مقرر اللغات الصورية

د. هلا نصار

محاضرات الأسبوع 3

الفصل الصيفي 2022-2023

تحويل التعبير المنتظم إلى أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك

نظرية: من أجل كل تعبير منتظم r يوجد أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك يقبل نفس اللغة

فيكون الدخل للخوارزمية هو التعبير المنتظم r الذي يولد اللغة L وخرج الخوارزمية هو الأوتومات المنتهي اللاحتمي مع ε- تحرك

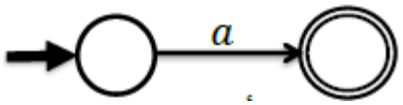
نميز عدة خصائص:

1. إذا كان التعبير المنتظم يساوي ε فإن الأوتومات المنتهي المولد للغة التي يقبلها التعبير المنتظم r=ε هو:

2. إذا كان r=Ø فإن الأوتومات المنتهي المولد للغة التي يقبلها التعبير المنتظم هو:

لا يوجد أي انتقال من الحالة الابتدائية إلى النهائية

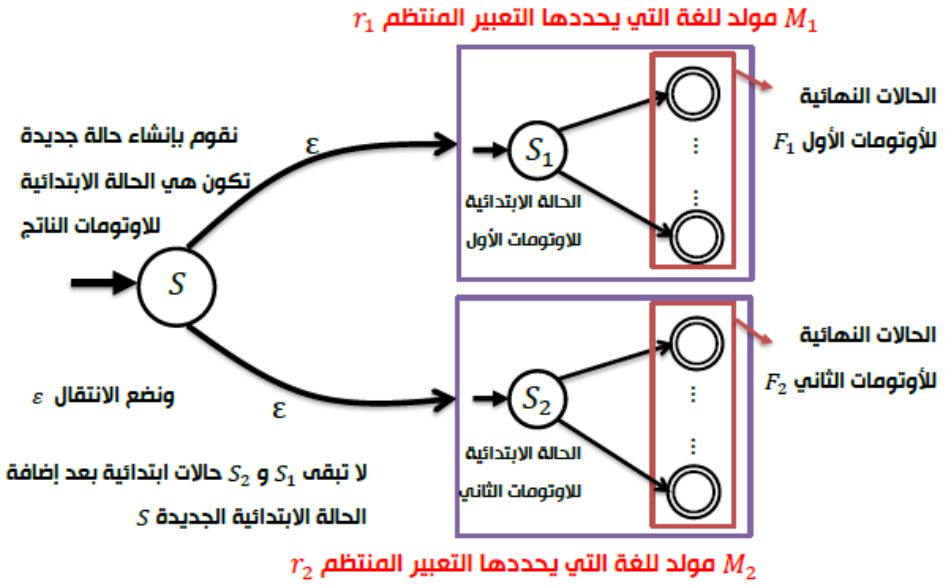
3. إذا كان r=a فإن الأوتومات المنتهي المولد للغة التي يقبلها التعبير المنتظم هو



4. إذا كان r1,r2 تعبيرين منتظمين لكل منهما الأوتوماتين M1,M2 حيث : $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, S_1, F_1)$ $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, S_2, F_2)$

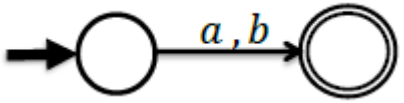
عندئذ الأوتومات M المولدة للغة التي يحددها التعبير المنتظم r1+r2 هو:

$$M = (\{S\} \cup Q_1 \cup Q_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta_1 \cup \delta_2 \cup \delta(S, \varepsilon) = S_1 \cup \delta(S, \varepsilon) = S_2, S, F_1 \cup F_2)$$



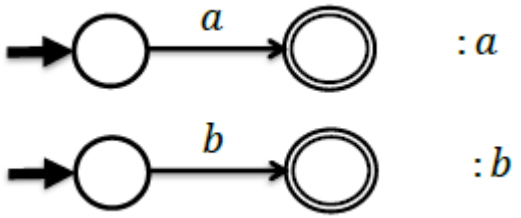
ارسم الأوتومات المنتهي لا حتمي مع ε- تحرك للتعبير المنتظم a+b

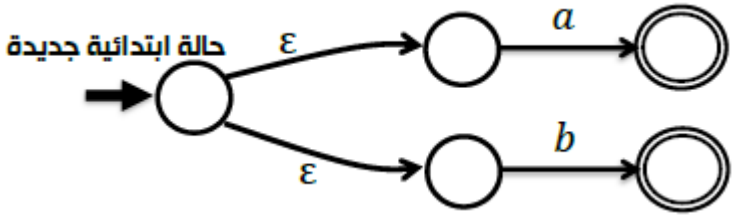
يمكن حلها بالشكل



ولكن وفق الخوارزمية يكون بالشكل التالي:

نرسم الأوتومات الموافق لكل تعبير وفق الخاصة 3 ثم نطبق الخاصة 4 لينتج لدينا الأوتومات وهو موافق لجمع التعبيرين بإضافة حالة ابتدائية مع انتقالات ε

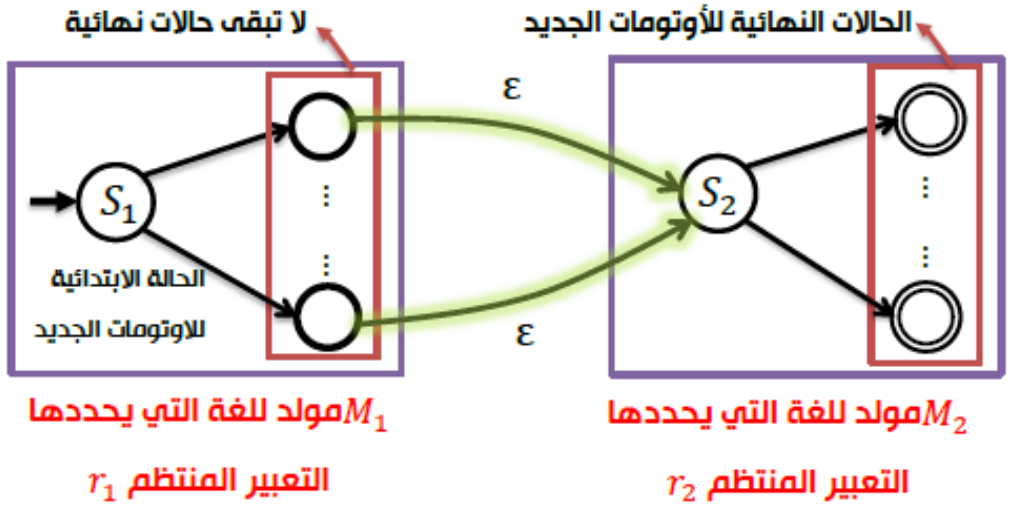




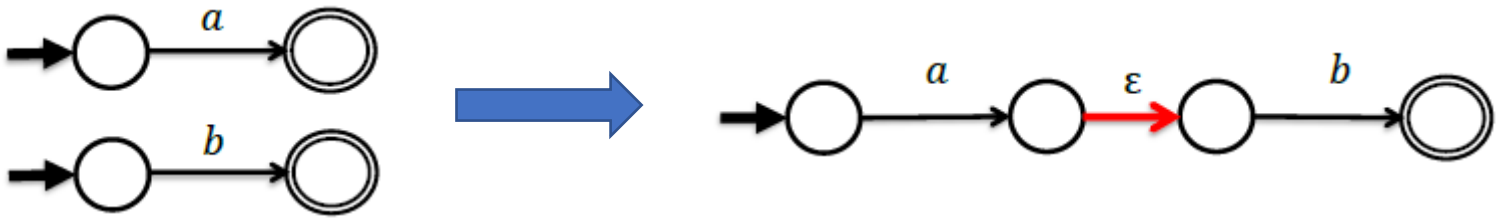
5. إذا كان r1,r2 تعبيرين منتظمين لكل منهما الأوتوماتين التكافئين M1,M2 حيث: $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, S_1, F_1)$ $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, S_2, F_2)$

عندئذ الأوتومات M المولدة للغة التي يحددها التعبير المنتظم للتعاقب r1r2 هو:

$$M = (Q_1 \cup Q_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta_1 \cup \delta_2 \cup \{\delta(f_i, \varepsilon) = S_2 ; f_i \in F_1\}, S_1, F_2)$$



أوجد الأوتومات المنتهي لا حتمي مع ε- تحرك المعبر عن اللغة التي يولدها التعبير المنتظم ab
بداية نرسم الأوتومات المكافئ لكل تعبير وفق الخاصة 3 ومن ثم نطبق الخاصة 5 حيث نضع الأوتومات الأول يليه الثاني مفصولاً بسهم للانتقال وفق ε



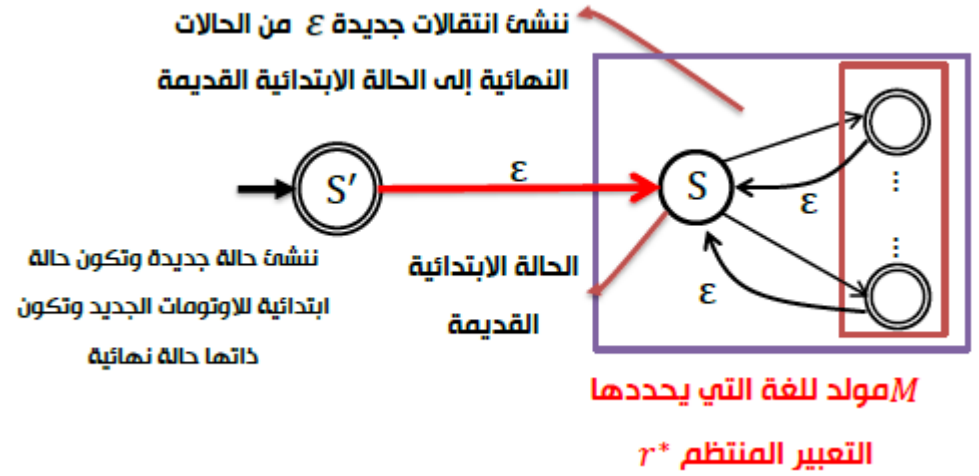
6. إذا كان التعبير المنتظم r له أوتومات M:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$$

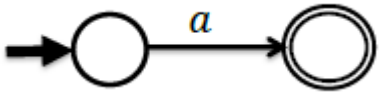
عندئذ الأوتومات M المولد للغة التي يحددها التعبير المنتظم r* هو:

$$M = (Q \cup \{S'\}, \Sigma, \delta \cup \delta(S', \varepsilon) = S \cup \{\delta(f_i, \varepsilon) = S ; f_i \in F\}, S', F \cup \{S'\})$$

يمكن جعل الانتقالات من الحالات النهائية إلى الحالة الابتدائية الجديدة بدل القديمة



ليكن لدينا الأوتومات التالي



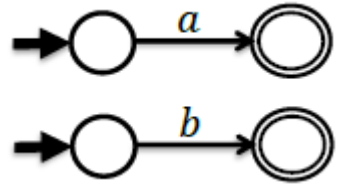
أوجد الأوتومات المنتهي لا حتمي مع ε- تحرك المكافئ للتعبير a*

نضع حالة جديدة تكون ابتدائية ونهائية بآن معاً ومن ثم نقوم بوضع انتقال من خلال ε للحالة الابتدائية في الأوتومات السابق

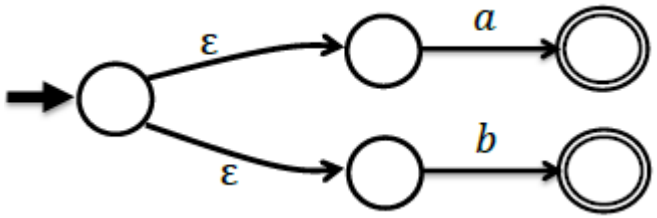
الخوارزمية السابقة مفيدة في إيجاد الأوتومات للتعبير المنتظم ومن ثم بخوارزمية التحويل نحوله من أوتومات لا حتمي مع ايبسلون تحرك إلى أوتومات حتمي منتهي .

حول التعبير المنتظم *(a+b) إلى أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك

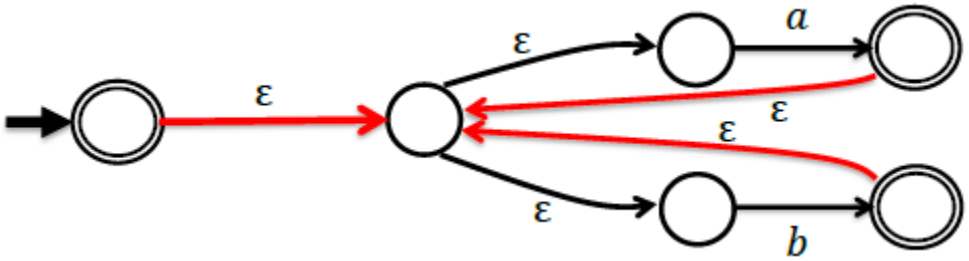
نرسم الأوتومات المكافئ لكل تعبير على حدى



نوجد الأوتومات المكافئ للتعبير a+b وفق الخاصة 4

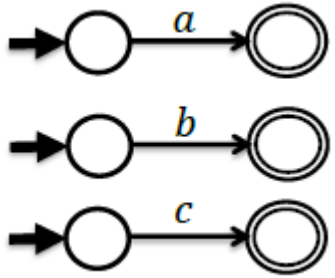


ثم نقوم بإيجاد *(a+b) وفق الخاصة 6

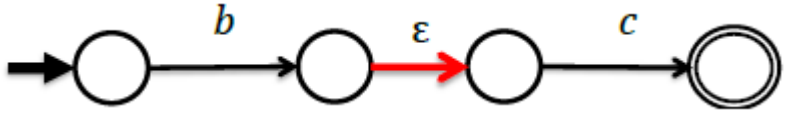


حول التعبير المنتظم bc(ab+ac)ab إلى أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك

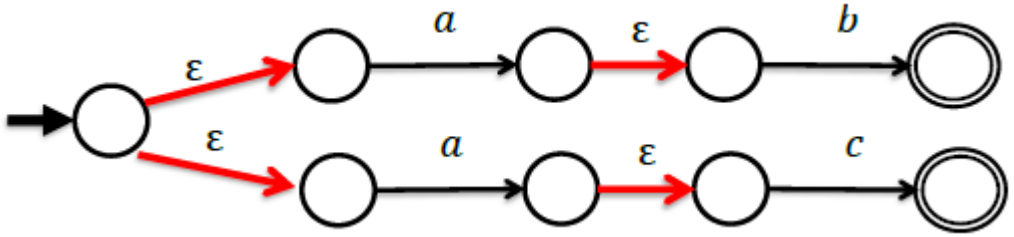
نرسم الأوتومات المكافئ لكل تعبير



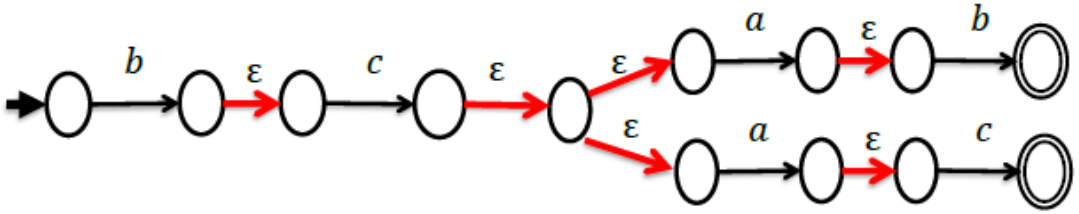
نرسم الأوتومات الموافق للتعاقب bc بحسب الخوارزمية



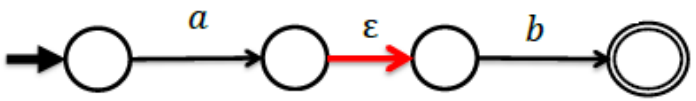
نرسم الأوتومات المكافئ لكل ما بين القوسين وهو جمع بين تعاقبين:



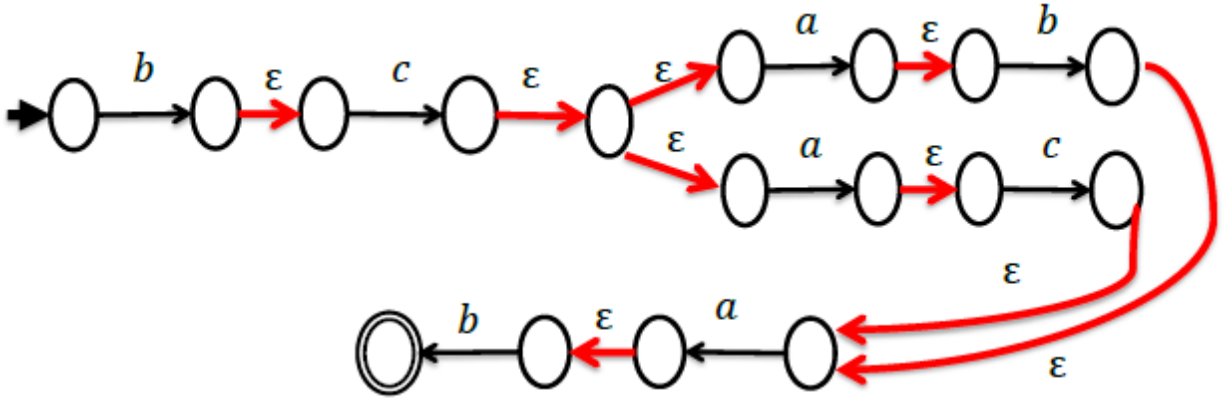
الآن أصبح الأوتومات الناتج عن bc(ab+ac) هو عملية تعاقب بالشكل:



الآن نرسم تعاقب ab فيكون بالشكل



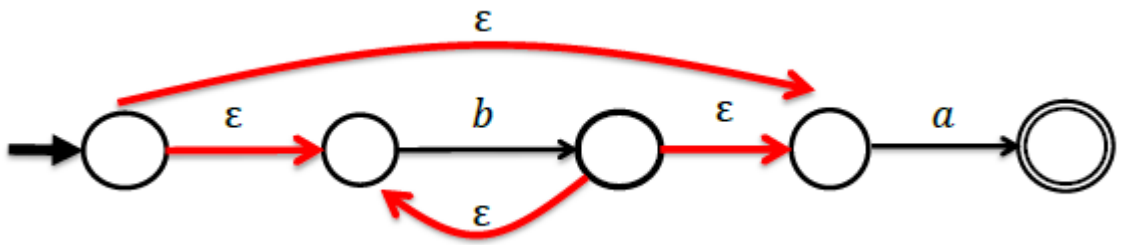
ومنه يكون الأوتومات الناتج عن التعبير الكل بالشكل:



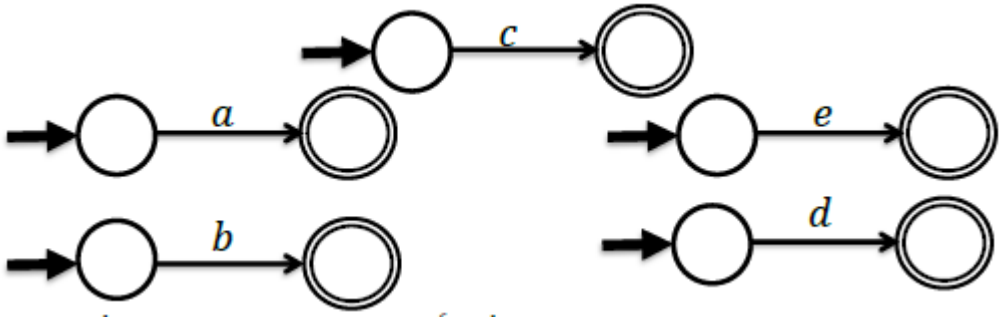
حول التعبير المنتظم a*bإلى أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك

نقوم بإيجاد التعاقب a*b بعد وضع الأوتومات المكافئ عن *b ومن ثم الاوتومات المكافئ للتعبير a

مع ملاحظة أن الحالة الابتدائية لم تعد حالة نهائية وخرج منها سهم لبداية الاوتومات الثاني وفق ε

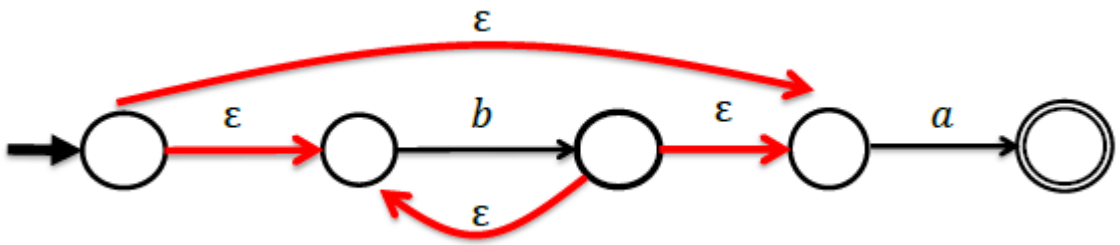


ليكن لدينا التعبير المنتظم التالي *((e+b*a+(cd)*e)*+cd) حول التعبير المنتظم إلى أوتومات منتهي لا حتمي مع ε- تحرك
أولاً نوجد الأوتومات لكل تعبير بسيط

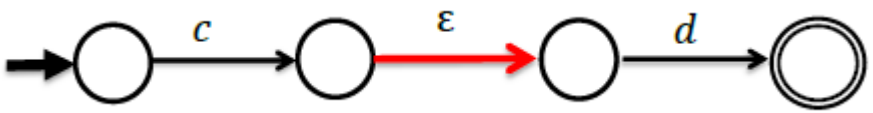


نقوم بإيجاد *b نضع حالة ابتدائية جديدة وتكون نهائية وننشئ انتقال منها للحالة الابتدائية السابقة وانتقالات من الحالات النهائية
إلى الحالة الايتدائية السابقة.

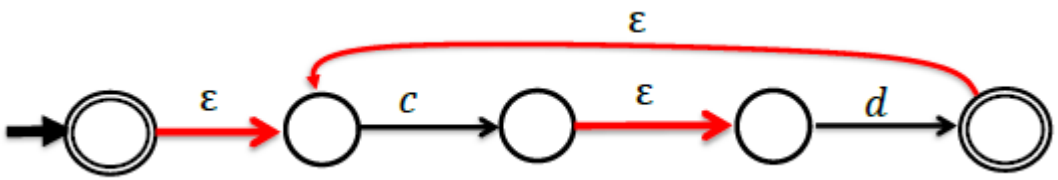
نقوم بإيجاد التعاقب b*a بعد وضع الأوتومات المكافئ عن b* ومن ثم الاوتومات المكافئ للتعبير a



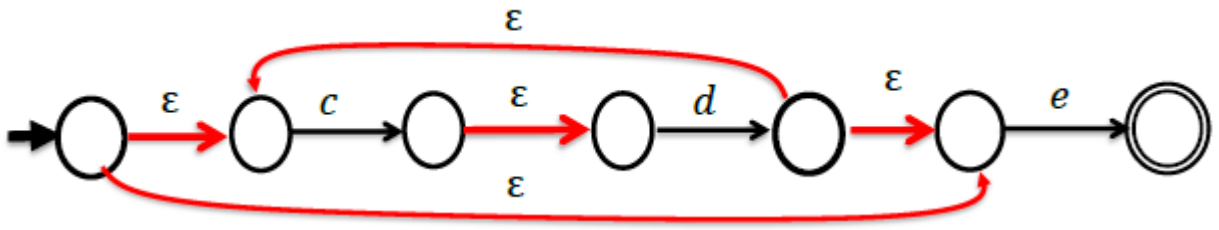
والتعاقب cd يكون :



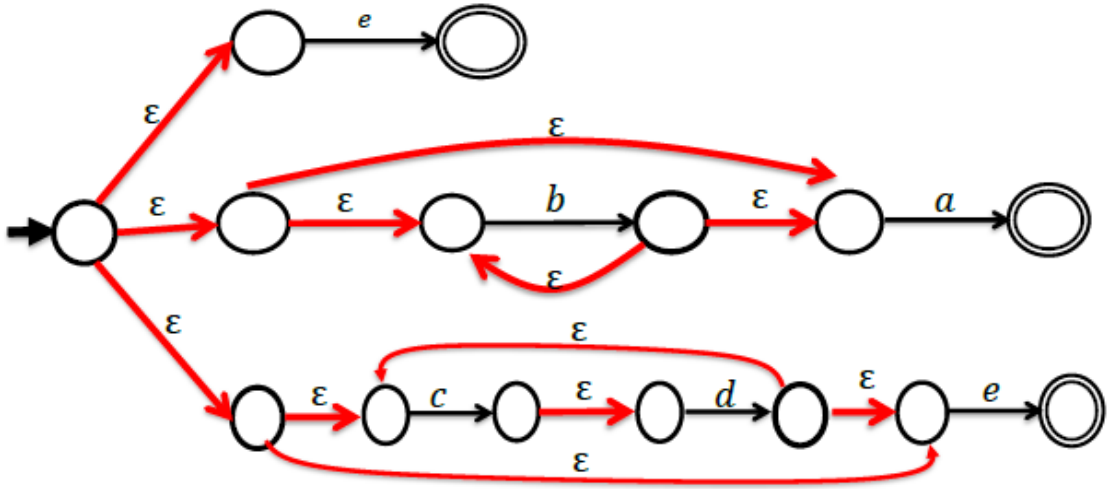
ثم نوجد (cd)*



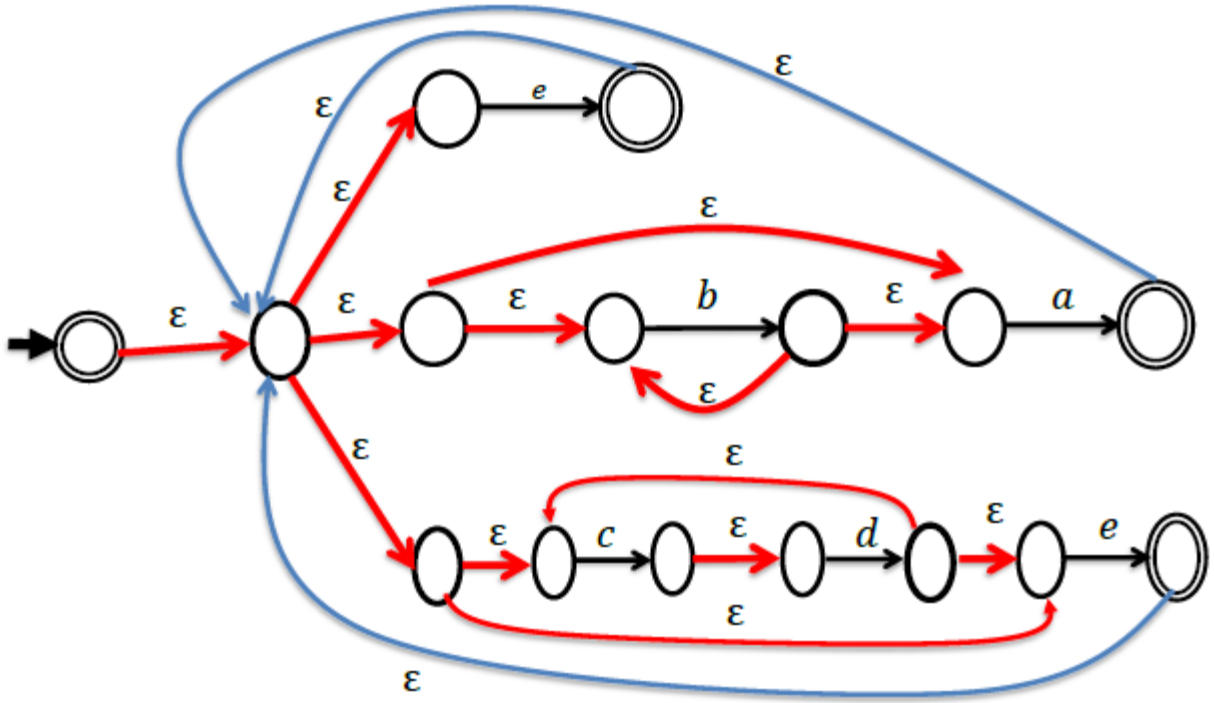
نوجد التعاقب e*(cd)



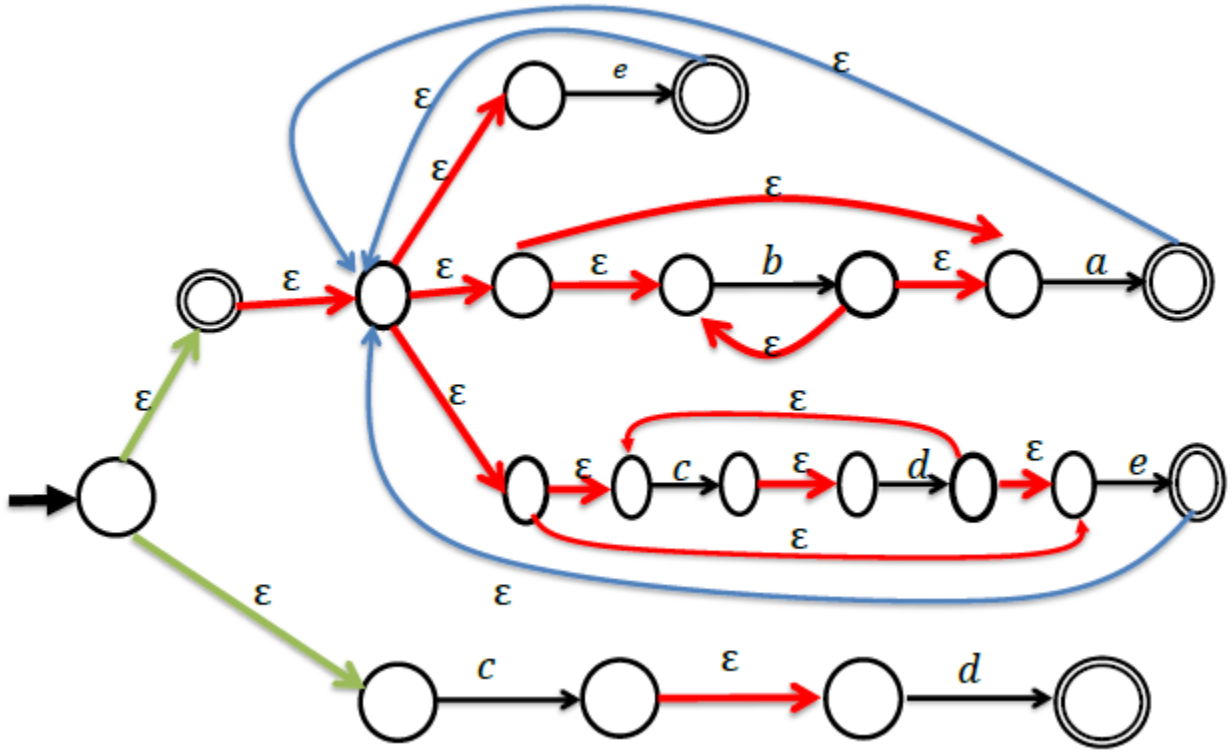
ثم نقوم بجمع الأوتومات المكافئ للتعبير e+b*a+(cd)*e



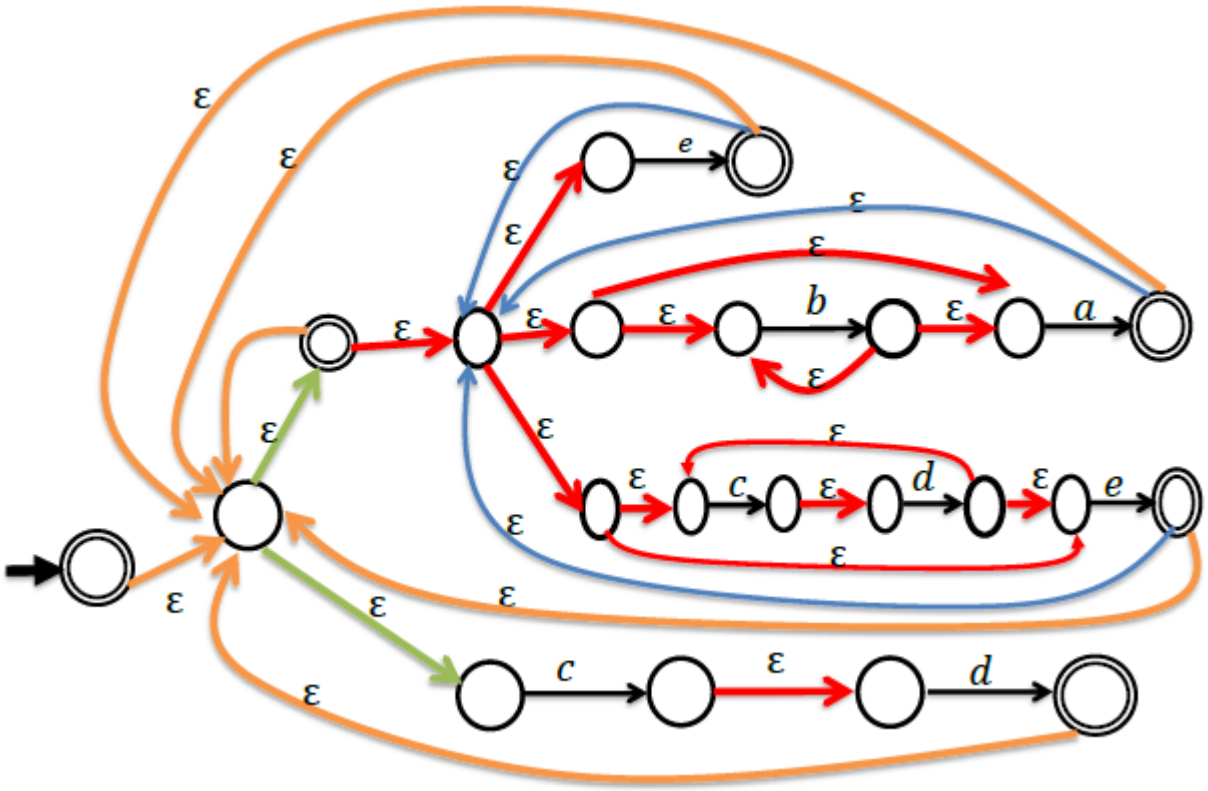
نقوم بإيجاد التعبير المكافئ (e+b*a+(cd)*e)*



نجمع الأوتومات السابق مع الاأوتومات المكافئ للتعبير المنتظم cd للحصول على الأوتومات التالي:



في النهاية يتم ايجاد الأوتومات المكافئ للتعبير المنتظم المطلوب ((e+b*a+(cd)*e)*+cd)*



الأوتومات المنتهي الحتمي الأصغري

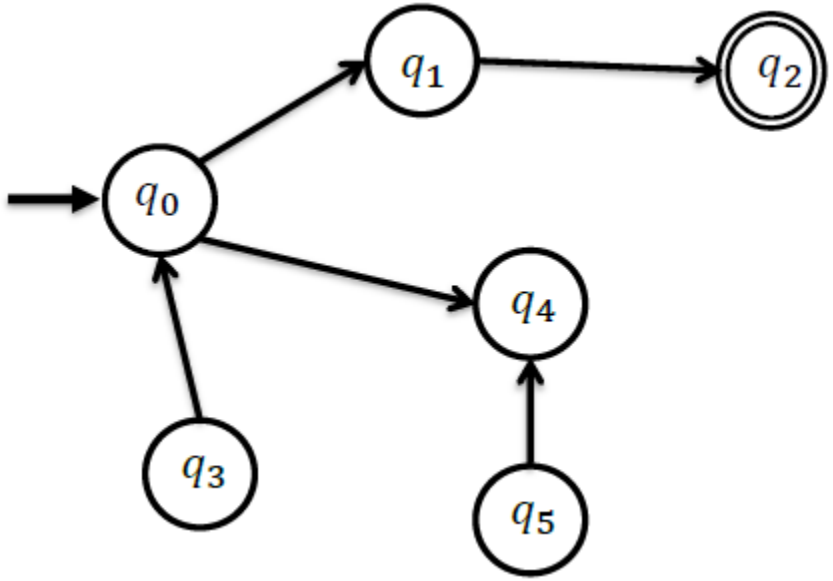
هو الاوتومات الناتج عن أوتومات منتهي حتمي ولكنه يحوي أقل عدد ممكن من الحالات.

1. يتم حذف جميع الحالات التي لا يمكن الوصول إليها من الحالة الابتدائية مع جميع انتقالاتها إن وجدت.
2. يتم إيجاد جدول تابع الانتقال لهذا الأوتومات
3. يتم وضع جميع الحالات النهائية في مجموعة وجميع الحالات المتبقية في مجموعة أخرى وتسمى هذه الخطوة صفر التكافؤ 0equivalence
4. نوجد 1equivalence ومن ثم 2equivalence حتى نحصل على تكافؤين مكررين يتم التوقف عن الحساب

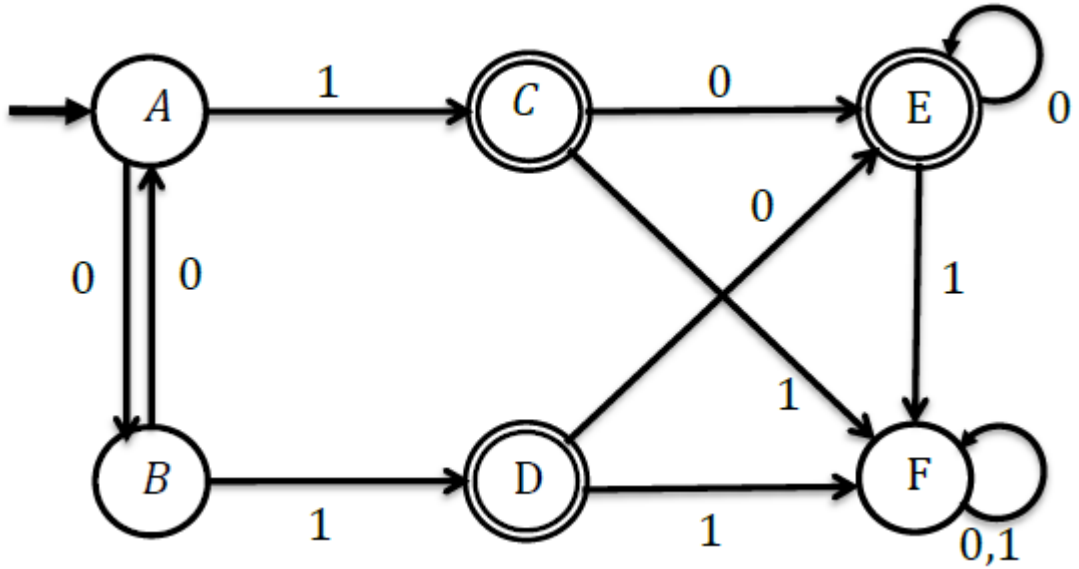
وتكون هي الحالات الموجودة في الأوتومات المنتهي الأصغري المطلوب والحالة الابتدائية هي مجموعة الحالات التي تحوي الحالة الابتدائية وتكون الحالة النهائية هي المجموعات التي تحوي إحدى الحالات النهائية

5. يتم رسم الاوتومات المنتهي الاصغري

ليكن لدينا الأوتومات المنتهي الحتمي التالي حيث الحالة q3,q5 لا يوجد أي طريق يصل إليها من الحالة الابتدائية.



حول الأوتومات المنتهي الحتمي التالي إلى أوتومات منتهي حتمي أصغري



1. نلاحظ أن جميع الحالات يوجد طريق يوصل إليها من الحالة الابتدائية ولذلك لا يتم حذف أي حالة
2. يتم إيجاد جدول تابع الانتقال لهذا الأوتومات

δ	0	1
A	B	C
B	A	D
C	E	F
D	E	F
E	E	F
F	F	F

3. يتم وضع جميع الحالات النهائية في مجموعة وجميع الحالات المتبقية في مجموعة أخرى وتسمى هذه الخطوة صفر التكافؤ 0equivalence

$$0\ Equivalence: \quad \underbrace{\{C, D, E\}}_{\text{مجموعة الحالات النهائية}} \quad \underbrace{\{A, B, F\}}_{\text{مجموعة الحالات المتبقية}}$$

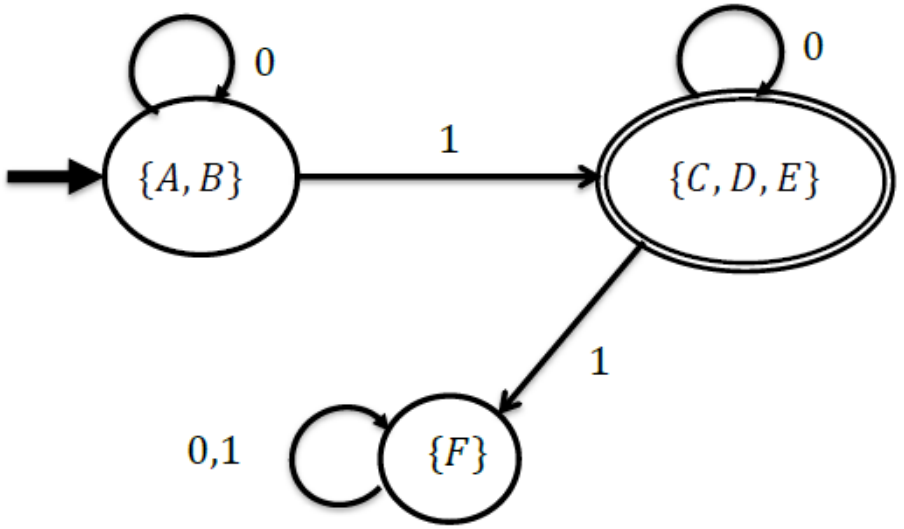
4. نوجد 1equivalence ومن ثم 2equivalence حتى نحصل على تكافؤين مكررين يتم التوقف عن الحساب:

$$1\ Equivalence\ :\ \{C\ ,D\ ,E\}\ \{A, B\}\ \{\mathrm{F}\}$$

$$2\ Equivalence\ :\ \{C\ ,D\ ,E\}\ \{A, B\}\ \{F\}$$

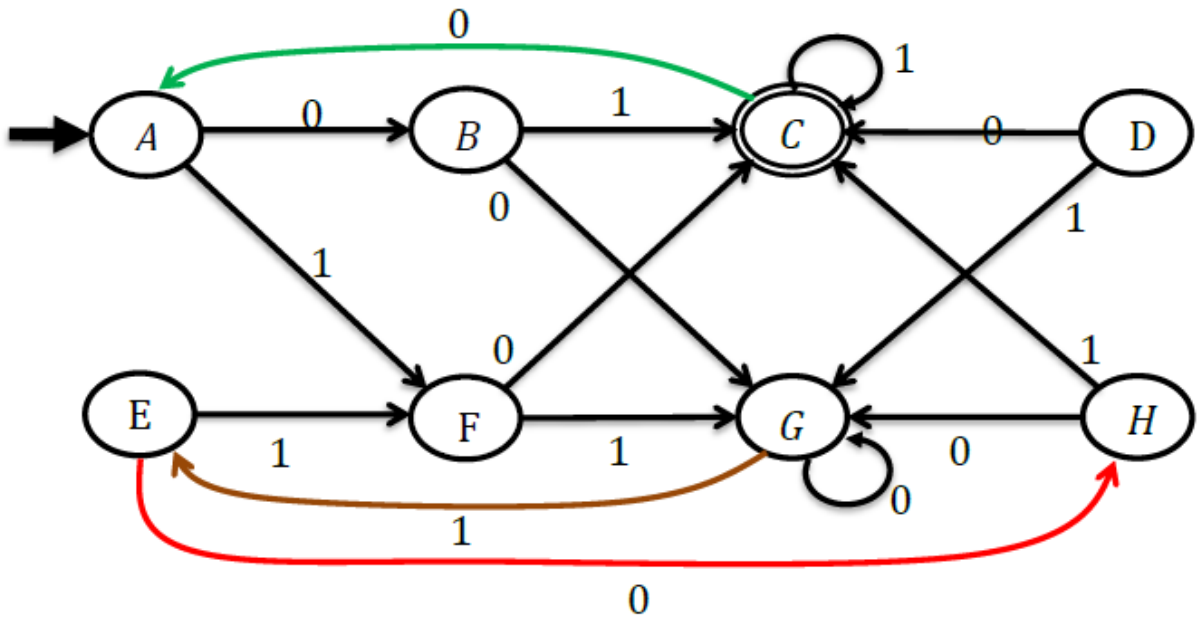
وتكون هي الحالات الموجودة في الأوتومات المنتهي الأصغري المطلوب والحالة الابتدائية هي مجموعة الحالات التي تحوي الحالة الابتدائية وتكون الحالة النهائية هي المجموعات التي تحوي إحدى الحالات النهائية

5. يتم رسم الاوتومات المنتهي الحتمي الأصغري:



ويكون التعبير المنتظم لهذا الاوتومات بالشكل 0*10*

حول الأوتومات المنتهي الحتمي التالي إلى أوتومات منتهي حتمي أصغري



1. نحذف جميع الحالات التي لا يوجد طريق يوصل إليها من الحالة الابتدائية ولذلك يتم حذف الحالة D مع كل انتقالاتها
2. يتم إيجاد جدول تابع الانتقال لهذا الأوتومات

δ	0	1
A	B	F
B	G	C
C	A	C
E	H	F
F	C	G
G	G	E
H	G	C

3. يتم وضع جميع الحالات النهائية في مجموعة وجميع الحالات المتبقية في مجموعة أخرى وتسمى هذه الخطوة صفر التكافؤ 0equivalence

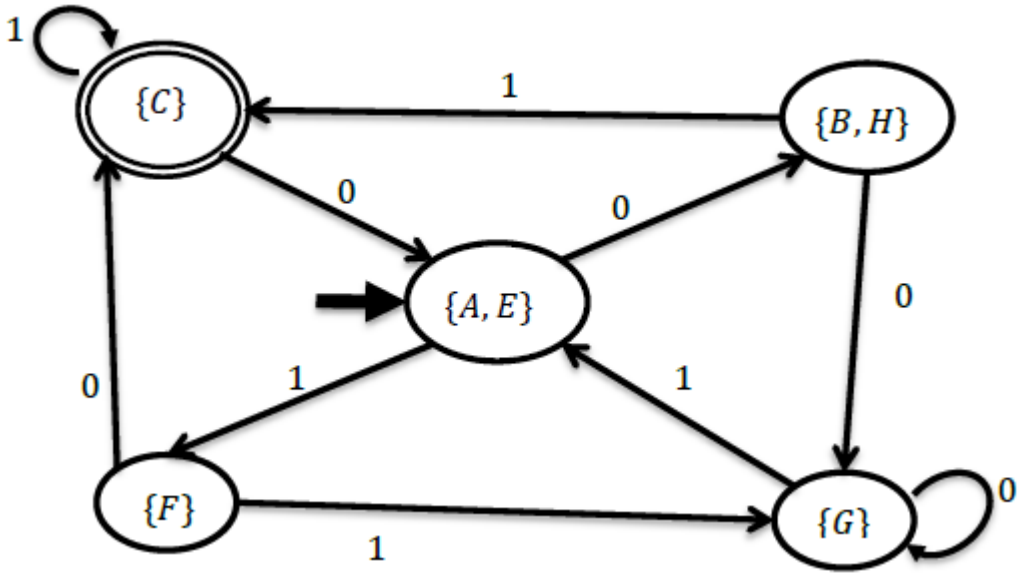
$$0\ Equivalence: \quad \underbrace{\{\ C\ \}}_{\text{مجموعة الحالات النهائية}} \quad \underbrace{\{A, B, E, F, G, H\}}_{\text{مجموعة الحالات المتبقية}}$$

4. نوجد 1equivalence ومن ثم 2equivalence حتى نحصل على تكافؤين مكررين يتم التوقف عن الحساب:

$$1\ Equivalence: \quad \{C\}\ \{A, E, G\}\ \{B, H\}\ \{F\}$$
$$2\ Equivalence: \quad \{C\}\ \{A, E\}\ \{G\}\ \{B, H\}\ \{F\}$$
$$3\ Equivalence: \quad \{C\}\ \{A, E\}\ \{G\}\ \{B, H\}\ \{F\}$$

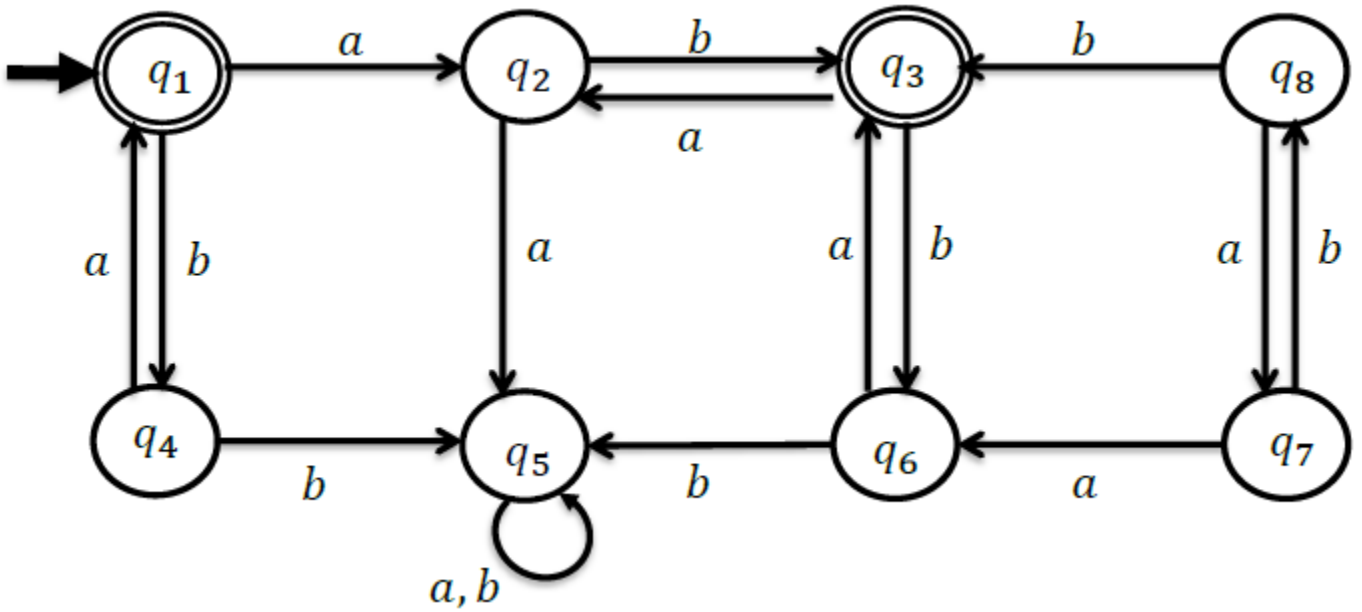
وتكون هي الحالات الموجودة في الأوتومات المنتهي الأصغري المطلوب والحالة الابتدائية هي مجموعة الحالات التي تحوي الحالة الابتدائية وتكون الحالة النهائية هي المجموعات التي تحوي إحدى الحالات النهائية

5. يتم رسم الاوتومات المنتهي الحتمي الأصغري:



ومنه التعبير المنتظم هو $\left((00+11)0^*1\right)^*(10+01)\left(1+0\left((00+11)0^*1\right)^*(10+01)\right)^*$

حول الأوتومات المنتهي الحتمي التالي إلى أوتومات منتهي حتمي أصغري



1. نحذف جميع الحالات التي لا يوجد طريق يوصل إليها من الحالة الابتدائية ولذلك يتم حذف الحالات q7,q8 مع كل انتقالاتها
2. يتم إيجاد جدول تابع الانتقال لهذا الأوتومات

δ	a	b
q_1	q_2	q_4
q_2	q_5	q_3
q_3	q_2	q_6
q_4	q_1	q_5
q_5	q_5	q_5
q_6	q_3	q_5

3. يتم وضع جميع الحالات النهائية في مجموعة وجميع الحالات المتبقية في مجموعة أخرى وتسمى هذه الخطوة صفر التكافؤ 0equivalence

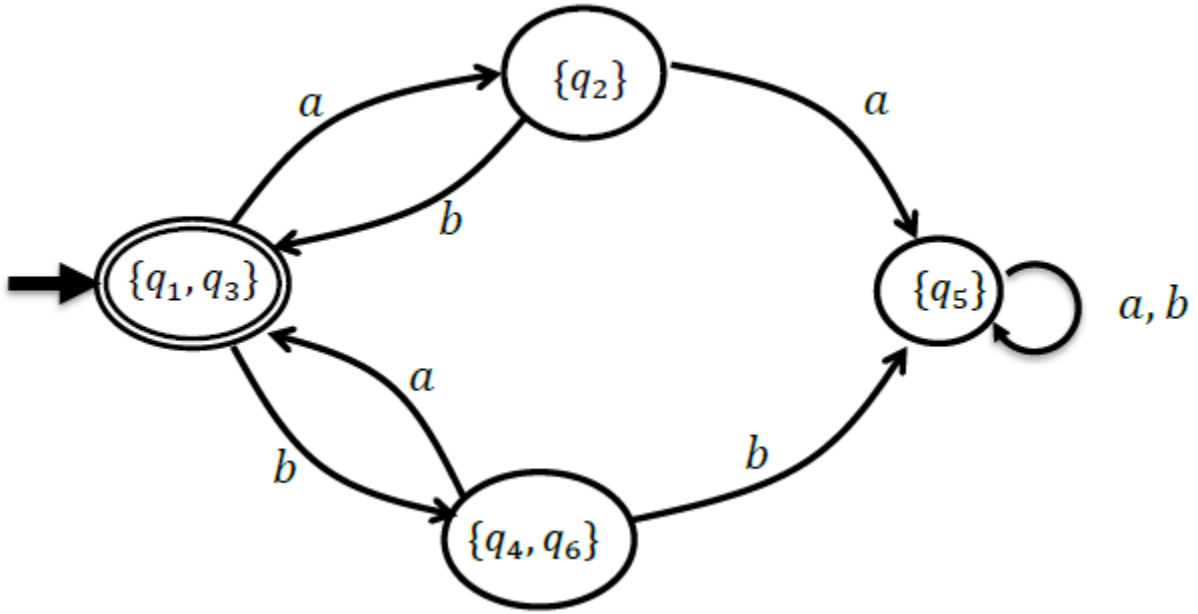
$$0\ Equivalence:\ \underbrace{\{\ q_1, q_3\ \}}_{\text{مجموعة الحالات النهائية}}\quad \underbrace{\{q_2, q_4, q_5, q_6\}}_{\text{مجموعة الحالات المتبقية}}$$

4. نوجد 1equivalence ومن ثم 2equivalence حتى نحصل على تكافؤين مكررين يتم التوقف عن الحساب:

$$1\ Equivalence: \{q_1, q_3\}\ \{q_4, q_6\}\ \{q_2\}\ \{q_5\}$$
$$2\ Equivalence: \{q_1, q_3\}\ \{q_4, q_6\}\ \{q_2\}\ \{q_5\}$$

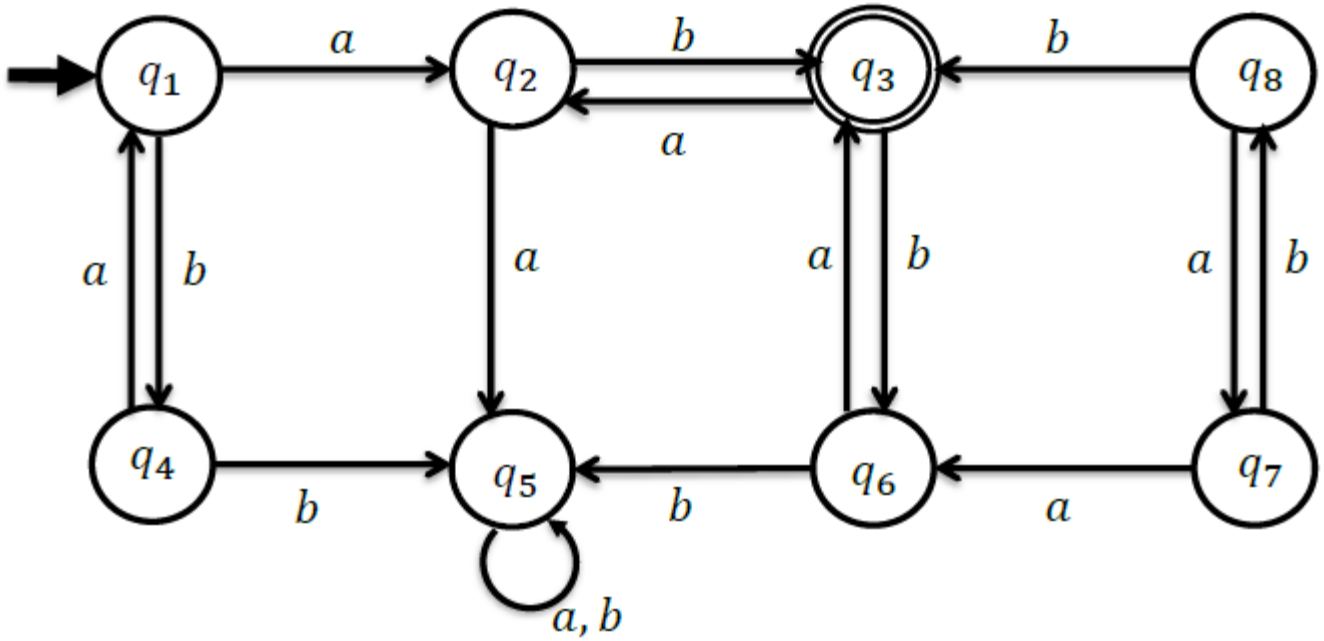
وتكون هي الحالات الموجودة في الأوتومات المنتهي الأصغري المطلوب والحالة الابتدائية هي مجموعة الحالات التي تحوي الحالة الابتدائية وتكون الحالة النهائية هي المجموعات التي تحوي إحدى الحالات النهائية

5. يتم رسم الاوتومات المنتهي الحتمي الأصغري:



يكون التعبير المنتظم بالشكل *(ab+ba)

حول الأوتومات المنتهي الحتمي التالي إلى أوتومات منتهي حتمي أصغري



1. نحذف جميع الحالات التي لا يوجد طريق يوصل إليها من الحالة الابتدائية ولذلك يتم حذف الحالات q7,q8 مع كل انتقالاتها
2. يتم إيجاد جدول تابع الانتقال لهذا الأوتومات

δ	a	b
q_1	q_2	q_4
q_2	q_5	q_3
q_3	q_2	q_6
q_4	q_1	q_5
q_5	q_5	q_5
q_6	q_3	q_5

3. يتم وضع جميع الحالات النهائية في مجموعة وجميع الحالات المتبقية في مجموعة أخرى وتسمى هذه الخطوة صفر التكافؤ 0equivalence

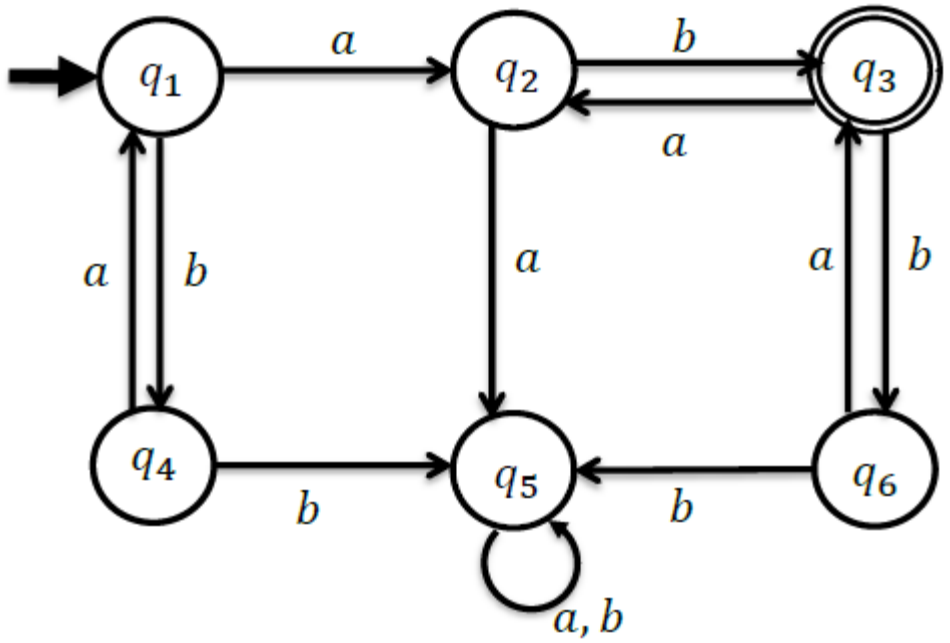
$$0\ Equivalence: \quad \underbrace{\{\ q_3\ \}}_{\text{مجموعة الحالات النهائية}} \quad \underbrace{\{q_1, q_2, q_4, q_5, q_6\}}_{\text{مجموعة الحالات المتبقية}}$$

4. نوجد 1equivalence ومن ثم 2equivalence حتى نحصل على تكافؤين مكررين يتم التوقف عن الحساب:

$$1\ Equivalence: \{q_3\}\ \{q_1, q_4, q_5\}\ \{q_2\}\ \{q_6\}$$
$$2\ Equivalence: \{q_3\}\ \{q_1\}\ \{q_4, q_5\}\ \{q_2\}\ \{q_6\}$$
$$3\ Equivalence: \{q_3\}\ \{q_1\}\ \{q_4\}\ \{q_5\}\ \{q_2\}\ \{q_6\}$$
$$4\ Equivalence: \{q_3\}\ \{q_1\}\ \{q_4\}\ \{q_5\}\ \{q_2\}\ \{q_6\}$$

وتكون هي الحالات الموجودة في الأوتومات المنتهي الأصغري المطلوب والحالة الابتدائية هي مجموعة الحالات التي تحوي الحالة الابتدائية وتكون الحالة النهائية هي المجموعات التي تحوي إحدى الحالات النهائية

5. يتم رسم الاوتومات المنتهي الحتمي الأصغري:



متمم أوتومات

لتكن L لغة منتظمة معرفة على الأبجدية $\sum$ عندئذ متمم L لغة منتظمة تحوي جميع السلاسل المشكلة من الأبجدية وغير محتواه في L

$$\bar{L} = \Sigma^* - L \Leftrightarrow \bar{L} \cup L = \Sigma^*$$

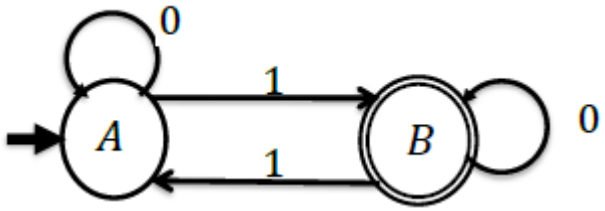
لإيجاد متمم أوتومات:

أولاً يجب أن يكون اوتومات منتهي حتمي وفي حال لم يكن يتم التحويل إلى حتمي

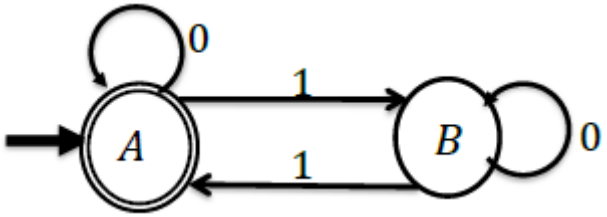
ومن ثم نطبق النظرية التالية:

ليكن $M=(Q,\sum,\delta,q0,F)$ أوتومات منتهي حتمي يقبل اللغة L ومنه متمم اللغة يقبلها الأوتومات المنتهي الحتمي الناتج عن السابق بحيث يحقق $M'=(Q,\sum,\delta,q0,Q-F)$ أي تكون الحالات النهائية هي كل الحالات التي لم تكون نهائية في الاوتومات M.

عرف اوتومات لقبول كل الكلمات عدا الكلمات التي تحوي عدد فردي من الواحدات في الأبجدية {0,1}
في البداية نوجد الاوتومات الذي يقبل كل الكلمات التي تحوي عدد فردي من الواحدات ومن ثم نوجد المتمم لهذا الأوتومات.

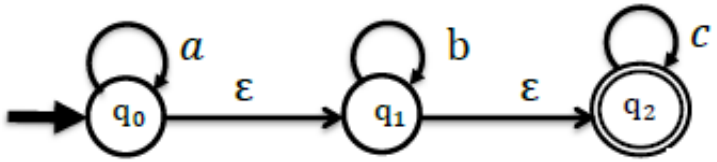


لإيجاد المتمم نجد أن الأوتومات منتهي حتمي ومنه نطبق النظرية بتحويل كل حالة غير نهائية إلى حالة نهائية وبالعكس

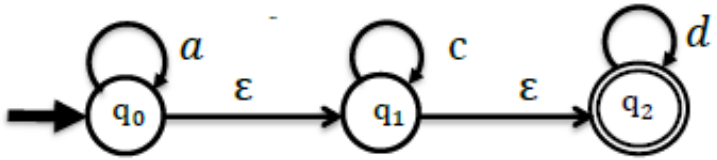


هل تقاطع اللغتين {a*b*c*} , {a*c*d*} هو لغة منتظمة

إن اللغة {a*b*c*} هي لغة منتظمة لأنه يوجد أوتومات منتهي يقبلها وهو



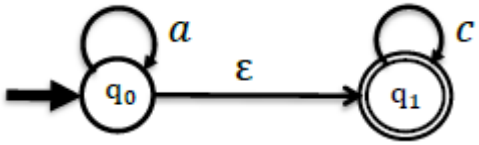
إن اللغة {a*c*d*} هي لغة منتظمة لأنه يوجداوتومات منتهي يقبلها وهو



ومنه إن تقاطع لغتين منتظمتين هو لغة منتظمة

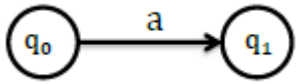
ويمكن إثبات ذلك بأن نوجد اللغة الناتجة عن التقاطع $\{a^*b^*c^*\} \cap \{a^*c^*d^*\} = \{\varepsilon, a^*, c^*, a^*c^*\} = \{a^*c^*\}$

يوجد أوتومات منتهي يقبل هذه اللغة



ومنه هي لغة منتظمة

تحويل الأوتومات المنتهي إلى قواعد منتظمة

إن كل انتقال من الشكل 

نستطيع تحويله إلى القاعدة التالية q0⟶aq1

من أجل كل حالة نهائية

نكتب القاعدة التالية q2 ⟶ ε

ومنه نعرف النموذج القواعدي بالرباعية G=(V,T,P,S) حيث

V مجموعة رموز يرمز لها بأحرف كبيرة غالباً تساهم بتوليد سلاسل اللغة وهي تمثل حالات الأوتومات

T مجموعة رموز نهائية وويرمز لها بأحرف صغيرة غالباً تشكل سلاسل اللغة وهي تمثل أحرف الأبجدية

P وهي مجموعة قواعد التوليد للسلسلة حيث $A,S,B \in V, a \in T$

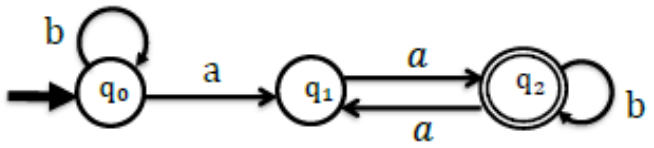
A ⟶aB هي في حال الانتقال من الحالة A إلى الحالة B عن طريق الرمز a

A ⟶Aa وهي في حال وجود سهم على نفس الحالة A من أجل الرمز a

S ⟶ε في حال كانت S هي حالة نهائية

S هو رمز البداية يمثل نقطة الانطلاق في عملية توليد السلسة

ليكن لدينا الأوتومات التالي:



تكون القواعد المنتظمة له هي

$$q_0 \to a\ q_1$$
$$q_0 \to b\ q_0$$
$$q_1 \to a\ q_2$$
$$q_2 \to a\ q_1$$
$$q_2 \to b\ q_2$$
$$q_2 \to \varepsilon$$

ويمكن كتابتها بالشكل التالي

$$q_0 \to a\ q_1 \mid b\ q_0$$
$$q_1 \to a\ q_2$$
$$q_2 \to a\ q_1 \mid b\ q_2 \mid \varepsilon$$

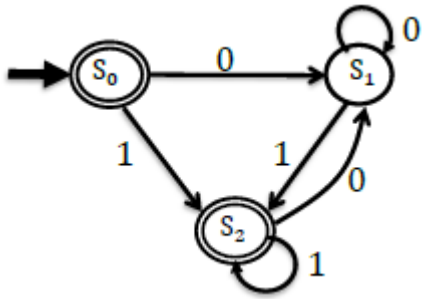
نلاحظ أن أن q2 ليست حالة ابتدائية لذلك نتخلص من ε فنقوم بتعويض كل q2 بـ ε فنحصل على قواعد جديدة تضاف كانتقال جديد

$$P: \begin{cases} q_0 \to a\ q_1 \mid b\ q_0 \\ q_1 \to a\ q_2 \mid a \\ q_2 \to a\ q_1 \mid b\ q_2 \mid b \end{cases}$$

يكون النموذج القواعدي هو G=({q0,q1,q2},{a,b},P,q0)

بفرض لدينا الأوتومات التالي اكتب القواعد المنتظمة لهذا الأوتومات.

$$S_0 \rightarrow 0S_1 \mid 1\,S_2 \mid \varepsilon$$
$$S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 1\,S_2$$
$$S_2 \rightarrow 1\,S_2 \mid 0\,S_1 \mid \varepsilon$$



نلاحظ أن أن S2 ليست حالة ابتدائية لذلك نتخلص من ε فنقوم بتعويض كل S2 بـ ε فنحصل على قواعد جديدة تضاف كانتقال جديد

$$S_0 \rightarrow 0S_1 \mid 1\,S_2 \mid \varepsilon \mid 1$$
$$S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 1\,S_2 \mid 1$$
$$S_2 \rightarrow 1\,S_2 \mid 0\,S_1 \mid 1$$

يكون النموذج القواعدي هو G=({S0,S1,S2},{0,1},P,S0)

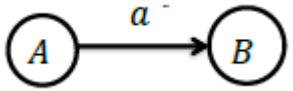
هل السلسلة 000101 تنتمي للقواعد السابقة

$$S_0 \xrightarrow{0} 0\,S_1 \xrightarrow{0} \overbrace{0\,(0\,S_1)}^{00\,S_1} \xrightarrow{0} 0\,0\,0\,S_1 \xrightarrow{1} 0\,0\,0\,1\,S_2 \xrightarrow{0} 0\,0\,0\,1\,0\,S_1 \xrightarrow{1} 0\,0\,0\,1\,0\,1$$

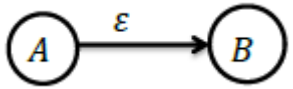
بما أنه وجدت سلسلة من الانتقالات من القواعد تتوقف بحالة نهائية عندئذ تكون هذه السلسلة تنتمي لهذه القواعد

تحويل القواعد المنتظمة إلى أوتومات منتهي

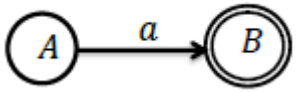
إذا كان لدينا القاعدة المنتظمة A ⟶aB فإن الأوتومات المنتهي المعبر عن اللغة التي تولدها



القاعدة من الشكل A ⟶B يكون الأوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها

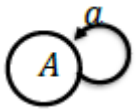


القاعدة من الشكل A ⟶a يكون الأوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها



القاعدة من الشكل A ⟶ε يكون الأوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها

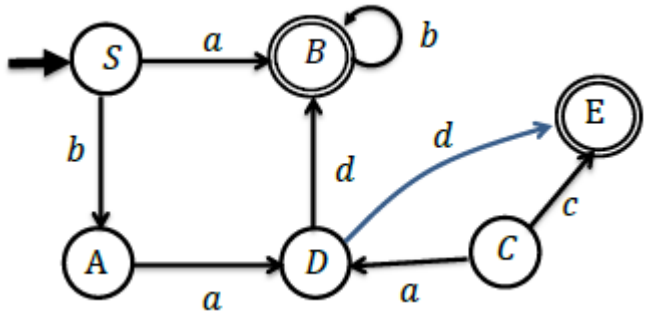
القاعدة من الشكل A ⟶aA يكون الأوتومات المعبر عن اللغة التي تولدها



حول القواعد التالية إلى أوتومات منتهي:

$$S \rightarrow a\,B \mid b\,A$$
$$A \rightarrow a\,D$$
$$B \rightarrow b\,B \mid \varepsilon$$
$$C \rightarrow a\,D \mid c$$
$$D \rightarrow d\,B \mid d$$

والرسم يكون بالشكل



توطئة الضخ

تستخدم توطئة الضخ لتوضيح أن لغة ما هي لغة غير منتظمة

من أجل كل لغة منتظمة L يوجد ثابت n>=1 يدعى ثابت التوطئة بحيث يكون من أجل أي كلمة W من اللغة L وطولها |W|>=n عندئذ يمكن إعادة كتابة W بالشكل:

$$\exists\, x, y, z; w = xyz$$

حيث |xy|<=n و |y|>=1

عندئذ من أجل i>=0 فإن $x\, y^i z \in L$ أي أن تكرار الجزء y عدد من المرات سينتج سلسلة تنتمي إلى اللغة L

وهذا هو معنى الضخ

مثال1:

هل a^nb^n لغة منتظمة ؟

نبحث عن ثابت التوطئة n بحيث يحقق $w = a^n b^n \Rightarrow |w| = |a^n b^n| = 2n \geq n$

وبالتالي نقسم السلسلة ثلاثة أقسام بالشكل مثلاً $w = \underbrace{a^n}_{x\,y}\ \underbrace{b^n}_{z}$

فيمكن أن نأخذ المقطع xy بعدة أشكال ولكن بجب ألا يتجاوز طوله n فمثلاً يمكن أخذه :

إما $x=a$ و $y=a^{n-1}$ و $z=b^n$ أو بشكل معمم $x=a^j$ و $y=a^{n-j}$ و $z=b^n$ وذلك بحيث $0<j<n$

ولنأخذ الحالة الأولى ولنرمز لـ y بقوة i ومنه xy^iz

بتعويض i=0 يكون الناتج $a(a^{n-1})^0b^n=ab^n\neq a^nb^n$

أي لم تحقق شرط اللغة وهو أن عدد a يساوي عدد b وبالتالي لا تحقق توطئة الضخ ومنه اللغة غير منتظمة.

مثال2:

أثبت أن اللغة $L=\{0^n1^n:n>=0\}$ هي لغة غير منتظمة.

حسب توطئة الضخ لنفرض أن L هي لغة منتظمة عندئذ يوجد $n>=1$ بحيث تحقق:

$$\forall\, w \in L\,; w = 0^n1^n\,, |w| = |0^n1^n| = 2n \geq n$$

عندئذ يمكن كتابة السلسلة w بالشكل

$$w = x\,y\,z\;\; ; |x\,y| \leq n\,, |y| \geq 1$$
$$\mathbf{x\,y} = \mathbf{0}^{n}\;\;, \qquad z = 1^n$$

نأخذ $x=0^j,y=0^{n-j}$ بحيث $0<j<n$

ومنه تصبح $w=0^j0^{n-j}1^n$

والآن من أجل y بالقوة $i=0$ تصبح $0^j(0^{n-j})^01^n \neq 0^n1^n$

ومنه اللغة غير منتظمة

مثال3:

لتكن لدينا اللغة التالية: $L=\{a^{2n}ccb^{3n+1};n>=0\}$ أثبت أن اللغة هي لغة غير منتظمة.

لنفرض جدلاً أن اللغة منتظمة أي يوجد n>=1 بحيث يحقق

$$\forall w \in L\,; w = a^{2n}\,c\,c\,b^{3n+1}$$
$$\Rightarrow |w| = |a^{2n}\,c\,c\,b^{3n+1}| = 5n+3 \geq n$$

عندئذ يمكن إعادة كتابة السلسلة بالشكل مع ملاحظة أن xy طولها n على الأكثر

$$w = x\,y\,z\,; |x\,y| \leq n\,; |y| \geq 1$$
$$j < n\,; x = a^{j}\ \ , y = a^{n-j}\ \text{و}\ z = a^{n}\,c\,c\,b^{3n+1}$$

فتصبح w بالشكل $w = a^{j}\,a^{n-j}\,a^{n}\,c\,c\,b^{3n+1}$

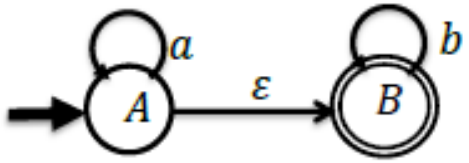
ومن أجل i=0 نجد أن $a^{j}\left(a^{n-j}\right)^{0}\,a^{n}\,c\,c\,b^{3n+1} \neq a^{2n}\,c\,c\,b^{3n+1}$

ومنه اللغة غير منتظمة

مثال4:

هل اللغة $\{w\in \{a,b\}\}$ L={w حيث w تحوي أعداد متساوية من a,b لغة منتظمة

لنأخذ L1={a*b*} هي لغة منتظمة لأنه يوجد أوتومات منتهي يقبلها من الشكل



ولنأخذ $L2=\{a^nb^n, n>=0\}$ هي لغة غير منتظمة حسب توطئة الضخ تم برهانه سابقاً

نلاحظ أن $L \cap L1 = L2$

وبما أن L2 لغة غير منتظمة هذا يعني أن L لغة غير منتظمة

لأنه لو كانت منتظمة لكان تقاطعها مع لغة منتظمة هو لغة منتظمة.

لبرهان أن اللغة منتظمة يوجد عدة طرق:

1. إنشاء أوتومات منتهي يقبل هذه اللغة
2. استخدام خواص الإغلاق للغات المنتظمة
3. كتابة قواعد منتظمة لهذه اللغة
4. كتابة تعبير منتظم مقابل للغة ومنه رسم أوتومات منتهي مقابل للتعبير أو كتابة قواعد منتظمة مقابلة للتعبير

انتهت محاضرات الأسبوع 3