرئيسي الأساسي

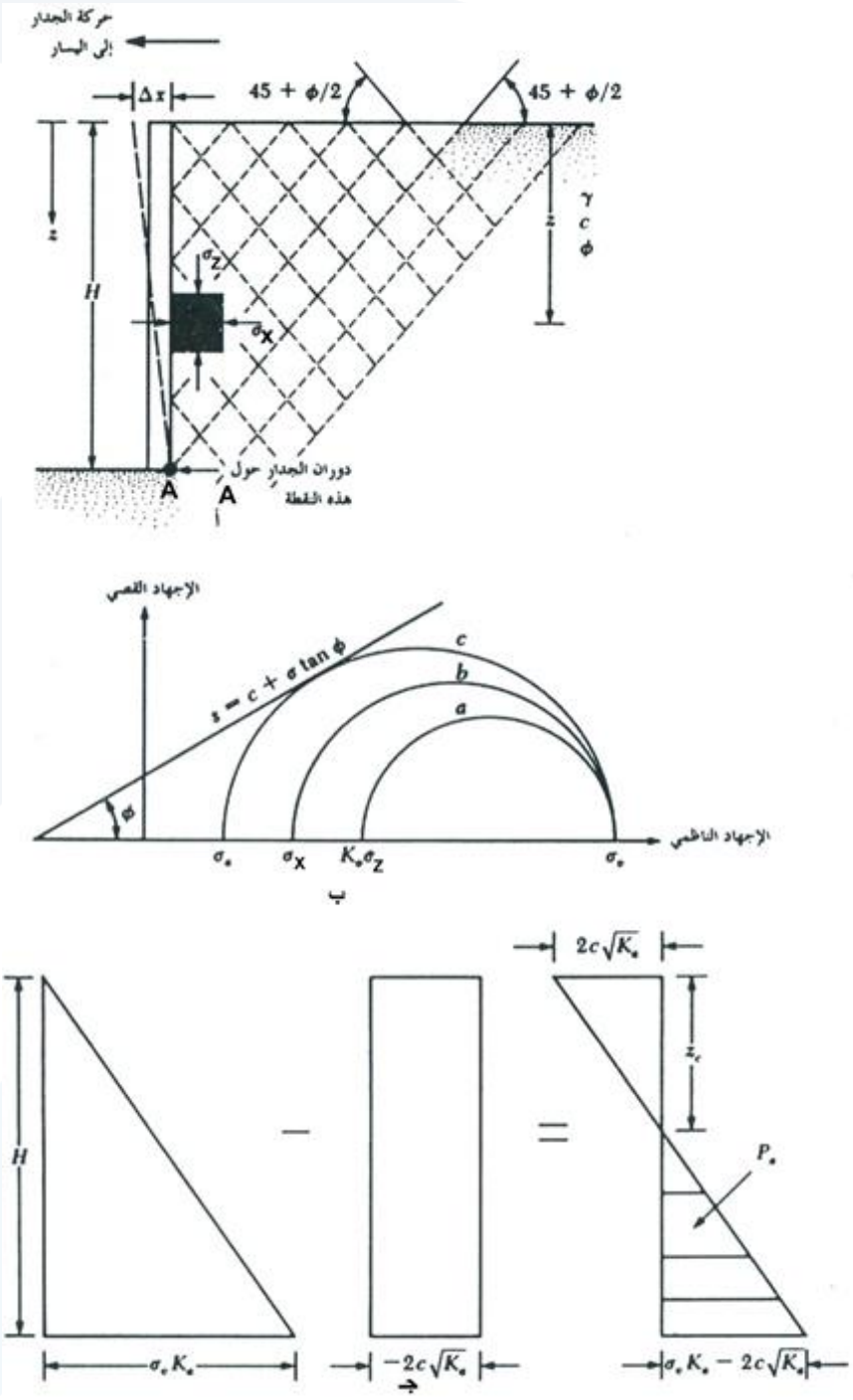
$\sigma_3 = \sigma_x$ – الإجهاد الرئيسي الثانوي , لذلك:

$$\sigma_z = \sigma_x \tan^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right) + 2c.\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right) \qquad (5-11)$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_z}{\tan^2(45+\frac{\phi}{2})} - \frac{2c}{\tan(45+\frac{\phi}{2})} \qquad (5-12)$$

أو

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_z \tan^2\left(45-\frac{\phi}{2}\right) - 2c.\tan\left(45-\frac{\phi}{2}\right) \\ \sigma_x &= \sigma_z K_a - 2C\sqrt{K_a} \end{aligned}\right\} \qquad (5-13)$$



الشكل 5-5 : الدفع الفعال لرانكين

حيث:

$$K_a = \tan^2\left(45 - \frac{\phi}{2}\right)$$

K_a : معامل الدفع الجانبي الفعال (الايجابي)

من العلاقة (5−13) نرى أنه عندما $z = 0$ فإن دفع التربة الفعال يكون مساوياً إلى $\left(-2C\sqrt{K_a}\right)$ ويشير ذلك إلى إجهاد الشد , وهذا الإجهاد يقل مع العمق ليصل إلى قيمة الصفر عند العمق $Z = Z_C$

أو:

$$\gamma\, Z_C K_a - 2C\sqrt{K_a} = 0 \qquad (5-14)$$

أو

$$Z_C = \frac{2C}{\gamma\sqrt{K_a}} \qquad (5-15)$$

حيث أن Z_C يسمى بعمق شق الشد لأن إجهاد الشد في التربة سوف يسبب الشق على طول تماس الجدار والتربة.

بعد حدوث شق الشد فإن القوة على الجدار ستقوم بتوزيع الضغط بين القيمتين $Z = Z_C$ إلى $Z = H$.

كما هو مبين بالمساحة المهشرة على الشكل (5−5 ج) والتي يعبر عنها كالتالي:

$$P_a = \frac{1}{2}\left(H - Z_C\right)\left(\gamma\, H\, K_a - 2C\sqrt{K_a}\right) \qquad (5-16)$$

أو

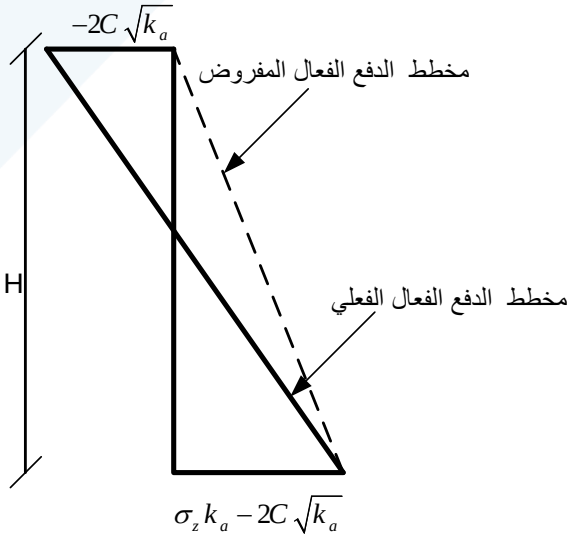
$$P_a = \frac{1}{2}\left(H - \frac{2C}{\gamma\sqrt{K_a}}\right)\left(\gamma\, H\, K_a - 2C\sqrt{K_a}\right) \qquad (5-17)$$

من أجل أهداف حسابية لبعض مسائل تصميم الجدران الاستنادية، فإن مخطط الضغط الجانبي يعتبر كمخطط الضغط لتربة مفككة مع الحفاظ على قيمة الضغط المحسوب للتربة المتماسكة على العمق H (الخط المنقط على الشكل 5−6).

في مثل هذه الحالة فإن القوة الفعالة بواحدة الطول للجدار تساوي إلى:

$$P_a = \frac{1}{2}H\left(\gamma\, H\, K_a - 2C\sqrt{K_a}\right) = \frac{1}{2}\gamma\, H^2 K_a - CH\sqrt{K_a} \qquad (5-18)$$

من ناحية أخرى فإننا نصل لحالة ضغط التربة الفعال فقط إذا تحرك الجدار بشكل كاف أي بمقدار يتراوح بين $0{,}004H - 0{,}001H$, إذا كانت التربة خلف الجدار مفككة , وبمقدار يتراوح بين $(0{,}04H, 0{,}01H)$ إذا كانت التربة المردومة خلف الجدار متماسكة .



الشكل 5−6 : مخطط الدفع الفعال المفترض لتربة ردم متماسكة خلف الجدار

ثانياً : دفع التربة السلبي (المعاكس) لرانكين.

يبين الشكل (7–5) جدار استنادي شاقولي عديم الاحتكاك مع ردم خلفي أفقي.

إذا اقتطعنا عنصراً من التربة على عمق Z , فإن الدفع الشاقولي بشكل مبدئي على هذا العنصر $\sigma_Z = \gamma Z$.

فإذا لم يتشوه الجدار فإن الإجهاد الجانبي على هذا العمق يكون الضغط الجانبي مساوياً للضغط الساكن:

$$\sigma_X = \sigma_0 = K_0 \sigma_Z \qquad (5-19)$$

إن حالة الإجهاد هذه محددة بدائرة مور المبينة على الشكل (7–5 ب) .

إذا حدث وأن اندفع الجدار بمقدار Δx إلى كتلة التربة كما هو مبين على الشكل (7–5 أ) فإن الإجهاد الشاقولي على عمق Z سوف يبقى نفسه, ولكن الإجهاد الأفقي سوف يزداد وهكذا فإن σ_X ستكون أكبر من $K_0\sigma_Z$, وحالة الإجهاد هذه موضحة بواسطة دائرة مور/b/ على الشكل (7–5 ب).

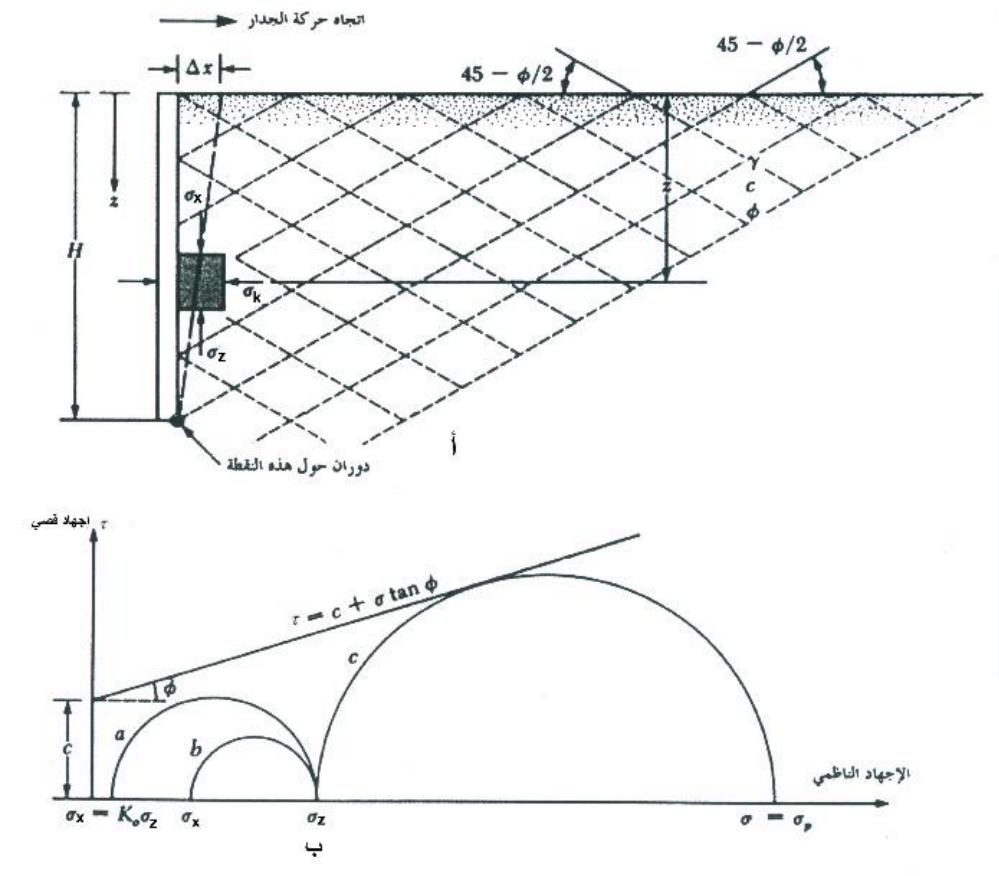
إذا تحرك الجدار أكثر إلى الداخل، فإن الإجهادات على العمق z سوف تصل إلى الحد الأعلى وستمثل بدائرة مور /c/ على الشكل (7–5 ب) .

من الشكل نرى بأن دوائر مور تمس مغلف الانهيار لمور– كولومب، وهذا يعني بدوره بأن التربة خلف الجدار سوف تنهار, وتندفع إلى الأعلى ,وتتشكل شبكة خطوط انزلاق على شكل حزمتي مستقيمات متقاطعة , تميل على الأفق $\left(45-\frac{\phi}{2}\right)$ كما في الشكل (7–5 أ).

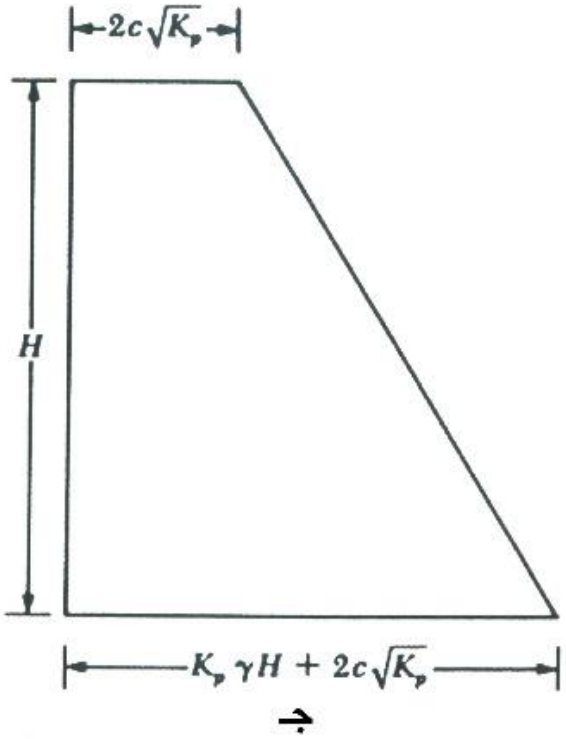
الإجهاد σ_X في هذه النقطة يدعى بدفع رانكين السلبي أو المعاكس أو $\sigma_X = \sigma_p$.

من أجل دائرة مور /c/ المبينة على الشكل (7–5 ب) فإن الإجهاد الرئيسي الأساسي هو σ_p والإجهاد الأساسي الثانوي سيكون σ_z وبذلك فنكون σ_p مساوية إلى:

$$\sigma_p = \sigma_z \tan^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right) + 2c\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right) \qquad (5-20)$$



الشكل 7-5 : دفع رانكين السلبي



الشكل 7-5 : دفع رانكين السلبي

حيث أن:

K_p : معامل رانكين لدفع التربة السلبي يساوي :

$$K_p = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) \qquad (5-21)$$

فإن العلاقة (5-20) تكتب على النحو التالي :

$$\sigma_p = \sigma_z K_p + 2C\sqrt{K_P} \qquad (5-22)$$

يظهر الشكل 7-5 ج مخطط الدفع السلبي للجدار باستخدام العلاقة السابقة. نلاحظ بأن:

(5-23) عند $Z = 0$ فإن: $\sigma_Z = 0, \sigma_P = 2C\sqrt{K_P}$

(5-24) عند $Z = H$ فإن: $\sigma_Z = \gamma H, \sigma_P = \gamma H K_P + 2C\sqrt{K_P}$

يمكن تحديد القوة السالبة بواحدة الطول للجدار من مساحة مخطط الدفع، بالعلاقة:

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_p + 2CH\sqrt{K_p} \qquad (5-25)$$

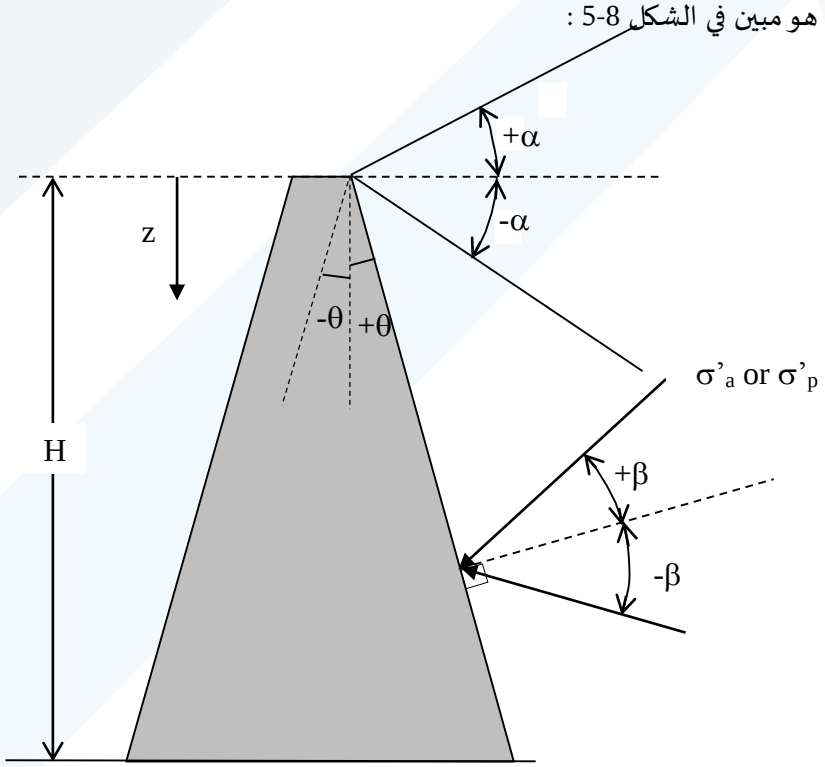
يحتاج تولد الضغط السلبي إلى انتقال للجدار بمقدار أكبر من الضغط الفعال. يبين الجدول 2-5 الانتقال اللازم للجدار من أجل الوصول إلى كامل الضغط السلبي من أجل الترب المفككة والترب المتماسكة.

الجدول 2-5 : الانتقال اللازم للجدار من أجل الوصول إلى كامل الضغط السلبي لرانكين من أجل الترب المفككة والترب المتماسكة.

نوعية التربة	انتقال الجدار من أجل حالة سلبية، Δx
رمل كثيف	0.005H
رمل مخلخل	0.01H
غضار كثيف	0.1H
غضار رخو (طري)	0.05H

تعميم نظرية رانكين لحالتي الضغط الفعال والسلبي

يمكن تعميم نظرية رانكين للضغط الفعال والسلبي لحالة وجه خلفي مائل للجدار في حالة **الردم بتربة مفككة خلف الجدار** كما هو مبين في الشكل 5-8 :



الشكل 5-8 : الحالة العامة لضغوط رانكين الفعالة والسلبية

الضغط الفعال

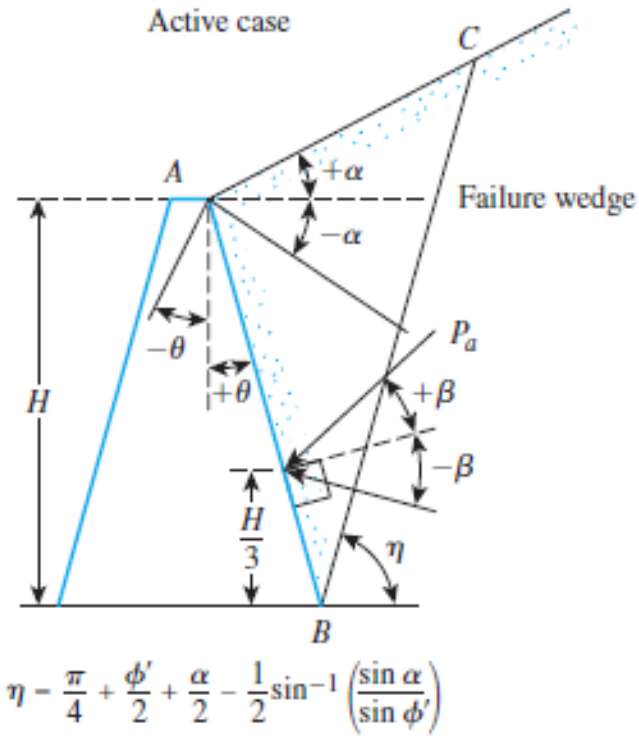
يعطى الضغط الجانبي الفعال على عمق خلف الجدار بالعلاقة التالية :

$$\sigma'_a = \frac{\gamma . z \cos\alpha \sqrt{1+\sin^2\phi' - 2\sin\phi'\cos\psi_a}}{\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\phi' - \sin^2\alpha}}$$

$$\psi_a = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\phi'}\right) - \alpha + 2\theta \qquad (5-26)$$

يميل الضغط σ_a عن الناظم على الوجه الخلفي للجدار بزاوية β (الشكل 5-9).

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\phi'\sin\psi_a}{1-\sin\phi'\cos\psi_a}\right) \qquad (5-27)$$



الشكل 5-9 : موقع محصلة الضغط الفعال Pa

وتكون قوة الدفع الفعال في واحدة الطول Pa تساوي :

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)}$$

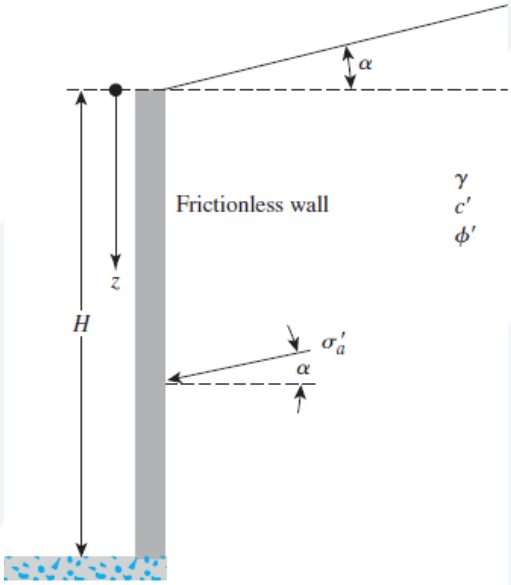
$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\phi' - 2\sin\phi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\phi' - \sin^2\alpha}\right)} \qquad (5-28)$$

ويميل مستوي الانهيار BC بالزاوية η التي تعطى بالعلاقة :

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\phi'}\right) \qquad (5-29)$$

وعندما يكون الوجه الخلفي للجدار شاقولي (θ=0)، تكون α=β (الشكل 5-10) ويصبح عامل الدفع الجانبي الفعال لرانكين :

$$K_{a(R)} = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi'}} \qquad (5-30)$$



الشكل 5-10 : الدفع الفعال لرانكين لحالةجدار شاقولي أملس مع سطح تربة مائل خلفه

الضغط السلبي لرانكين

يعطى الضغط الجانبي السلبي على عمق z خلف الجدار بالعلاقة التالية :

$$\sigma'_p = \frac{\gamma . z\cos\alpha\sqrt{1+\sin^2\phi' + 2\sin\phi'\cos\psi_p}}{\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\phi' - \sin^2\alpha}}$$

$$\psi_p = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\phi'}\right) + \alpha - 2\theta \qquad (5-31)$$

يميل الضغط σ'p عن الناظم على الوجه الخلفي للجدار بزاوية β (الشكل 5-11) .

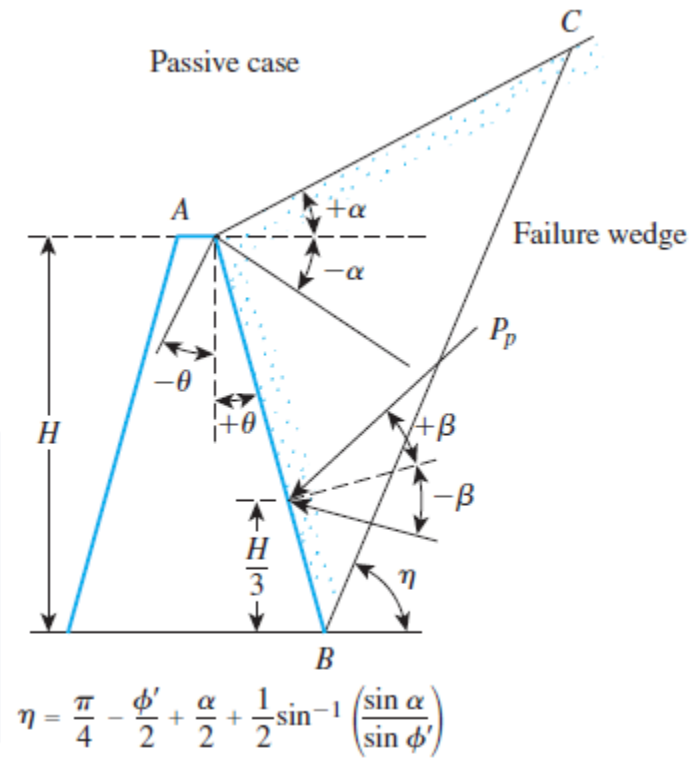
$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\phi'\sin\psi_p}{1+\sin\phi'\cos\psi_p}\right) \qquad (5-32)$$

وتكون قوة الدفع السلبي في واحدة الطول Pp تساوي :

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\phi' + 2\sin\phi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\phi' - \sin^2\alpha}\right)} \qquad (5-33)$$

يبين الشكل التالي موقع القوة Pp



الشكل 5-11 : موقع محصلة الضغط السلبي Pp

وعندما يكون الوجه الخلفي للجدار شاقولي (θ=0)، يصبح عامل الدفع الجانبي السلبي :

$$K_{p(R)} = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi'}} \qquad (5-34)$$

يبين الجدول 5-3 تغير عامل رانكين للدفع السلبي مع تغير α و ϕ′. في هذه الحالة، تصنع القوة Pp مع الناظم على الوجه الخلفي للجدار زاوية α

الجدول 5-3 : تغير عامل رانكين للدفع السلبي مع تغير α و ϕ′.

Table 13.3 Passive Earth Pressure Coefficient, $K_{p(R)}$ [Eq. (13.34)]

	ϕ' (deg) →						
↓ α (deg)	28	30	32	34	36	38	40
0	2.770	3.000	3.255	3.537	3.852	4.204	4.599
5	2.715	2.943	3.196	3.476	3.788	4.136	4.527
10	2.551	2.775	3.022	3.295	3.598	3.937	4.316
15	2.284	2.502	2.740	3.003	3.293	3.615	3.977
20	1.918	2.132	2.362	2.612	2.886	3.189	3.526
25	1.434	1.664	1.894	2.135	2.394	2.676	2.987

قوة الدفع الفعال والدفع السلبي لرانكين لحالة تربة ذات C′ و ϕ′ مع سطح تربة مائل خلف الجدار

يبين الشكل 5-12 جداراً استنادياً وجهه الخلفي شاقولي، يحجز خلفه تربة ذات C′ و ϕ′ وسطحها مائل بزاوية α .

يعطى الضغط الفعال للتربة على الجدار بالعلاقة :

$$\sigma'_a = \gamma z K_{a(R)} = \gamma z K'_{a(R)} \cos\alpha \qquad (5-35)$$

Ka(R) عامل رانكين للدفع الفعال

$$K_{aR} = \frac{K'_{a(R)}}{\cos\alpha} \qquad (5-36)$$

$$K'_{a(R)} = \frac{1}{\cos^2\phi'}\left[2\cos^2\alpha + \frac{2C'}{\gamma.z}\cos\phi'\sin\phi' - \sqrt{4\cos^2\alpha(\cos^2\alpha - \cos^2\phi') + 4\left(\frac{C'}{\gamma.z}\right)^2\cos^2\phi' + 8\left(\frac{C'}{\gamma.z}\right)\cos^2\alpha\sin\phi'\cos\phi'}\right] - 1 \qquad (5-37)$$

كما يعطى الضغط السالب للتربة على الجدار بالعلاقة :

$$\sigma'_p = \gamma z K_{p(R)} = \gamma z K'_{p(R)} \cos\alpha \qquad (5-38)$$

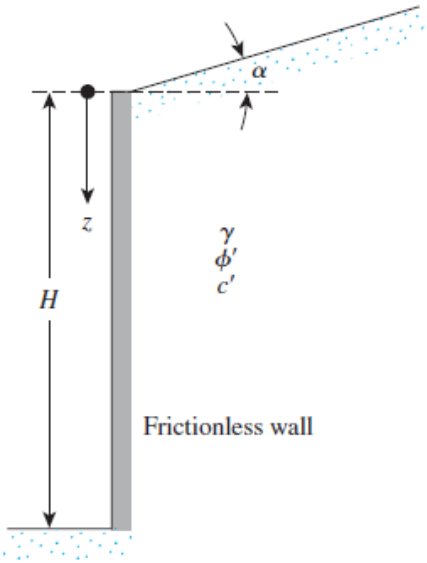
Kp(R) عامل رانكين للدفع السلبي

$$K_{p(R)} = \frac{K'_{p(R)}}{\cos\alpha} \qquad (5-39)$$

$$K'_{p(R)} = \frac{1}{\cos^2\phi'}\left[2\cos^2\alpha + \frac{2C'}{\gamma.z}\cos\phi'\sin\phi' + \sqrt{4\cos^2\alpha(\cos^2\alpha - \cos^2\phi') + 4\left(\frac{C'}{\gamma.z}\right)^2\cos^2\phi' + 8\left(\frac{C'}{\gamma.z}\right)\cos^2\alpha\sin\phi'\cos\phi'}\right] - 1 \qquad (5-40)$$

ويعطى عمق شق الشد بالعلاقة :

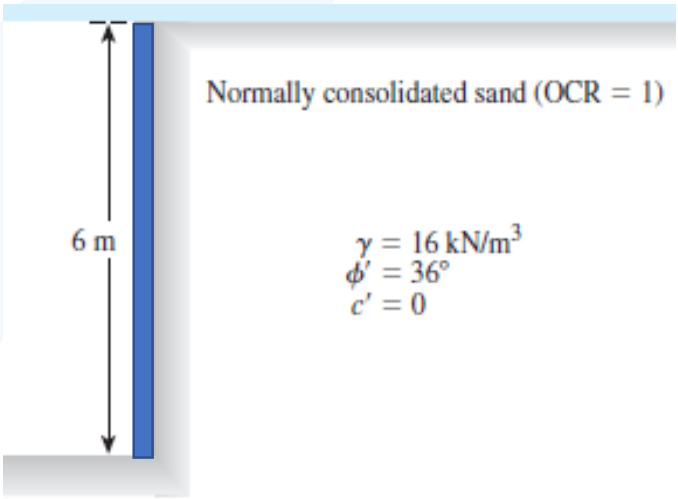
$$z_0 = \frac{2C'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}} \qquad (5-41)$$



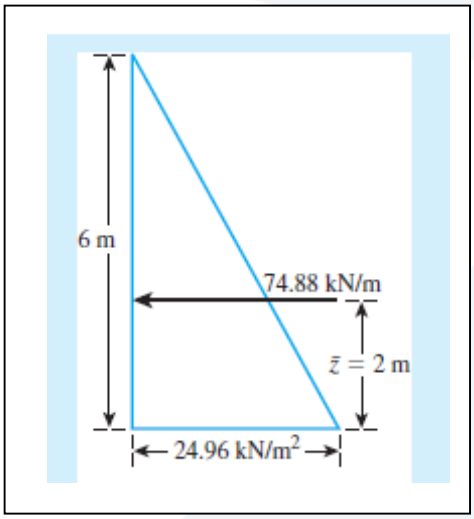
الشكل 5-12 : حالةجدار شاقولي أملس يحجز خلفه تربة تربة ذات C′ و ϕ′ مع سطح تربة مائل خلفه

مثال

جدار بارتفاع مبين بالشكل المرفق. احسب دفع رانكين الفعال و السلبي على واحدة طول الجدار.



الحل :



$$K_a = \tan^2(45 - \frac{\phi'}{2}) = \tan^2(45 - \frac{36}{2}) = 0.26$$

$$K_p = \tan^2(45 + \frac{\phi'}{2}) = \tan^2(45 + \frac{36}{2}) = 3.85$$

$$At\ z = 0 : \sigma'_z = 0$$

$$\sigma'_a = 0$$

$$\sigma'_p = 0$$

$$At\ z = 6m : \sigma'_z = 16 * 6 = 96 kN/m^2$$

$$\sigma'_a = 96 * 0.26 = 24.96 kN/m^2$$

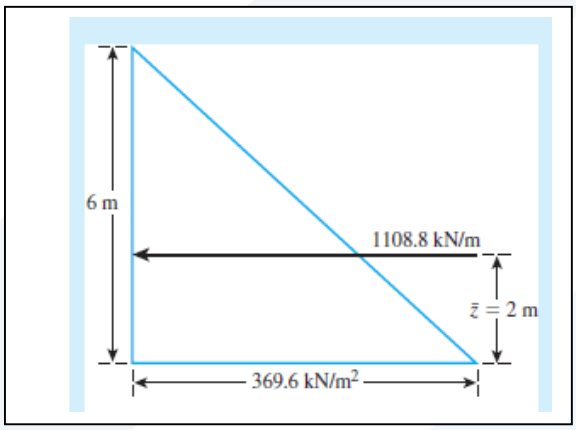
$$\sigma'_p = 96 * 3.85 = 369.6\ kN/m^2$$

$$P_a = \sigma_a . \frac{H}{2} = 24.96 * \frac{6}{2} = 74.88\ kN/m$$

$$\bar{Z} = 2m$$

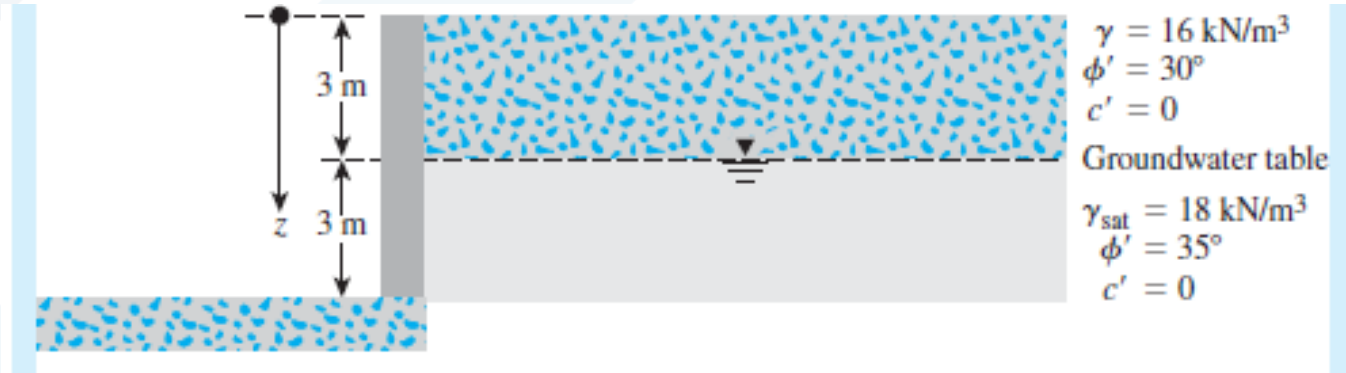
$$P_p = \sigma_p . \frac{H}{2} = 369.6 * \frac{6}{2} = 1108.8\ kN/m$$

$$\bar{Z} = 2m$$



مثال

جدار بارتفاع بارتفاع 6m يحجز خلفه تربة مكونة من طبقتين بارتفاع 3m لكل طبقة، مواصفات الطبقتين مبينة بالشكل المرفق. احسب دفع رانكين الفعال وموقع المحصلة على الجدار.



الحل :

$$K_{a1} = \tan^2(45 - \frac{30}{2}) = 0.333$$

$$K_{a2} = \tan^2(45 - \frac{35}{2}) = 0.271$$

$$At\ z = 0 : \sigma'_z = 0$$

$$\sigma'_a = 0$$

$$At\ z = 3m : \sigma'_z = 16 * 3 = 48 kN/m^2$$

$$\sigma'_{a-up} = 48 * 0.333 = 16 kN/m^2$$

$$\sigma'_{a-down} = 48 * 0.271 = 13 kN/m^2$$

$$At\ z = 6m : \sigma'_z = 48 + 8 * 3 = 72 kN/m^2$$

$$\sigma'_a = 72 * 0.271 = 19.5 kN/m^2$$

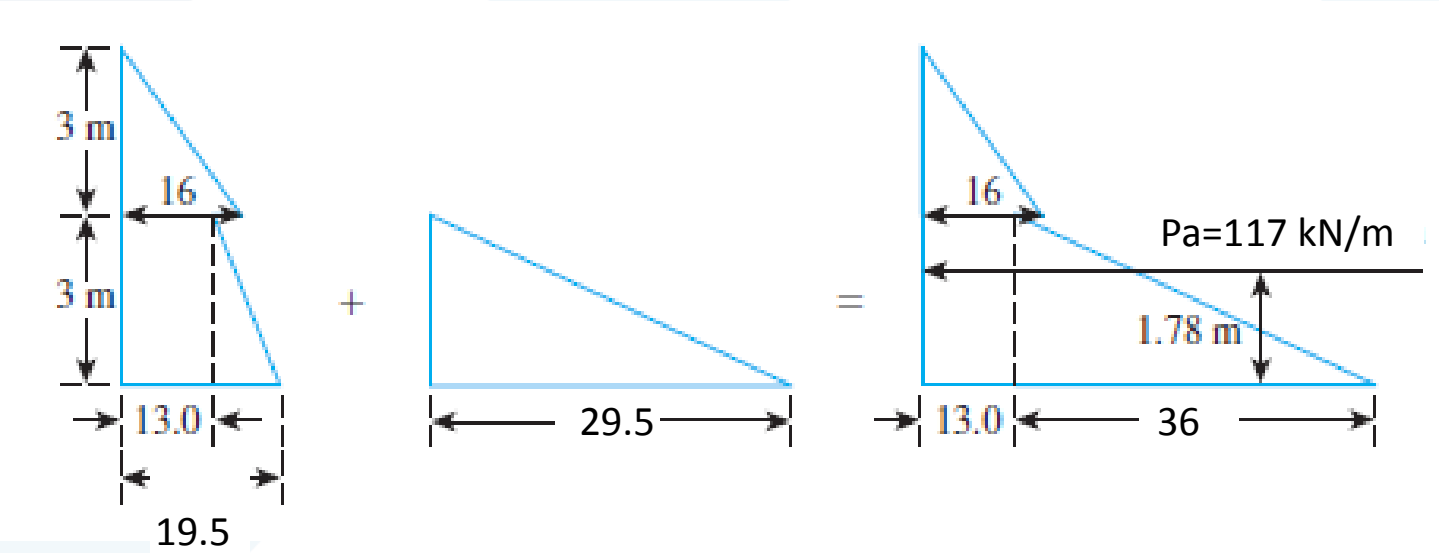
$$u = 10 * 3 = 30 kN/m^2$$

$$\sigma_a = 19.5 + 30 = 49.5 kN/m^2$$

$$P_a = 16.\frac{3}{2} + 13*3 + 36*\frac{3}{2}$$

$$= 24 + 39 + 54 = 117\ kN/m$$

$$\bar{Z} = \frac{24*4 + 39*1.5 + 54*1}{117} = 1.78m$$



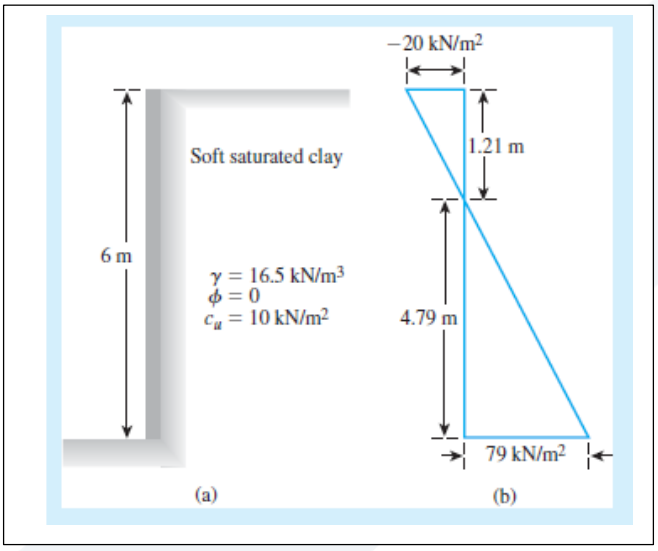
مثال

جدار بارتفاع 6m يحجز خلفه تربة غضارية مشبعة مواصفاتها مبينة على الشكل. يطلب ما يلي :

1- حساب العمق الأعظمي لشق الشد

2- حساب محصلة الدفع الفعال قبل حدوث الشق

3- حساب محصلة الدفع الفعال بعد حدوث الشق



الحل :

-1

$$\sigma_a = \gamma . z . K_a - 2C . K_a$$

$$\sigma_a = 0 \Rightarrow z = H_c = \frac{2C}{\gamma} = \frac{2*10}{16.5} = 1.21\, m$$

-2

$$\phi = 0 \Rightarrow K_a = 1$$

$$At\ z = 0, \sigma_a = -2C_u = -20\ kN/m^2$$

$$At\ z = 6m, \sigma_a = 16.5*6 - 2*10 = 79\ kN/m^2$$

محصلة الدفع الفعال قبل حدوث الشق :

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 - 2C_u\ H = 0.5*16.5*36 - 2*10*6 = 177\ kN/m^2$$

3-محصلة الدفع الفعال بعد حدوث الشق :

$$P_a = \frac{1}{2}\sigma_a . (H - H_c) = 0.5*79*(6-1.21) = 189.2\ kN/m^2$$

مثال :

لدينا جدار استنادي أملس ارتفاعه 5.5m يسند تربة رملية لها الخواص:

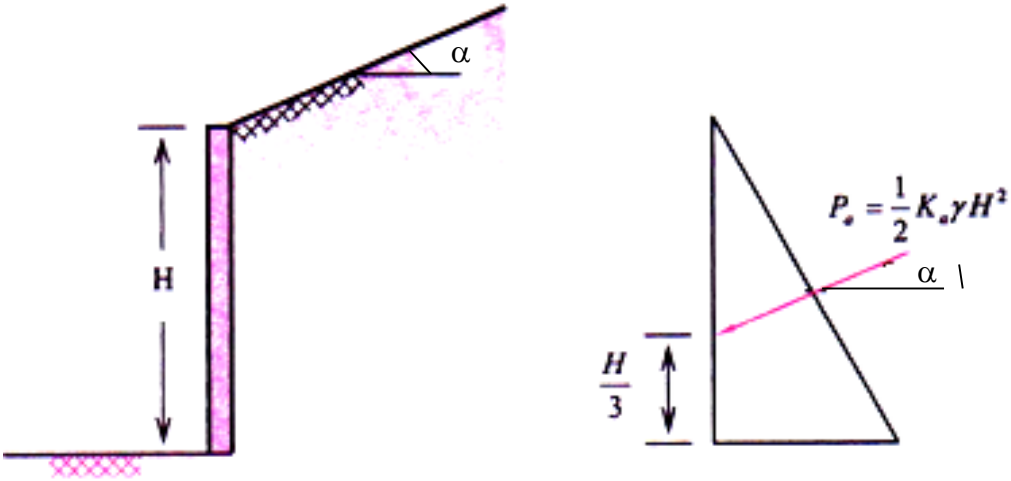
$$\phi = 35^\circ$$

$$c = 0$$

$$\gamma = 17.KN/m^2$$

بافتراض أن سطح التربة يمتد أفقياً، احسب محصلة كل من الضغط الفعال والسلبي ونقطة تأثي كل منهما.

بافتراض أن سطح التربة يميل بزاوية $\alpha = 10^\circ$ كما في الشكل التالي. احسب محصلة الضغط الفعال ونقطة تأثيرها



الحل:

أ) حالة امتداد سطح التربة أفقياً:

$$K_a = tg^2\left(45 - \frac{35}{2}\right) = 0.271$$

$$K_P = tg^2\left(45 - \frac{35}{2}\right) = 3.690$$

محصلة الضغط الفعال لكل متر طولي من الجدار الاستنادي:

$$P_a = \frac{1}{2}K_a\gamma H^2 = \frac{1}{2}\times 0.271\times 17\times (5.5)^2 = 69.68KN/m$$

محصلة الضغط السلبي لكل متر طولي من الجدار الساند:

$$P_P = \frac{1}{2}K_P\gamma H^2 = \frac{1}{2}\times 3.690\times 17\times (5.5)^2 = 948.80KN/m$$

نقطة تأثير كلا المحصلتين تقع على ارتفاع $\frac{H}{3} = 1.83m$ من قاعدة الجدار الساند.

ب) حالة امتداد سطح التربة خلف الحائط بزاوية $\alpha = 10^\circ$

محصلة الضغط $K_a = \cos\alpha.\frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\phi}} = \cos 10\times\frac{\cos 10 - \sqrt{\cos^2 10 - \cos^2 35}}{\cos 10 + \sqrt{\cos^2 10 - \cos^2 35}} = 0.282$

الفعال لكل متر طولي من الجدار الساند:

$$P_a = \frac{1}{2}K_a\gamma H^2 = \frac{1}{2}\times 0.282\times 17\times (5.5)^2 = 72.51KN/m$$

نقطة تأثير محصلة الضغط الفعال تقع على ارتفاع $\frac{H}{3} = 1.83m$ من قاعدة الجدار الساند.

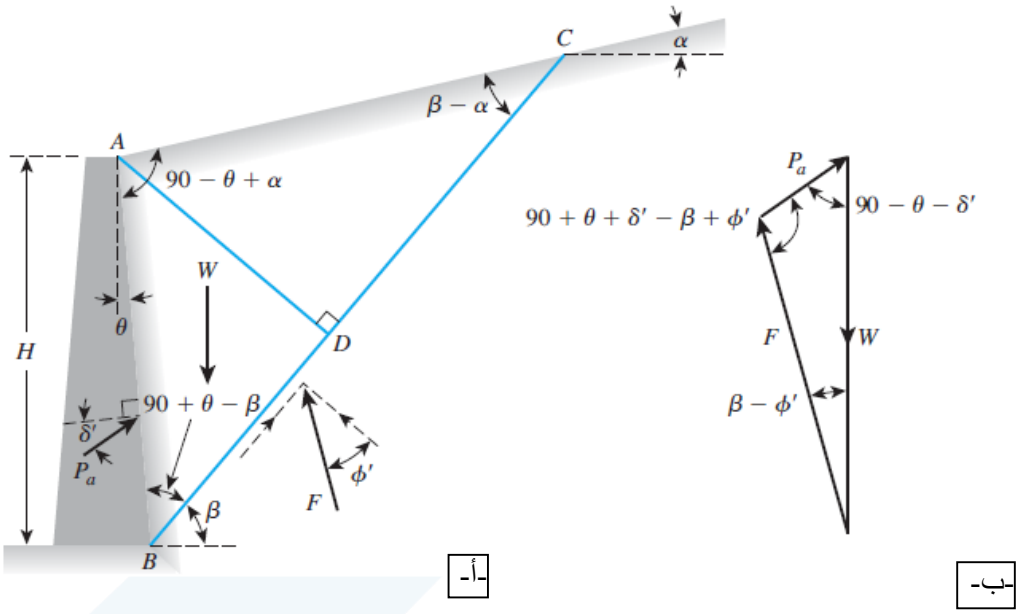
الضغط الفعال لكولومب

ليكن AB الوجه الخلفي لجدار يحجز خلفه **تربة مفككة** يميل سطحها عن الأفق بزاوية α . BC يمثل سطح الانهيار التجريبي (الشكل 5-13). بدراسة توازن البلوك ABC المحتمل انهياره. وكما هو مبين على الشكل فإنه تؤثر القوى التالية على هذا البلوك :

1- وزن البلوك W

2- محصلة القوى الناظمية وقوى القص على مستوي الانهيار المحتمل BC, وهذه المحصلة تميل بزاوية ϕ′ عن الناظم على مستوي الانهيار

3- محصلة الدفع الفعال على واحدة طول الجدار Pa, وهذه المحصلة تميل بزاوية δعن الناظم على الوجه الخلفي للجدار والتي تمثل زاوية الاحتكاك بين التربة والجدار



الشكل 5-13 : الضغط الفعال لكولومب

من أجل التوازن, يمكن رسم مثلث القوى المبين بالشكل 5-13ب بما أن إحدى القوى الثلاثة (W) معلومة القيمة و اتجاهات القوى الثلاثة محددة فإنه يمكن تحديد القوة الفعالة P_a من أجل موشور الانهيار ABC كما يلي :

$$\frac{W}{\sin(90+\theta+\delta'-\beta+\phi')} = \frac{P_a}{\sin(\beta-\phi')}$$

Or

$$P_a = \frac{\sin(\beta-\phi')}{\sin(90+\theta+\delta'-\beta+\phi')}W \qquad (5-42)$$

بنفس الطريقة يمكن حساب الدفع الجانبي الفعال من أجل المواشير الأخرى (ABC_2، ABC_3، ...) و تكون القيمة الأعظمية لـ P_a هي الدفع الفعال لكولومب و التي يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 \left[\frac{\cos(\theta-\beta)\cos(\theta-\alpha)\sin(\beta-\phi')}{\cos^2\theta \sin(\beta-\alpha)\sin(90+\theta+\delta'-\beta+\phi')} \right] \qquad (5-43)$$

إن العوامل γ و H و θ و a و ϕ' و δ' ثابتة باستثناء فهي متغيرة، لذلك ومن أجل تحديد القيمة الحدية لـ من أجل القيمة الأعظمية لـ فإننا نعتبر أن مشتق Pa بالنسبة إلى β يساوي الصفر : $\frac{dP_a}{d\beta} = 0$

بحل العلاقة السابقة والتبديل بقيمة β نحصل على علاقة الضغط الفعال التي تكتب على الشكل التالي :

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \qquad (5-44)$$

Ka معامل كولومب للدفع الفعال ويعطى بالعلاقة التالية :

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi'-\theta)}{\cos^2\theta\cos(\delta'+\theta)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\delta'+\phi')\sin(\phi'-\alpha)}{\cos(\delta'+\theta)\cos(\theta-\alpha)}}\right]^2} \qquad (5-45)$$

نشير إلى أنه في حالة $\alpha = 0, \theta = 0, \delta' = 0$ يصبح عامل الدفع الفعال لكولومب مساوياً لـ $\frac{1-\sin\phi'}{1+\sin\phi'}$ وهو مماثل لعامل رانكين للدفع الفعال.

يبين الجدول 5-4 تغير عامل كولومب للدفع الفعال K_a مع ϕ' و δ' لجدار وجهه الخلفي شاقولي (θ=0) وسطح الأرض خلف الجدار أفقي(α=0).

الجدول 5-4 : تغير عامل كولومب للدفع الفعال K_a مع ϕ' و δ' لجدار وجهه الخلفي شاقولي (θ=0) وسطح الأرض خلف الجدار أفقي(α=0).

Table 13.6 Values of K_a [Eq. (13.69)] for $\theta = 0°$, $\alpha = 0°$

	δ' (deg) →					
↓ ϕ' (deg)	0	5	10	15	20	25
28	0.3610	0.3448	0.3330	0.3251	0.3203	0.3186
30	0.3333	0.3189	0.3085	0.3014	0.2973	0.2956
32	0.3073	0.2945	0.2853	0.2791	0.2755	0.2745
34	0.2827	0.2714	0.2633	0.2579	0.2549	0.2542
36	0.2596	0.2497	0.2426	0.2379	0.2354	0.2350
38	0.2379	0.2292	0.2230	0.2190	0.2169	0.2167
40	0.2174	0.2089	0.2045	0.2011	0.1994	0.1995
42	0.1982	0.1916	0.1870	0.1841	0.1828	0.1831

يبين الجدولان 5-5 و 5-6 تغير عامل الدفع الفعال لكولومب Ka مع تغير العوامل α و ϕ' و θ و δ' (الجدول 5-5 من أجل δ'=2/3ϕ' و الجدول 5-6 من أجل δ'=1/2ϕ').

الجدول : 5-5 تغير عامل الدفع الفعال لكولومب Ka مع تغير العوامل α و ’ϕ و θ و ’δ (حالة ’δ’=2/3ϕ)

Table 13.7 Values of K_a [Eq. (13.69)] (*Note:* $\delta' = \frac{2}{3}\phi'$)

α (deg)	ϕ' (deg)	θ (deg) 0	5	10	15	20	25
0	28	0.3213	0.3588	0.4007	0.4481	0.5026	0.5662
	29	0.3091	0.3467	0.3886	0.4362	0.4908	0.5547
	30	0.2973	0.3349	0.3769	0.4245	0.4794	0.5435
	31	0.2860	0.3235	0.3655	0.4133	0.4682	0.5326
	32	0.2750	0.3125	0.3545	0.4023	0.4574	0.5220
	33	0.2645	0.3019	0.3439	0.3917	0.4469	0.5117
	34	0.2543	0.2916	0.3335	0.3813	0.4367	0.5017
	35	0.2444	0.2816	0.3235	0.3713	0.4267	0.4919
	36	0.2349	0.2719	0.3137	0.3615	0.4170	0.4824
	37	0.2257	0.2626	0.3042	0.3520	0.4075	0.4732
	38	0.2168	0.2535	0.2950	0.3427	0.3983	0.4641
	39	0.2082	0.2447	0.2861	0.3337	0.3894	0.4553
	40	0.1998	0.2361	0.2774	0.3249	0.3806	0.4468
	41	0.1918	0.2278	0.2689	0.3164	0.3721	0.4384
	42	0.1840	0.2197	0.2606	0.3080	0.3637	0.4302
5	28	0.3431	0.3845	0.4311	0.4843	0.5461	0.6190
	29	0.3295	0.3709	0.4175	0.4707	0.5325	0.6056
	30	0.3165	0.3578	0.4043	0.4575	0.5194	0.5926
	31	0.3039	0.3451	0.3916	0.4447	0.5067	0.5800
	32	0.2919	0.3329	0.3792	0.4324	0.4943	0.5677
	33	0.2803	0.3211	0.3673	0.4204	0.4823	0.5558
	34	0.2691	0.3097	0.3558	0.4088	0.4707	0.5443
	35	0.2583	0.2987	0.3446	0.3975	0.4594	0.5330
	36	0.2479	0.2881	0.3338	0.3866	0.4484	0.5221
	37	0.2379	0.2778	0.3233	0.3759	0.4377	0.5115
	38	0.2282	0.2679	0.3131	0.3656	0.4273	0.5012
	39	0.2188	0.2582	0.3033	0.3556	0.4172	0.4911
	40	0.2098	0.2489	0.2937	0.3458	0.4074	0.4813
	41	0.2011	0.2398	0.2844	0.3363	0.3978	0.4718
	42	0.1927	0.2311	0.2753	0.3271	0.3884	0.4625
10	28	0.3702	0.4164	0.4686	0.5287	0.5992	0.6834
	29	0.3548	0.4007	0.4528	0.5128	0.5831	0.6672
	30	0.3400	0.3857	0.4376	0.4974	0.5676	0.6516
	31	0.3259	0.3713	0.4230	0.4826	0.5526	0.6365
	32	0.3123	0.3575	0.4089	0.4683	0.5382	0.6219
	33	0.2993	0.3442	0.3953	0.4545	0.5242	0.6078
	34	0.2868	0.3314	0.3822	0.4412	0.5107	0.5942
	35	0.2748	0.3190	0.3696	0.4283	0.4976	0.5810
	36	0.2633	0.3072	0.3574	0.4158	0.4849	0.5682
	37	0.2522	0.2957	0.3456	0.4037	0.4726	0.5558
	38	0.2415	0.2846	0.3342	0.3920	0.4607	0.5437
	39	0.2313	0.2740	0.3231	0.3807	0.4491	0.5321
	40	0.2214	0.2636	0.3125	0.3697	0.4379	0.5207
	41	0.2119	0.2537	0.3021	0.3590	0.4270	0.5097
	42	0.2027	0.2441	0.2921	0.3487	0.4164	0.4990

تتمة الجدول : 5-5 تغير عامل الدفع الفعال لكولومب Ka مع تغير العوامل α و ϕ’ و θ و δ’ (حالة δ’=2/3ϕ’)

Table 13.7 (*continued*)

α (deg)	ϕ' (deg)	θ (deg) 0	5	10	15	20	25
15	28	0.4065	0.4585	0.5179	0.5868	0.6685	0.7670
	29	0.3881	0.4397	0.4987	0.5672	0.6483	0.7463
	30	0.3707	0.4219	0.4804	0.5484	0.6291	0.7265
	31	0.3541	0.4049	0.4629	0.5305	0.6106	0.7076
	32	0.3384	0.3887	0.4462	0.5133	0.5930	0.6895
	33	0.3234	0.3732	0.4303	0.4969	0.5761	0.6721
	34	0.3091	0.3583	0.4150	0.4811	0.5598	0.6554
	35	0.2954	0.3442	0.4003	0.4659	0.5442	0.6393
	36	0.2823	0.3306	0.3862	0.4513	0.5291	0.6238
	37	0.2698	0.3175	0.3726	0.4373	0.5146	0.6089
	38	0.2578	0.3050	0.3595	0.4237	0.5006	0.5945
	39	0.2463	0.2929	0.3470	0.4106	0.4871	0.5805
	40	0.2353	0.2813	0.3348	0.3980	0.4740	0.5671
	41	0.2247	0.2702	0.3231	0.3858	0.4613	0.5541
	42	0.2146	0.2594	0.3118	0.3740	0.4491	0.5415
20	28	0.4602	0.5205	0.5900	0.6714	0.7689	0.8880
	29	0.4364	0.4958	0.5642	0.6445	0.7406	0.8581
	30	0.4142	0.4728	0.5403	0.6195	0.7144	0.8303
	31	0.3935	0.4513	0.5179	0.5961	0.6898	0.8043
	32	0.3742	0.4311	0.4968	0.5741	0.6666	0.7799
	33	0.3559	0.4121	0.4769	0.5532	0.6448	0.7569
	34	0.3388	0.3941	0.4581	0.5335	0.6241	0.7351
	35	0.3225	0.3771	0.4402	0.5148	0.6044	0.7144
	36	0.3071	0.3609	0.4233	0.4969	0.5856	0.6947
	37	0.2925	0.3455	0.4071	0.4799	0.5677	0.6759
	38	0.2787	0.3308	0.3916	0.4636	0.5506	0.6579
	39	0.2654	0.3168	0.3768	0.4480	0.5342	0.6407
	40	0.2529	0.3034	0.3626	0.4331	0.5185	0.6242
	41	0.2408	0.2906	0.3490	0.4187	0.5033	0.6083
	42	0.2294	0.2784	0.3360	0.4049	0.4888	0.5930

الجدول : 5-6 تغير عامل الدفع الفعال لكولومب Ka مع تغير العوامل α و ’ϕ و θ و ’δ (حالة ’δ=1/2ϕ)

Table 13.8 Values of K_a [Eq. (13.69)] (*Note:* $\delta' = \phi'/2$)

α (deg)	ϕ' (deg)	θ (deg) 0	5	10	15	20	25
0	28	0.3264	0.3629	0.4034	0.4490	0.5011	0.5616
	29	0.3137	0.3502	0.3907	0.4363	0.4886	0.5492
	30	0.3014	0.3379	0.3784	0.4241	0.4764	0.5371
	31	0.2896	0.3260	0.3665	0.4121	0.4645	0.5253
	32	0.2782	0.3145	0.3549	0.4005	0.4529	0.5137
	33	0.2671	0.3033	0.3436	0.3892	0.4415	0.5025
	34	0.2564	0.2925	0.3327	0.3782	0.4305	0.4915
	35	0.2461	0.2820	0.3221	0.3675	0.4197	0.4807
	36	0.2362	0.2718	0.3118	0.3571	0.4092	0.4702
	37	0.2265	0.2620	0.3017	0.3469	0.3990	0.4599
	38	0.2172	0.2524	0.2920	0.3370	0.3890	0.4498
	39	0.2081	0.2431	0.2825	0.3273	0.3792	0.4400
	40	0.1994	0.2341	0.2732	0.3179	0.3696	0.4304
	41	0.1909	0.2253	0.2642	0.3087	0.3602	0.4209
	42	0.1828	0.2168	0.2554	0.2997	0.3511	0.4117
5	28	0.3477	0.3879	0.4327	0.4837	0.5425	0.6115
	29	0.3337	0.3737	0.4185	0.4694	0.5282	0.5972
	30	0.3202	0.3601	0.4048	0.4556	0.5144	0.5833
	31	0.3072	0.3470	0.3915	0.4422	0.5009	0.5698
	32	0.2946	0.3342	0.3787	0.4292	0.4878	0.5566
	33	0.2825	0.3219	0.3662	0.4166	0.4750	0.5437
	34	0.2709	0.3101	0.3541	0.4043	0.4626	0.5312
	35	0.2596	0.2986	0.3424	0.3924	0.4505	0.5190
	36	0.2488	0.2874	0.3310	0.3808	0.4387	0.5070
	37	0.2383	0.2767	0.3199	0.3695	0.4272	0.4954
	38	0.2282	0.2662	0.3092	0.3585	0.4160	0.4840
	39	0.2185	0.2561	0.2988	0.3478	0.4050	0.4729
	40	0.2090	0.2463	0.2887	0.3374	0.3944	0.4620
	41	0.1999	0.2368	0.2788	0.3273	0.3840	0.4514
	42	0.1911	0.2276	0.2693	0.3174	0.3738	0.4410
10	28	0.3743	0.4187	0.4688	0.5261	0.5928	0.6719
	29	0.3584	0.4026	0.4525	0.5096	0.5761	0.6549
	30	0.3432	0.3872	0.4368	0.4936	0.5599	0.6385
	31	0.3286	0.3723	0.4217	0.4782	0.5442	0.6225
	32	0.3145	0.3580	0.4071	0.4633	0.5290	0.6071
	33	0.3011	0.3442	0.3930	0.4489	0.5143	0.5920
	34	0.2881	0.3309	0.3793	0.4350	0.5000	0.5775
	35	0.2757	0.3181	0.3662	0.4215	0.4862	0.5633
	36	0.2637	0.3058	0.3534	0.4084	0.4727	0.5495
	37	0.2522	0.2938	0.3411	0.3957	0.4597	0.5361
	38	0.2412	0.2823	0.3292	0.3833	0.4470	0.5230
	39	0.2305	0.2712	0.3176	0.3714	0.4346	0.5103
	40	0.2202	0.2604	0.3064	0.3597	0.4226	0.4979
	41	0.2103	0.2500	0.2956	0.3484	0.4109	0.4858
	42	0.2007	0.2400	0.2850	0.3375	0.3995	0.4740

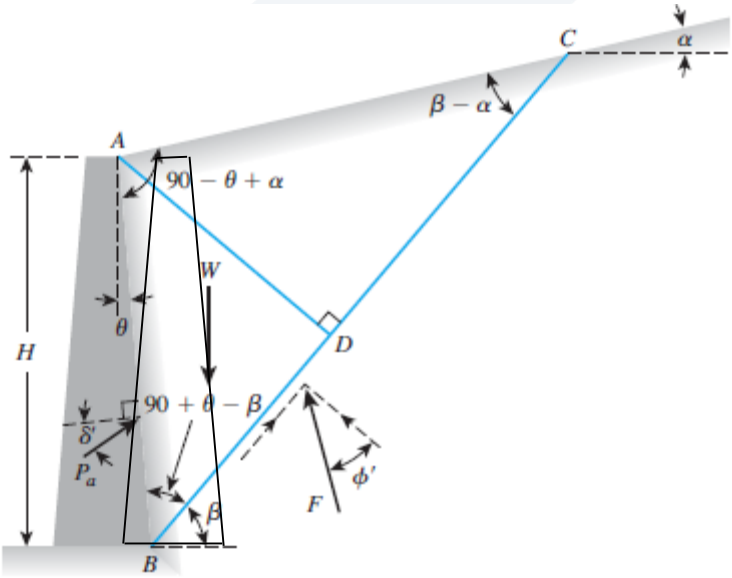
تتمة الجدول : 5-6 تغير عامل الدفع الفعال لكولومب Ka مع تغير العوامل α و ϕ’ و θ و δ’ (حالة δ’=1/2ϕ’)

Table 13.8 (*continued*)

α (deg)	ϕ' (deg)	θ (deg) 0	5	10	15	20	25
15	28	0.4095	0.4594	0.5159	0.5812	0.6579	0.7498
	29	0.3908	0.4402	0.4964	0.5611	0.6373	0.7284
	30	0.3730	0.4220	0.4777	0.5419	0.6175	0.7080
	31	0.3560	0.4046	0.4598	0.5235	0.5985	0.6884
	32	0.3398	0.3880	0.4427	0.5059	0.5803	0.6695
	33	0.3244	0.3721	0.4262	0.4889	0.5627	0.6513
	34	0.3097	0.3568	0.4105	0.4726	0.5458	0.6338
	35	0.2956	0.3422	0.3953	0.4569	0.5295	0.6168
	36	0.2821	0.3282	0.3807	0.4417	0.5138	0.6004
	37	0.2692	0.3147	0.3667	0.4271	0.4985	0.5846
	38	0.2569	0.3017	0.3531	0.4130	0.4838	0.5692
	39	0.2450	0.2893	0.3401	0.3993	0.4695	0.5543
	40	0.2336	0.2773	0.3275	0.3861	0.4557	0.5399
	41	0.2227	0.2657	0.3153	0.3733	0.4423	0.5258
	42	0.2122	0.2546	0.3035	0.3609	0.4293	0.5122
20	28	0.4614	0.5188	0.5844	0.6608	0.7514	0.8613
	29	0.4374	0.4940	0.5586	0.6339	0.7232	0.8313
	30	0.4150	0.4708	0.5345	0.6087	0.6968	0.8034
	31	0.3941	0.4491	0.5119	0.5851	0.6720	0.7772
	32	0.3744	0.4286	0.4906	0.5628	0.6486	0.7524
	33	0.3559	0.4093	0.4704	0.5417	0.6264	0.7289
	34	0.3384	0.3910	0.4513	0.5216	0.6052	0.7066
	35	0.3218	0.3736	0.4331	0.5025	0.5851	0.6853
	36	0.3061	0.3571	0.4157	0.4842	0.5658	0.6649
	37	0.2911	0.3413	0.3991	0.4668	0.5474	0.6453
	38	0.2769	0.3263	0.3833	0.4500	0.5297	0.6266
	39	0.2633	0.3120	0.3681	0.4340	0.5127	0.6085
	40	0.2504	0.2982	0.3535	0.4185	0.4963	0.5912
	41	0.2381	0.2851	0.3395	0.4037	0.4805	0.5744
	42	0.2263	0.2725	0.3261	0.3894	0.4653	0.5582

مثال :

لدينا الجدار المبين على الشكل التالي. إذا علمت أن $H = 4m, \theta = 5^O, \alpha = 10^O$ يحجز خلفه تربة رملية مواصفاتها كما يلي : $\gamma = 15kN/m^3, \phi' = 30^O, \delta' = 15^O$. يطلب حساب محصلة قوى الدفع الفعال و اتجاه ونقطة تطبيق هذه المحصلة.



الحل

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta)}{\cos^2\theta\cos(\delta' + \theta)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta' + \phi')\sin(\phi' - \alpha)}{\cos(\delta' + \theta)\cos(\theta - \alpha)}}\right]^2}$$

بالتعويض بالعلاقة السابقة أو بالعودة إلى الجدول 5-6 (δ'=1/2ϕ')نحصل على Ka=0.3872، وبالتالي فإن :

$$P_a = \frac{1}{2} * 15 * 4^2 * 0.3872 = 46.46\,kN/m$$

تقع هذه المحصلة على بعد H/3=4/3=1.33m من القاعدة وتميل بزاوية δ'=15° عن الناظم على الوجه الخلفي للجدار.

ضغط كولومب السلبي

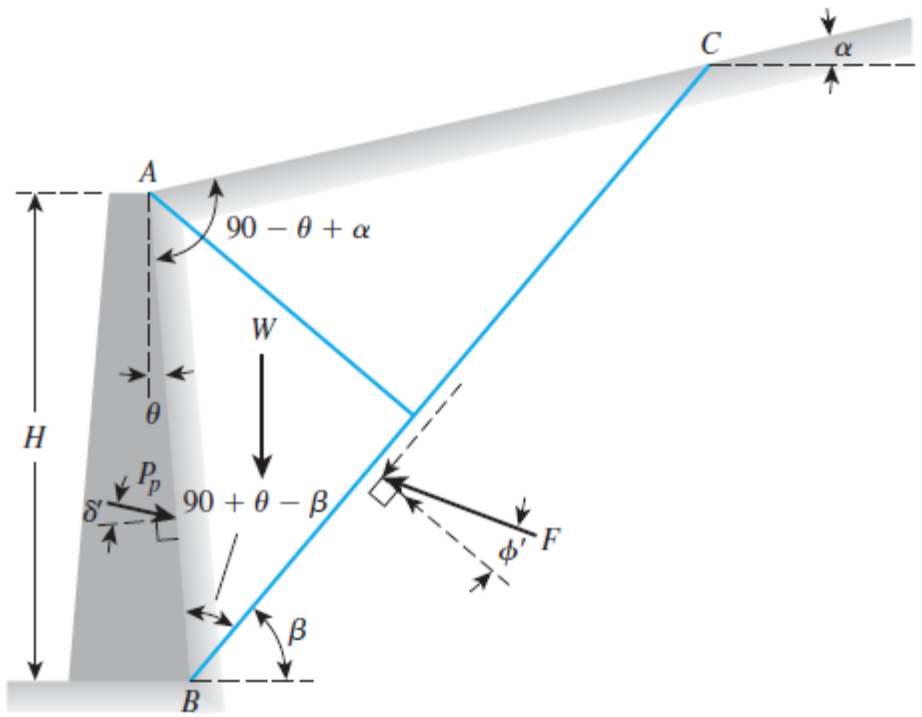
بشكل مماثل لحالة الدفع الفعال المشروحة أعلاه فقد درست نظرية كولومب دفع التربة المعاكس على جدران استنادية تحجز ردم خلفي مفككة مع أخذ احتكاك الجدار بعين الاعتبار

لتوضيح نظرية كولومب لحساب دفع التربة المعاكس لنعتبر الجدار الاستنادي المبين بالشكل 14-5. في حالة الدفع المعاكس فإن الجدار سينزاح باتجاه التربة، و في هذه الحالة افترض كولومب أيضاً بأن سطح الانهيار سيكون مستوياً. بفرض أن موشور انهيار التربة المحتمل هو ABC (السطح BC يصنع زاوية β مع الأفق) فإنه يمكن حساب قوة دفع التربة المعاكسة P_p بأخذ توازن القوى المؤثرة على موشور الانهيار و المبينة على الشكل 14-5 و هي:

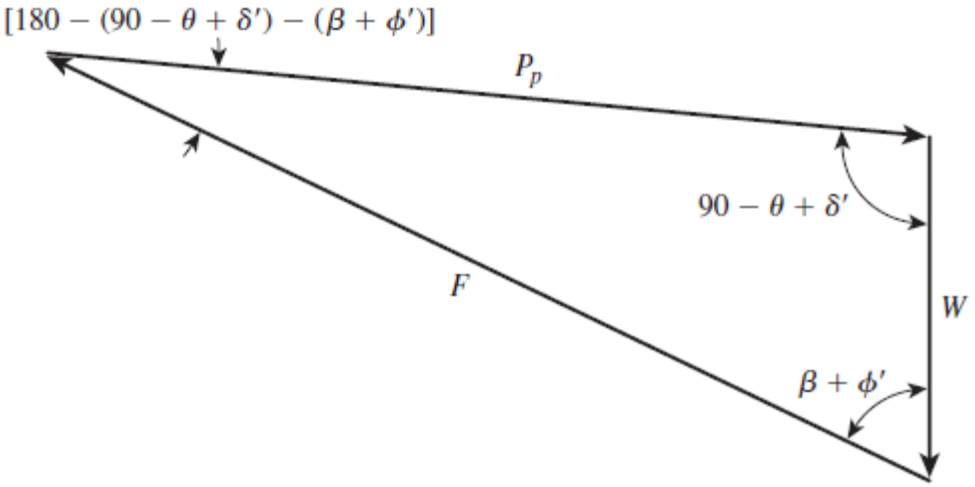
1- W: وزن التربة ضمن موشور الانهيار

2- R: محصلة القوى الناظمية و قوى القص المقاومة على طول السطح BC_1 و التي تميل بزاوية ϕ عن الناظم على السطح BC_1

3- P_p : القوة المعاكسة بواحدة الطول للجدار و التي تميل بزاوية δ' عن الناظم على الوجه الخلفي للجدار



(a)



(b)

الشكل 5-14 : الضغط السلبي لكولومب

من مثلث قوى التوازن نستطيع كتابة :

$$\frac{W}{\sin[180-(90-\theta+\delta)-(\beta+\phi')]}=\frac{P_p}{\sin(\beta+\phi')} \qquad (5-46)$$

Pp ضغط التربة السلبي على واحدة طول الجدار

$$\Rightarrow P_p=\frac{\sin(\beta+\phi')}{\sin[180-(90-\theta+\delta)-(\beta+\phi')]}W \qquad (5-47)$$

ويمكن كتابة العلاقة السابقة بالشكل :

$$P_p=\frac{1}{2}\gamma H^2 K_p \qquad (5-48)$$

حيث Kp تمثل معامل كولومب للدفع السلبي وتعطى بالعلاقة :

$$K_p=\frac{\cos^2(\phi'+\theta)}{\cos^2\theta\cos(\delta'-\theta)\left[1-\sqrt{\frac{\sin(\delta'+\phi')\sin(\phi'+\alpha)}{\cos(\delta'-\theta)\cos(\alpha-\theta)}}\right]^2} \qquad (5-49)$$

في حالة جدار سطحه الخلفي شاقولي (θ=0) وأملس (δ=0) يحجز خلفة تربة مفككة سطحها أفقي (α=0)، يصبح عامل الدفع السلبي مماثل لعلاقة لعامل الدفع السلبي لرانكين والذي يكتب على الشكل التالي :

$$K_p=\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}=\tan^2(45+\frac{\phi'}{2}) \qquad (5-50)$$

يبين الجدول 5-7 تغير عامل كولومب للدفع السلبي مع تغير ϕ’ و δ’ لحالة وجه خلفي شاقولي للجدار وسطح تربة أفقي.
نلاحظ أن عامل الدفع السلبي يزداد مع زيادة الاحتكاك بين التربة والجدار.

الجدول 7-5 : تغير عامل كولومب للدفع السلبي مع ’ϕ و ’δ لحالة وجه خلفي شاقولي للجدار وسطح تربة أفقي.

Table 13.9 Values of K_p [Eq. 13.71] for $\theta = 0°$, $\alpha = 0°$

	δ' (deg) →				
↓ ϕ' (deg)	0	5	10	15	20
15	1.698	1.900	2.130	2.405	2.735
20	2.040	2.313	2.636	3.030	3.525
25	2.464	2.830	3.286	3.855	4.597
30	3.000	3.506	4.143	4.977	6.105
35	3.690	4.390	5.310	6.854	8.324
40	4.600	5.590	6.946	8.870	11.772

قوى الدفع الفعال على الجدار مع قوى الزلازل

تعتبر الطريقة شبه الستاتيكية أكثر الطرق استخداماً لدراسة ضغط التربة على الحواجز في حالة الزلازل. بحسب هذه الطريقة, يمكن للزلزال أن يطبق على موشور الانهيار قوتين شبه ستاتيكيتين؛ أفقية وشاقولية.

هناك عدة طرق لدراسة ضغط التربة على الحواجز في حالة الزلازل أشهرها طريقة مونونوبي-أوكابة (Mononobe-Okabe).

طريقة مونونوبي-أوكابة

تستخدم طريقة مونونوبي- أوكابة بكثرة و تعتبر تعديلاً لنظرية كولومب لحساب دفع التربة الجانبي, حيث تم الافتراض بأن التربة خلف الجدار مفككة ومصرفة كما أخذ تأثير الزلازل بعين الاعتبار و ذلك بافتراض وجود قوى عطالة شبه ستاتيكية $K_h . W$ و $+K_v . W$ (أو $-K_v . W$) تؤثر في مركز ثقل موشور الانهيار (الشكل 7-15), حيث تمثل W وزن التربة ضمن موشور الانهيار.

بفرض مستوي الانهيار التجريبي BC تكون القوى المؤثرة على بلوك الانهيار ABC كالتالي :

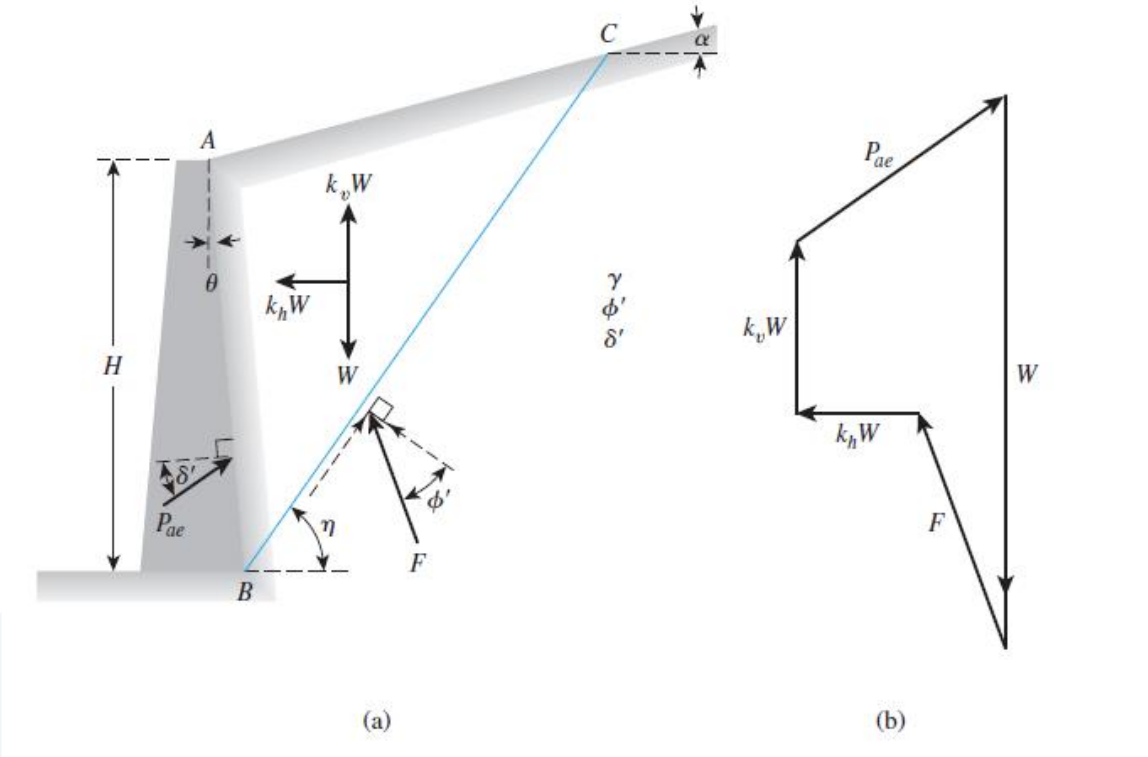
- وزن التربة ضمن موشور الانهيار W
- محصلة القوى الناظمية و قوى القص المقاومة على طول سطح الانهيار BC
- قوة الدفع الفعال لواحدة الطول P_{ae}
- قوة العطالة الأفقية $k_h . W$
- قوة العطالة الشاقولية $K_v . W$

حيث،

K_h المركبة الأفقية للتسارع الزلزالي كنسبة مئوية من g

K_v المركبة الشاقولية للتسارع الزلزالي كنسبة مئوية من g

g تسارع الجاذبية الأرضية



الشكل 5-15 : طريقة مونونوبي أوكابة

من مضـــلع قوى التوازن يظهر أن P_{ae} هي أكبر قوة ديناميكية يمكن أن تطبق من أي بلوك انهيار. يمكن التعبير عن قيمة هذه القوة بالعلاقة :

$$P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2 (1-k_v) K_{ae}$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi' - \theta - \bar{\beta})}{\cos^2\theta \cos\bar{\beta} \cos(\delta' + \theta + \bar{\beta})\left\{1 + \left[\frac{\sin(\delta' + \phi')\sin(\phi' - \alpha - \bar{\beta})}{\cos(\delta' + \theta + \bar{\beta})\cos(\theta - \alpha)}\right]^{1/2}\right\}^2}$$

and

$$\bar{\beta} = \tan^{-1}\left(\frac{k_h}{1-k_v}\right) \qquad (5-51)$$

يبين الجدول 5-8 تغير Kae في حالة θ=0 و Kv=0.

نلاحظ من العلاقة السابقة أنه في حال عدم وجود زلزال فإن: $\bar{\beta} = 0$ و بالتالي يكون: $K_{ae}=K_a$

يجب الانتباه إلى أن محصلة دفع التربة الفعال الكلي P_{ae} المحسوبة بالعلاقة 5-51 لا تؤثر على مسافة H/3 من أسفل الجدار كما هو الحال في الحساب الستاتيكي، و إنما يمكن حساب نقطة تأثيرها باتباع الخطوات التالية:

1- حساب P_{ae} (محصلة الدفع الفعال الديناميكي مع اعتبار تأثير الزلزال) من العلاقة 5-51

2- حساب P_a (محصلة الدفع الفعال الستاتيكي دون اعتبار تأثير الزلزال) من العلاقة 5-44

حيث: K_a هو معامل الدفع الفعال الستاتيكي لكولومب و الذي يحسب كما رأينا بالعلاقة5-45

3- حساب ΔP_{ae}: الفرق في محصلة دفع التربة الناتج عن تأثير الزلزال $\Delta P_{ae} = P_{ae} - P_a$

4- فرض أن P_a تؤثر على مسافة H/3 من أسفل الجدار (الشكل 5-16)

5- فرض أن ΔP_{ae} تؤثر على مسافة 0.6H من أسفل الجدار (الشكل 5-16)

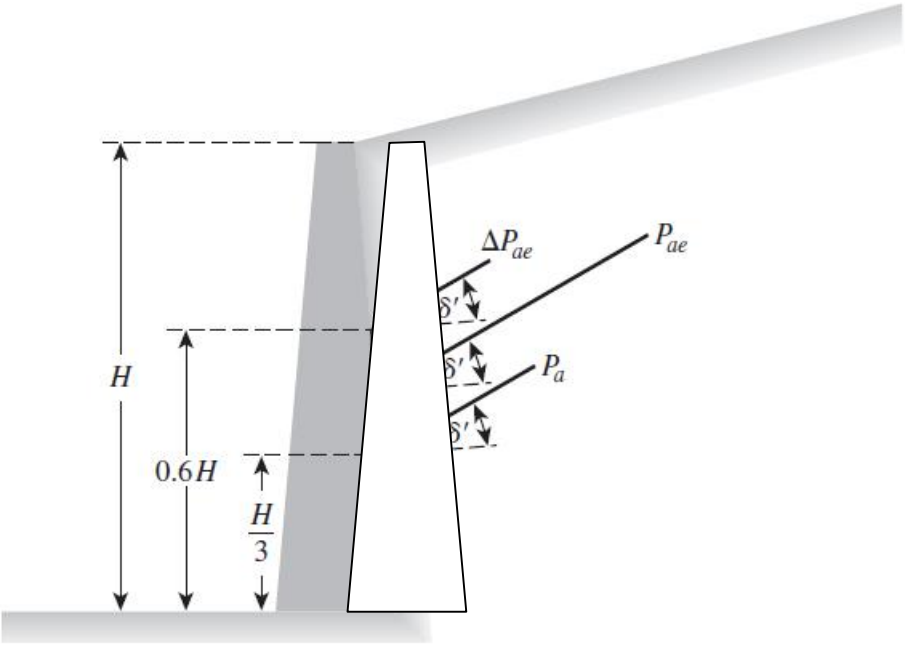
6- حساب نقطة تطبيق المحصلة P_{ae} من العلاقة التالية:

$$\bar{z} = \frac{\Delta P_{ae}.(0.6H) + P_a.\frac{H}{3}}{P_{ae}} \qquad (5-52)$$

الجدول 8-5 : تغير Kae في حالة θ=0 و Kv=0.

Table 13.10 Values of K_a^* [Eq. (13.75)] with $\theta = 0°$ and $k_v = 0$

			ϕ' (deg)				
k_h	δ' (deg)	α (deg)	28	30	35	40	45
0.1	0	0	0.427	0.397	0.328	0.268	0.217
0.2			0.508	0.473	0.396	0.382	0.270
0.3			0.611	0.569	0.478	0.400	0.334
0.4			0.753	0.697	0.581	0.488	0.409
0.5			1.005	0.890	0.716	0.596	0.500
0.1	0	5	0.457	0.423	0.347	0.282	0.227
0.2			0.554	0.514	0.424	0.349	0.285
0.3			0.690	0.635	0.522	0.431	0.356
0.4			0.942	0.825	0.653	0.535	0.442
0.5			—	—	0.855	0.673	0.551
0.1	0	10	0.497	0.457	0.371	0.299	0.238
0.2			0.623	0.570	0.461	0.375	0.303
0.3			0.856	0.748	0.585	0.472	0.383
0.4			—	—	0.780	0.604	0.486
0.5			—	—	—	0.809	0.624
0.1	$\phi'/2$	0	0.396	0.368	0.306	0.253	0.207
0.2			0.485	0.452	0.380	0.319	0.267
0.3			0.604	0.563	0.474	0.402	0.340
0.4			0.778	0.718	0.599	0.508	0.433
0.5			1.115	0.972	0.774	0.648	0.552
0.1	$\phi'/2$	5	0.428	0.396	0.326	0.268	0.218
0.2			0.537	0.497	0.412	0.342	0.283
0.3			0.699	0.640	0.526	0.438	0.367
0.4			1.025	0.881	0.690	0.568	0.475
0.5			—	—	0.962	0.752	0.620
0.1	$\phi'/2$	10	0.472	0.433	0.352	0.285	0.230
0.2			0.616	0.562	0.454	0.371	0.303
0.3			0.908	0.780	0.602	0.487	0.400
0.4			—	—	0.857	0.656	0.531
0.5			—	—	—	0.944	0.722
0.1	$\frac{2}{3}\phi'$	0	0.393	0.366	0.306	0.256	0.212
0.2			0.486	0.454	0.384	0.326	0.276
0.3			0.612	0.572	0.486	0.416	0.357
0.4			0.801	0.740	0.622	0.533	0.462
0.5			1.177	1.023	0.819	0.693	0.600
0.1	$\frac{2}{3}\phi'$	5	0.427	0.395	0.327	0.271	0.224
0.2			0.541	0.501	0.418	0.350	0.294
0.3			0.714	0.655	0.541	0.455	0.386
0.4			1.073	0.921	0.722	0.600	0.509
0.5			—	—	1.034	0.812	0.679
0.1	$\frac{2}{3}\phi'$	10	0.472	0.434	0.354	0.290	0.237
0.2			0.625	0.570	0.463	0.381	0.317
0.3			0.942	0.807	0.624	0.509	0.423
0.4			—	—	0.909	0.699	0.573
0.5			—	—	—	1.037	0.800



الشكل 16-5 : تحديد نقطة تأثير محصلة قوة الدفع الفعال P_{ae}

مثال

جدار ارتفاعه H=4m ، وجهه الخلفي شـــاقولي وزاوية احتكاك الوجه بالتربة $\delta'=15^o$ ،يحجز خلفه تربة مفككة سـطحها أفقي ومواصـفاتها كالتالي : $\gamma = 15.5 kN/m^3, \phi' = 35^o$ ومركبات التسـارع الزلزالي $k_v = 0, k_h = 0.2$.
يطلب تحديد محصلة الدفع الفعال الكلي P_{ae} ونقطة تطبيقها.

الحل

$$\bar{\beta} = \tan^{-1}\left(\frac{k_h}{1-k_v}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.2}{1-0}\right) = 0.1974 rad = 11.3^o$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi' - \theta - \bar{\beta})}{\cos^2\theta \cos\bar{\beta} \cos(\delta' + \theta + \bar{\beta})\left\{1 + \left[\frac{\sin(\delta' + \phi')\sin(\phi' - \alpha - \bar{\beta})}{\cos(\delta' + \theta + \bar{\beta})\cos(\theta - \alpha)}\right]^{1/2}\right\}^2}$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(30 - 0 - 11.3)}{\cos^2 0 \cos 11.3 \cos(15 + 0 + 11.3)\left\{1 + \left[\frac{\sin(15+30)\sin(30-0-11.3)}{\cos(15+0+11.3)\cos(0-0)}\right]^{1/2}\right\}^2} = 0.452$$

$$P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2 (1-k_v) K_{ae} = \frac{1}{2} * 15.5 * 4^2 * (1-0) * 0.452 = 56.06\ kN/m$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta)}{\cos^2\theta \cos(\delta' + \theta)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta' + \phi')\sin(\phi' - \alpha)}{\cos(\delta' + \theta)\cos(\theta - \alpha)}}\right]^2}$$

$$K_a = \frac{\cos^2(30 - 0)}{\cos^2 0 \cos(15 + 0)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(15 + 30)\sin(30 - 0)}{\cos(15 + 0)\cos(0 - 0)}}\right]^2} = 0.301$$

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 \ K_a = \frac{1}{2} * 15.5 * 4^2 * 0.301 = 37.32 \ kN/m$$

$$\Delta P_{ae} = P_{ae} - p_a = 56.06 - 37.32 = 18.74 \ kN/m$$

بعد نقطة تطبيق P_{ae} عن قاعدة الجدار

$$\bar{z} = \frac{P_a\left(\frac{H}{3}\right) + \Delta P_{ae}(0.6H)}{P_{ae}} = \frac{37.32\left(\frac{4}{3}\right) + 18.74(0.6 * 4)}{56.06} = 1.69m$$

Active Case ($c'-\phi'$ Backfill)

The Mononobe–Okabe equation for estimating P_{ae} for cohesionless backfill also can be extended to $c'-\phi'$ soil (Prakash and Saran, 1966; Saran and Prakash, 1968). Figure 13.30 shows a retaining wall of height H with a horizontal $c'-\phi'$ backfill. The depth of tensile crack that may develop in a $c'-\phi'$ soil was given in Eq. (13.48) as

$$z_o = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}}$$

where $K_a = \tan^2(45 - \phi'/2)$.

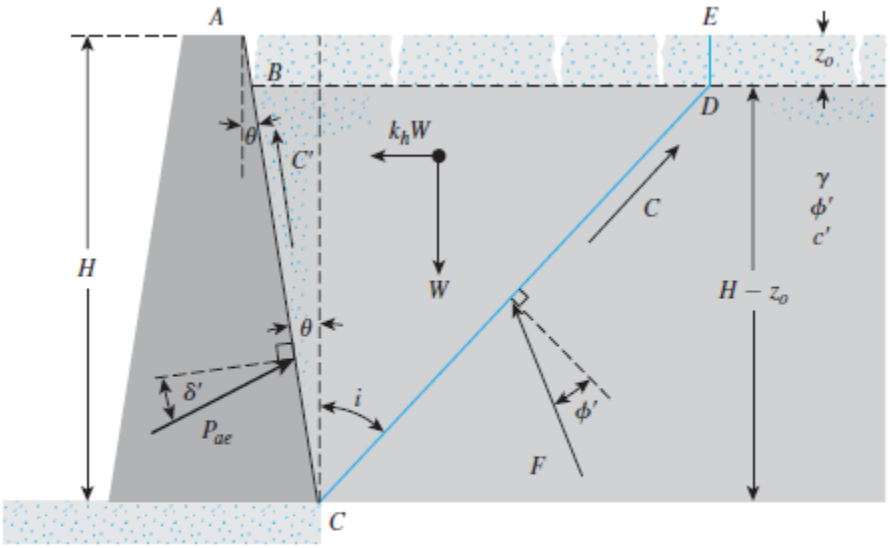


Figure 13.30 Trial failure wedge behind a retaining wall with a $c'-\phi'$ backfill

Referring to Figure 13.30, the forces acting on the soil wedge (per unit length of the wall) are as follows:

- The weight of the wedge *ABCDE*, W
- Resultant of the shear and normal forces on the failure surface *CD*, F
- Active force, P_{ae}
- Horizontal inertia force, $k_h W$
- Cohesive force along *CD*, $C = c'(\overline{CD})$
- Adhesive force along *BC*, $C' = c'(\overline{BC})$

It is important to realize that the following two assumptions have been made:

1. The vertical inertia force ($k_v W$) has been taken to be zero.
2. The *unit adhesion* along the soil–wall interface (*BC*) has been taken to be equal to the cohesion (c') of the soil.

Considering these forces, we can show that

$$P_{ae} = \gamma(H - z_o)^2 N'_{a\gamma} - c'(H - z_o)N'_{ac} \tag{13.93}$$

where

$$N'_{ac} = \frac{\cos\eta' \sec\theta + \cos\phi' \sec i}{\sin(\eta' + \delta')} \tag{13.94}$$

$$N'_{a\gamma} = \frac{[(n + 0.5)(\tan\theta + \tan i) + n^2 \tan\theta][\cos(i + \phi') + k_h \sin(i + \phi')]}{\sin(\eta' + \delta')} \tag{13.95}$$

in which

$$\eta' = \theta + i + \phi' \tag{13.96}$$

$$n = \frac{z_o}{H - z_o} \tag{13.97}$$

The values of N'_{ac} and $N'_{a\gamma}$ can be determined by optimizing each coefficient separately. Thus, Eq. (13.93) gives the upper bound of P_{ae}.

For the static condition, $k_h = 0$. Thus,

$$P_{ae} = \gamma(H - z_o)^2 N_{a\gamma} - c'(H - z_o)N_{ac} \tag{13.98}$$

The relationships for N_{ac} and $N_{a\gamma}$ can be determined by substituting $k_h = 0$ into Eqs. (13.94) and (13.95). Hence,

$$N_{ac} = N'_{ac} = \frac{\cos\eta' \sec\theta + \cos\phi' \sec i}{\sin(\eta' + \delta')} \tag{13.99}$$

$$N_{a\gamma} = \frac{N'_{a\gamma}}{\lambda} = \frac{[(n + 0.5)(\tan\theta + \tan i) + n^2 \tan\theta]\cos(i + \phi')}{\sin(\eta' + \delta')} \tag{13.100}$$

The variations of N_{ac}, $N_{a\gamma}$, and λ with ϕ' and θ are shown in Figures 13.31 through 13.34.

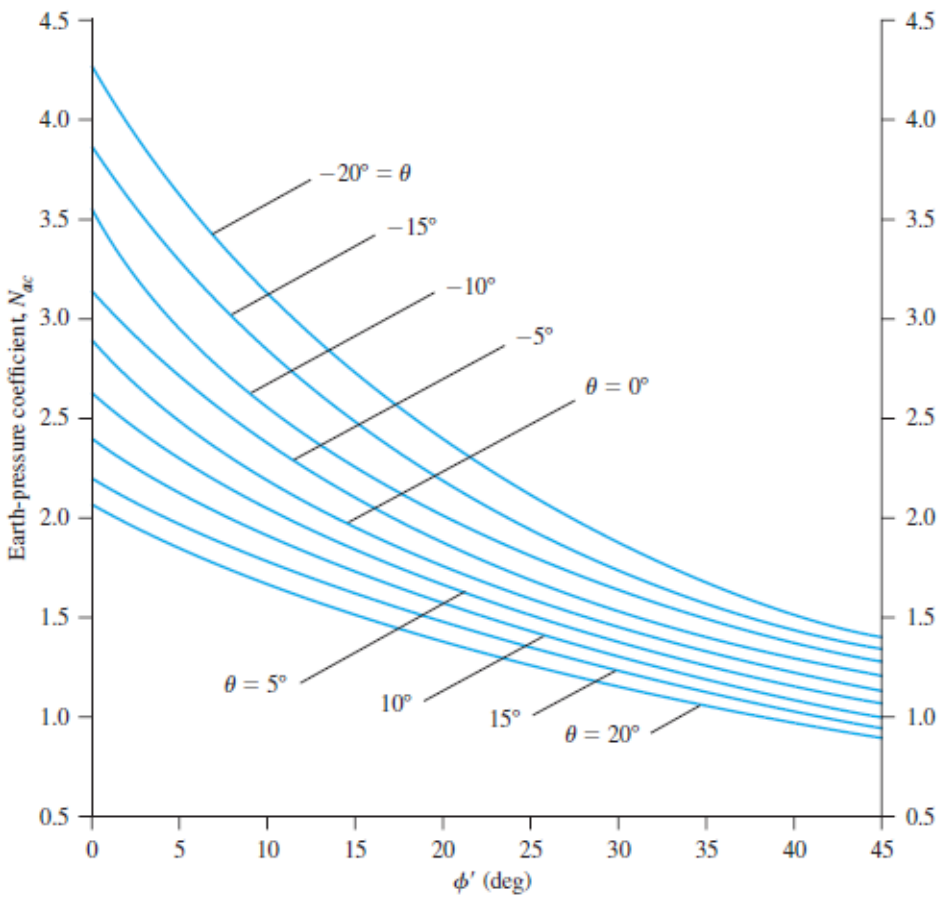


Figure 13.31 Variation of $N_{ac} = N'_{ac}$ with ϕ' and θ (*Based on Prakash and Saran, 1966, and Saran and Prakash, 1968*)

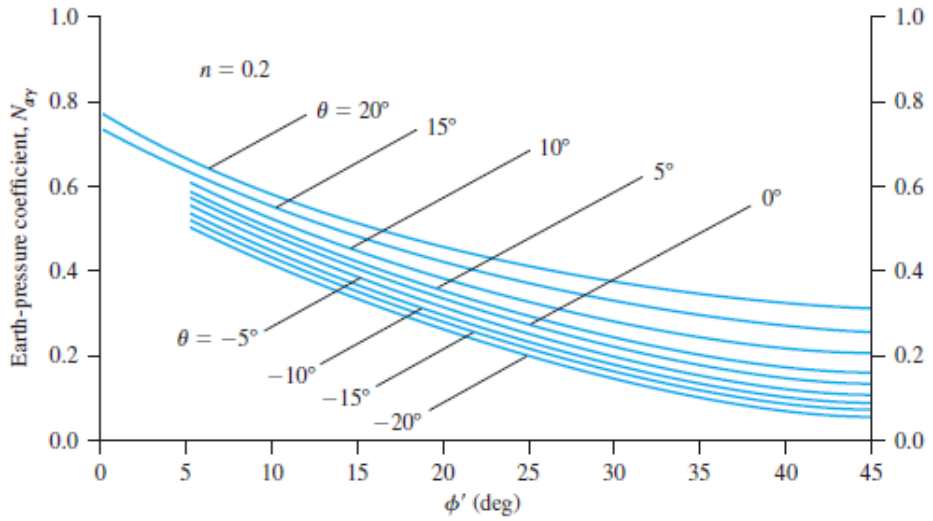


Figure 13.32 Variation of $N_{a\gamma}$ with ϕ' and θ ($n = 0.2$) (*Based on Prakash and Saran, 1966, and Saran and Prakash, 1968*)

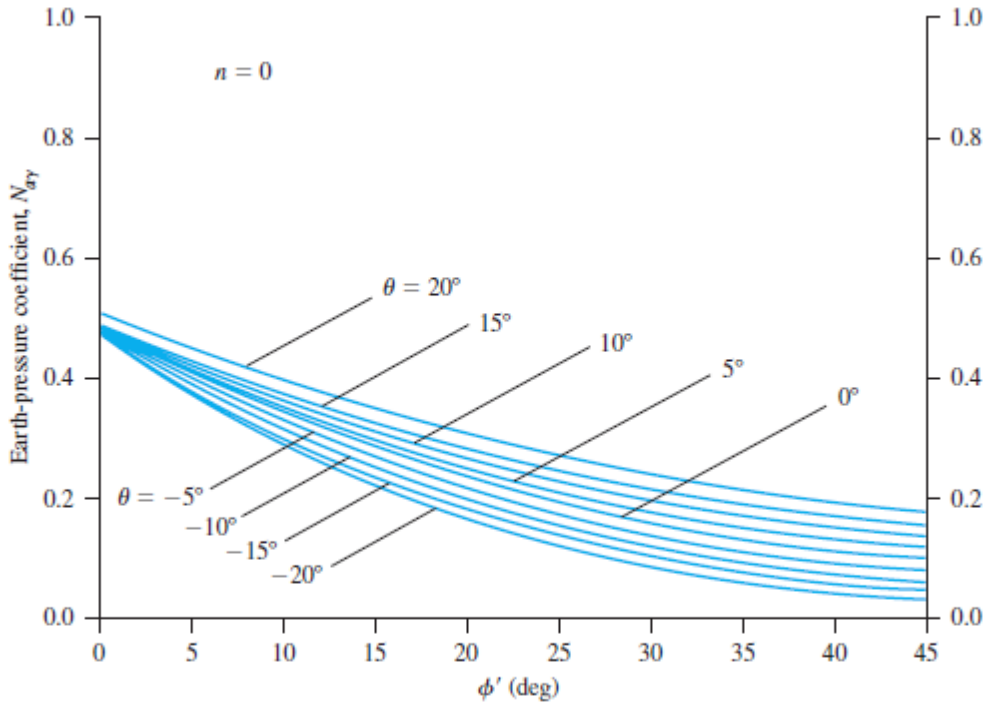


Figure 13.33 Variation of $N_{a\gamma}$ with ϕ' and θ ($n = 0$) (*Based on Prakash and Saran, 1966, and Saran and Prakash, 1968*)

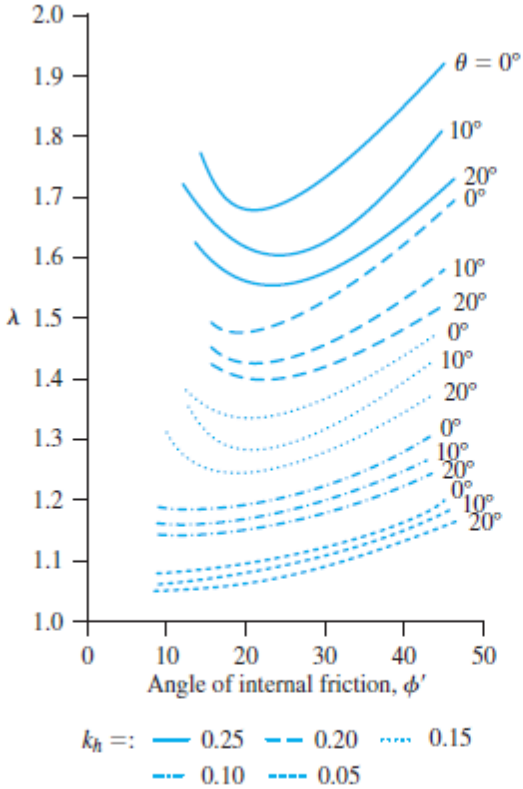


Figure 13.34 Variation of λ with k_h, ϕ', and θ (*Based on Prakash and Saran, 1966, and Saran and Prakash, 1968*)

Example 13.10

For a retaining wall, the following are given.

- $H = 28$ ft
- $\theta = +10°$
- $\phi' = 20°$
- $c' = 210$ lb/ft^2
- $\gamma = 118$ lb/ft^3
- $k_h = 0.1$

Determine the magnitude of the active force, P_{ae}.

Solution

From Eq. (13.48),

$$z_o = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} = \frac{2c'}{\gamma \tan\left(45 - \frac{\phi'}{2}\right)} = \frac{(2)(210)}{(118)\tan\left(45 - \frac{20}{2}\right)} = 5.08 \text{ ft}$$

From Eq. (13.97),

$$n = \frac{z_o}{H - z_o} = \frac{5.08}{28 - 5.08} = 0.22 \approx 0.2$$

From Eqs. (13.93), (13.99), and (13.100),

$$P_{ae} = \gamma(H - z_o)^2(\lambda N_{a\gamma}) - c'(H - z_o)N_{ac}$$

For $\theta = 10°$, $\phi' = 20°$, $k_h = 0.1$, and $n \approx 0.2$,

$$N_{ac} = 1.60 \quad \text{(Figure 13.31)}$$

$$N_{a\gamma} = 0.375 \quad \text{(Figure 13.32)}$$

$$\lambda = 1.17 \quad \text{(Figure 13.34)}$$

Thus,

$$P_{ae} = (118)(28 - 5.08)^2(1.17 \times 0.375) - (210)(28 - 5.08)(1.60)$$
$$= \mathbf{19{,}496 \text{ lb/ft}}$$

جَامعة
المَنارة
MANARA UNIVERSITY