المحاضرة الثالثة عملي: المحددات

تحليل رياضي 2

جامعة المنارة

2023-2024

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

① $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

② $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

③ $\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -3\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -3(20) + 2(1) = -58$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2(-15-1) + 1(4-18) = -46$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -(-1)\begin{vmatrix} x & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = x - 2 + 3x - 2y = 4x - 2y - 2$$

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

① $\begin{bmatrix} 1 & 7 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 8 & 1 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

حدد قيمة K لتكون المصفوفة شاذة

① $\begin{bmatrix} k-1 & 3 \\ 2 & k-2 \end{bmatrix}$

$$|A|=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} k-1 & 3 \\ 2 & k-2 \end{vmatrix} = (k-1)(k-2)-2(3) = k^2+k-6=0 \Rightarrow k=-3,\ 2$$

② $\begin{bmatrix} 1 & k & 2 \\ -2 & 0 & -k \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$

$$|A|=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & k & 2 \\ -2 & 0 & -k \\ 3 & 1 & -4 \end{vmatrix} = -k\begin{vmatrix} -2 & -k \\ 3 & -4 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -k \end{vmatrix} = -k(8+3k)-(-k+4)=0$$

$$-3k^2-7k-4=0 \Rightarrow k=-4/3,\ -1$$

Find (a) $|A^T|$, (b) $|A^2|$, (c) $|AA^T|$, (d) $|2A|$, and (e) $|A^{-1}|$

① $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = 5(-3)(2) = -30$

(a) $|A^T| = |A| = -30$

(b) $|A^2| = |A|^2 = (-30)^2 = 900$

(c) $|AA^T| = |A||A^T| = (-30)(-30) = 900$

(d) $|2A| = 2^3|A| = 8(-30) = -240$

(e) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{-1}{30}$

أوجد قيمة المحدد لتقرر فيما إذا كان للجمل الخطية التالية حل وحيد أو لا

① $$\begin{aligned} -x + y + 2z &= 1 \\ 2x + 3y + z &= -2 \\ 5x + 4y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -15 \neq 0$$ الجملة تملك حل وحيد

② $$\begin{aligned} x + 2y + 6z &= 1 \\ 2x + 5y + 15z &= 4 \\ 3x + y + 3z &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 15 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$ الجملة لا تملك حل وحيد

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

أوجد محدد المصفوفة في كل من الحالات التالية:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & r\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 7 & 11 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -1 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & -7 \\ 0 & -5 & 4 \\ 6 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

(a) $|A^T|$, (b) $|A^2|$, (c) $|AA^T|$, (d) $|2A|$, and (e) $|A^{-1}|$ أوجد

① $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

② $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$