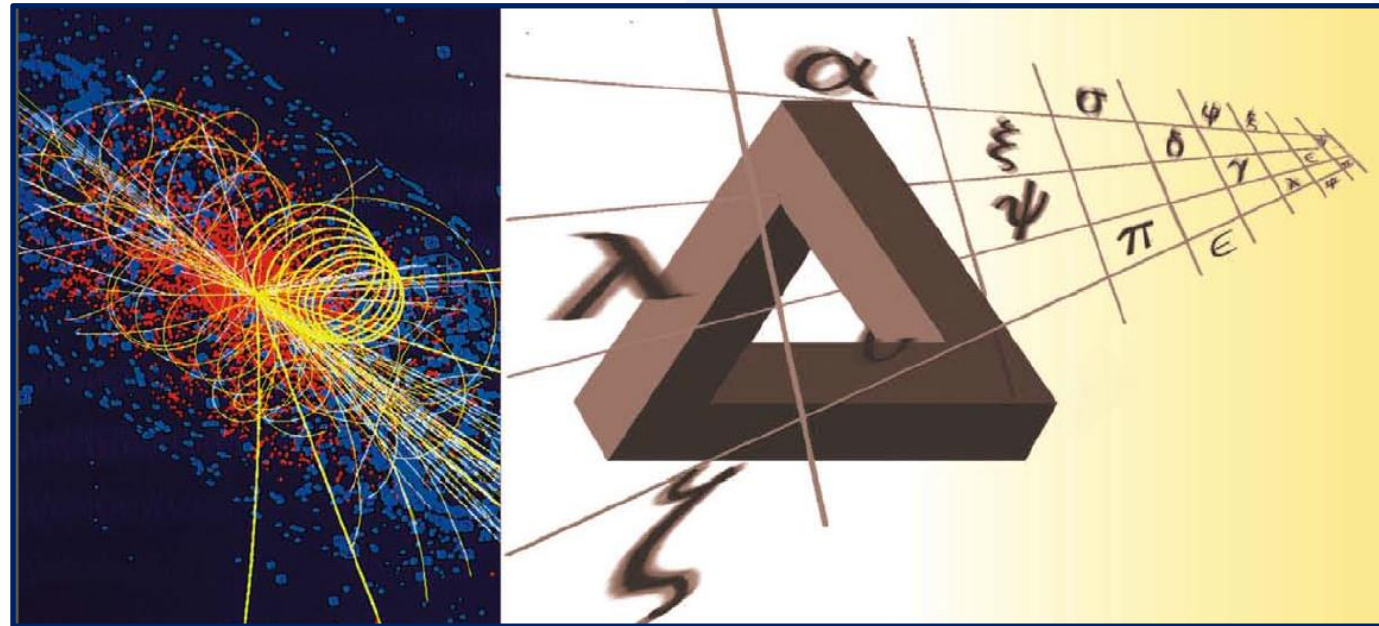


Introduction to Numerical Math





Contents

مقدمة

تعريف برنامج Matlab-Simulink

تطوير طريقة عددية مبسطة لحل مسألة حركية

تطوير طريقة عددية مبسطة لحل المعادلة التفاضلية من المرتبة الأولى والدرجة الأولى

مقدمة



الحل التحليلي هو الحل الرياضي المستند إلى علاقات و معادلات تصف سلوك الظاهرة المدروسة بدقة والتي تعطي في النهاية حلاً مغلقاً ونهائياً للمشكلة المطروحة.

الحل العددي هو الحل المعتمد على تصميم خوارزميات لمعالجة المسائل التي يصعب حلها بالطرق التحليلية ويتم ذلك باستخدام الحاسب.

يمكن النظر إلى الحل العددي لأي مشكلة على أنه خطوة من خطوات محاكاة هذه المشكلة على الحاسب. وهذه المحاكاة تعتبر ميزة عظيمة في دراسة أداء الحل المقدم تحت الظروف والأحوال المختلفة

كما أن هذه المحاكاة تمكننا من اختبار الحل في ظروف يصعب فرضها في الوضع الطبيعي حيث قد تحتاج إلى تكلفة عالية ووقت كبير.

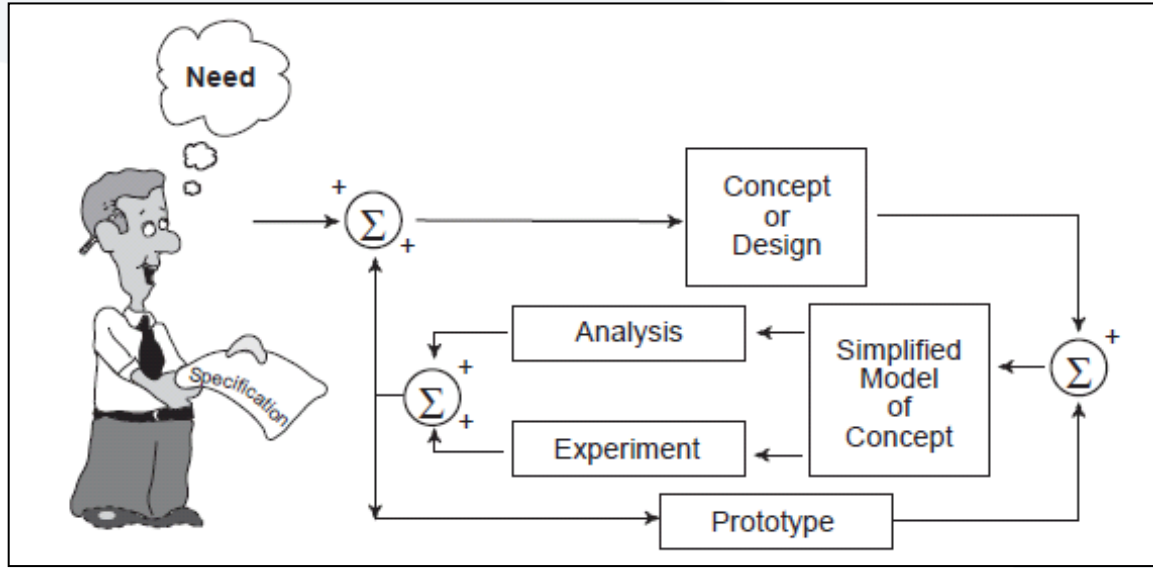
حل المشاكل بالتحليل العددي ليس خاليا من الصعوبات أو العيوب نتيجة أخطاء حتمية تصاحب استخدام الحاسب والتي تبدولنا بسيطة ولكنها في ظروف معينة قد تؤدي إلى كوارث.



صاروخ باترويت الذى سقط فى موقعه
نتيجة خطأ التقريب الحسابي

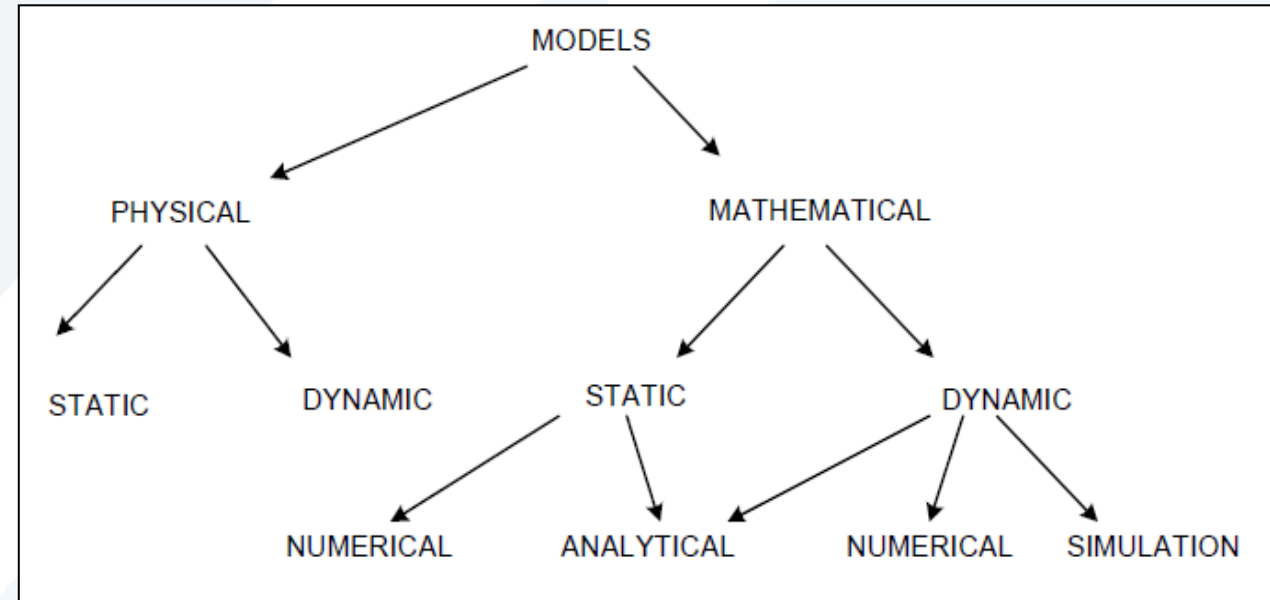


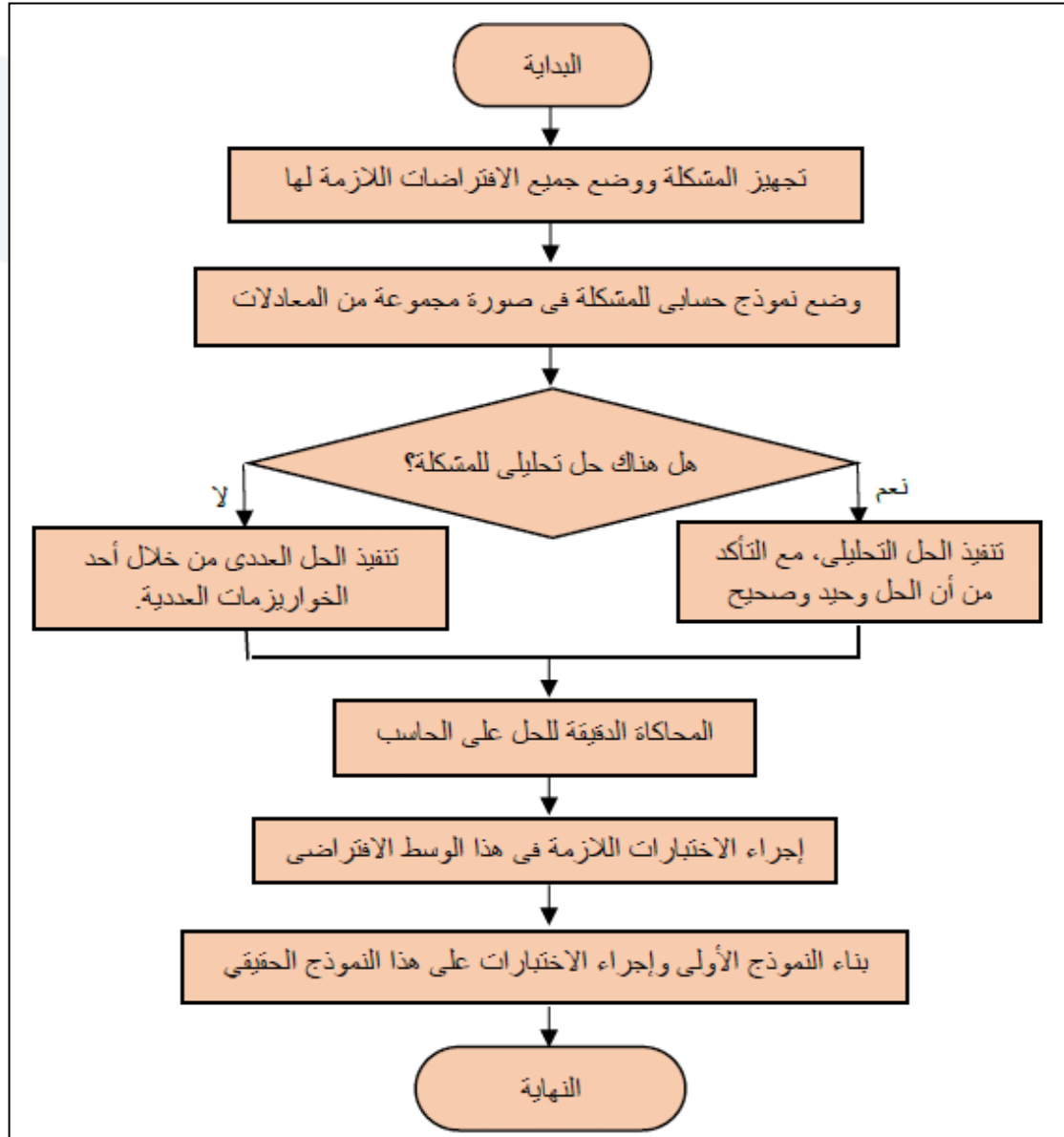
سقوط الصاروخ أريان 5 بعد
إطلاقه مباشرة نتيجة أخطاء فى التقريب الحسابي



من حاجة إلى حل

النماذج وحلولها



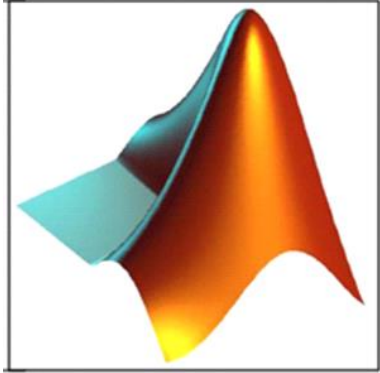


خوارزمية حل المشكلة

تعريف ببرنامج Matlab-Simulink

Matlab

لغة ذات مستوى عالي للحسابات و البرمجة وهو اختصار لعبارة مختبر المصفوفة **MATrix LABoratory** لأنه يتعامل مع البيانات كمصفوفات وهي نقطة القوة الأساسية الكبيرة فيه مما يجعله الأداة البرمجية الأكثر كفاءة ديناميكياً (إعطاء أبعاد متعددة للظاهرة المدروسة)



يستطيع Matlab

- ❖ إجراء الحسابات الرياضية بما فيها الأكثر تعقيداً (الرياضيات التفاضلية والمتقطعة واللابلاسية وغيرها من التقنيات المتقدمة)
- ❖ تطوير الخوارزميات المبرمجة على اختلاف أنواعها (المتسلسلة و المتفرعة)
- ❖ معالجة البيانات وتحليلها وعرضها بمختلف الطرق
- ❖ تنفيذ عمليات الرسم ثنائي وثلاثي الأبعاد بدقة متناهية

✓ يشمل Matlab على مجموعة من الأدوات البرمجية مصنفة ضمن ما يعرف toolbox (صندوق أدوات) حيث أن كل صندوق متخصص بمجال معين



جامعة
المنارة

Shortcuts | How to Add | What's New

Command Window 1 نافذة الأوامر

New to MATLAB? Watch this video or read [Getting Started](#).

Workspace 2 إطار العمل

Stack: Base Select data to plot

Name Value Min Max

Command History 3 تاريخ الأوامر

5:49 PM 20/02/2013

Start OVR

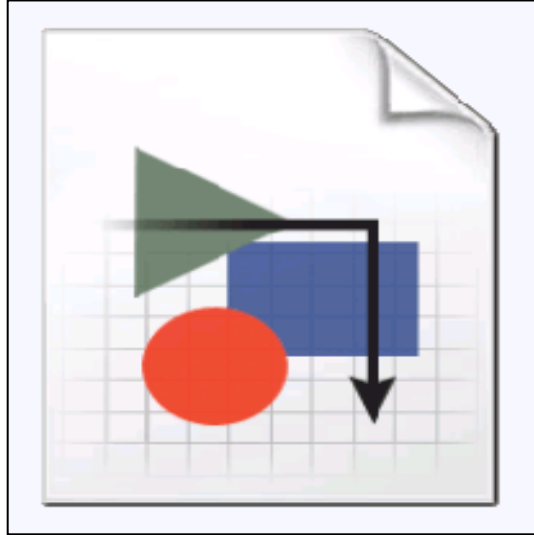
التعريف بالبرنامج

برنامج هندسي مخصص للمهام الحسابية ومحاكاة النظم المختلفة ، حيث تتوفر فيه العديد من الدوال المبنية داخليا والتي تستخدم في حل المعادلات الرياضية و التفاضل والتكامل والرسم ثنائي الابعاد والرسم ثلاثي الابعاد وغيرها الكثير والكثير.

الاجزاء الرئيسية للبرنامج

- 1- Command Window.
- 2- Work Space.
- 3- Command History

جزء من Matlab وهو أداة نمذجة ومحاكاة وتحليل النظم الديناميكية
يستطيع التعامل مع النظم المستمرة و المتقطعة و الهجينة و هو اختصار لعبارة (SIMulation and LINK) أي
بمعنى محاكاة وارتباط



✓ يستخدم لبناء النماذج الهندسية حيث يقوم بإخراج واجهات رسومية (GUI) كمخططات صندوقية وبعد ذلك
يمكن تنفيذ المحاكاة وتحليل النتائج

✓ Simulink بمثابة مكتبة ضخمة جداً مؤلفة من مكتبات فرعية كل مكتبة فرعية تتضمن أدوات نمذجة ومحاكاة
و تحليل مجال تخصصي معين (هندسة الطيران-السيارات-نظم التحكم الآلي-النظم الالكترونية- النظم
الهيدروليكية- النظم الحرارية-النظم الميكانيكية-معالجة الصورة-معالجة الإشارة-المنطق الضبابي-الشبكات
العصبونية الصناعية وعدد كبير من المجالات التخصصية الأخرى بما فيها المجالات الطبية والاقتصادية وحتى
البيولوجية)

✓ يركز في معالجته لمختلف هذه المجالات على رياضيات عالية التقنية ركيزتها الأساسية المصفوفات و الطرق
العددية المبرمجة المتقدمة



The screenshot shows the Simulink environment. The 'Simulink Library Browser' window on the left lists various blocksets. The 'Model & Subsystem Outputs' window in the center shows a block diagram with a 'Scope' block. The 'Scope' window at the bottom displays a plot of two sinusoidal signals. Five numbered callouts in Arabic provide instructions:

- 1 اختيار التطبيق المناسب (Select the appropriate application)
- 2 اختيار المكونات الرئيسية للمشروع (Select the main components of the project)
- 3 تحديد عناصر المنظومة بدقة (Specify the system elements accurately)
- 4 توصيل الكائنات وتحديد قيمها (Connect the objects and specify their values)
- 5 عرض النتائج وتحليلها (Display the results and analyze them)

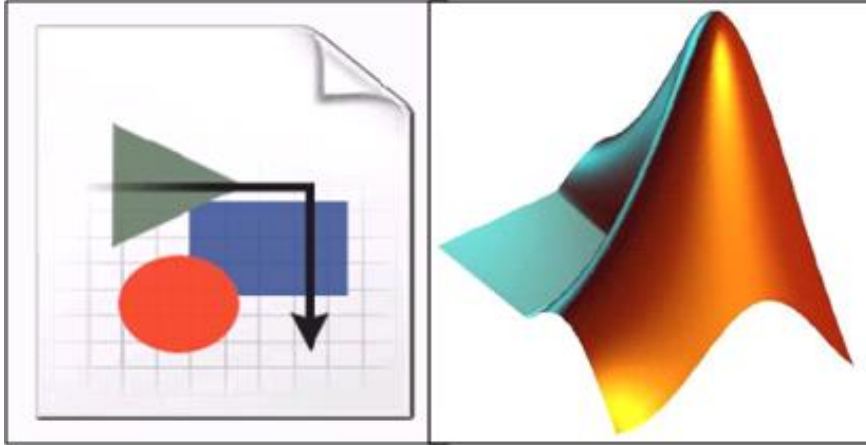
كيفية اختيار العناصر لبناء برنامج محاكاة

في المجال الأكاديمي:

عمليات التفاضل والتكامل والطرق العددية المعقدة
حل المعادلات الجبرية
حل المعادلات التفاضلية واللابلاسية ذات الرتب العليا
عمليات التفاضل الجزئي وعمليات الكسر الجزئي
العناصر المنتهية

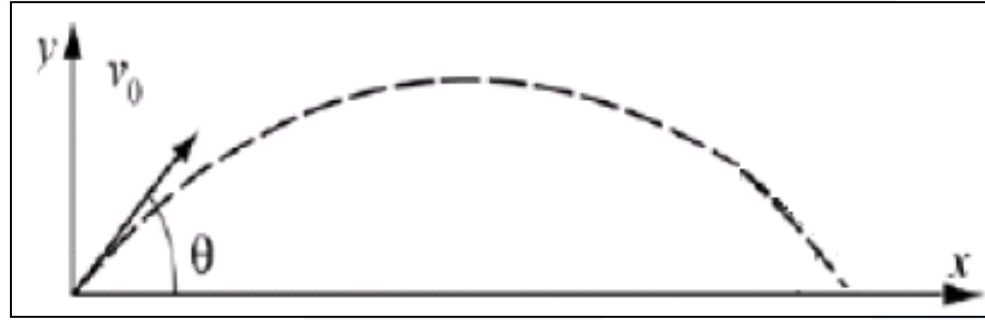
في المجال التطبيقي:

أنظمة التحكم
معالجة الصورة والصوت
محاكاة الالكترونيات
محاكاة النظم الميكانيكية و الهيدروليكية و الحرارية والكهربائية
صناعة السيارات
الطيران والصناعات العسكرية (الدفاع الجوي)
صناعة الروبوت
في المجالات الانشائية (التحليل بالعناصر المنتهية)
الهندسة الطبية (التحليل الدوائي والكشف عن الأورام الخبيثة)

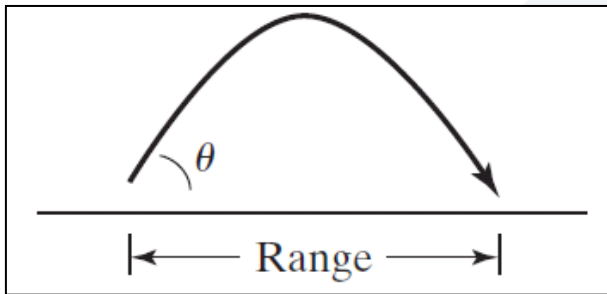


تطوير طريقة عددية مبسطة لحل مسألة حركية

إصابة هدف أرضي ثابت بقذيفة



Analytical Solution

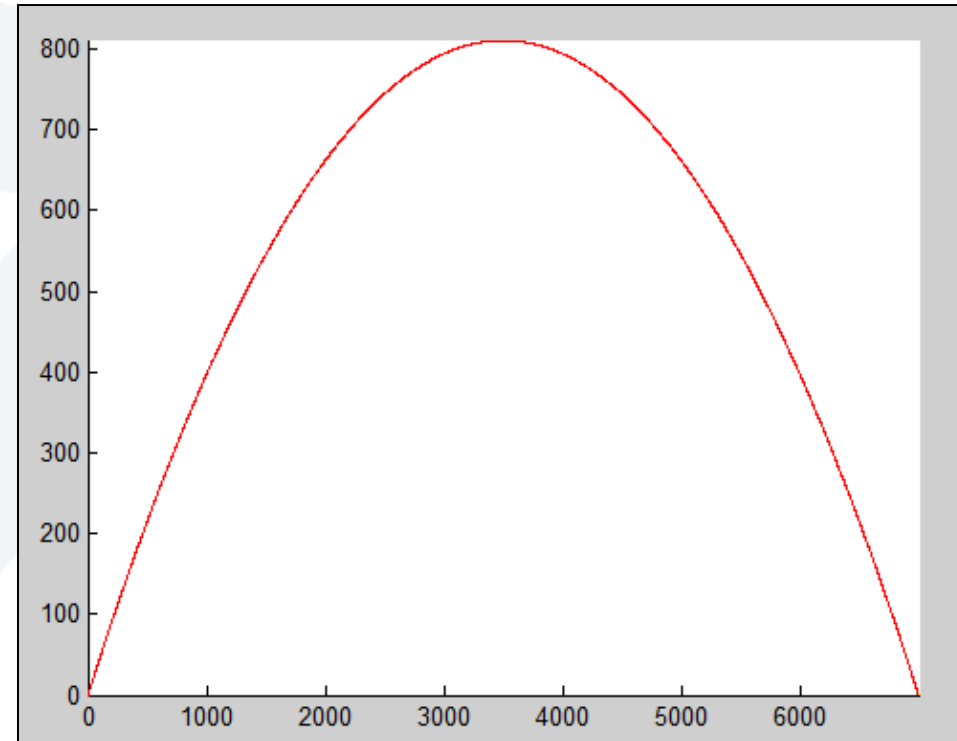


$$x(t) = (v_0 \cos \theta)t \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2} + (v_0 \sin \theta)t$$

$$t_{max} = \frac{2v_0}{g} \sin \theta \quad \text{Range} = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta)$$

```
clc
clear
Range =input('Range[m]=');
V0 = input('Launch velocity [m/s]=');
%%%%%%%%%%%% Analytical Solution
g = 9.81;
ang_A=0.5*asin(Range*g/(V0)^2);
t=0:0.01:(2* V0 *sin(ang_A)/g);
xt= V0 * cos(ang_A)*t;
yt= V0 * sin(ang_A)*t - g*t.^2 /2;
disp('Analytical Solution')
disp ('Launch angle [degree] =')
disp(ang_A*180/pi),
comet(xt, yt)
```

Range[m]=7000
Launch velocity [m/s]=300



Analytical Solution
Launch angle [degree] =
24.8647

Numerical Solution

$$x(t) = (v_0 \cos \theta)t$$

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + (v_0 \sin \theta)t$$

~~$$t_{max} = \frac{2v_0}{g} \sin \theta$$~~

~~$$\text{Range} = \frac{v_0^2}{g} \sin (2\theta)$$~~

لحل هذه المعادلة بطريقة عددية مبسطة نتبع الخطوات التالية :

- نقوم بإطلاق القذيفة بزوايا إطلاق تبدأ من الصفر وتنتهي عند 90 درجة بخطوة محاكاة صغيرة بحيث يتم مسح فضاء زوايا الإطلاق ضمن هذا المجال (من 0 إلى 90 درجة) .
- في كل عملية إطلاق تتوقف عملية المحاكاة عند وصول القذيفة إلى سطح الأرض .
- نحسب بعد نقطة السقوط عن الهدف ، فإذا لم تبلغ القذيفة الهدف ننتقل إلى زاوية الإطلاق التالية بزيادة خطوة واحدة لزاوية الإطلاق السابقة .
- يتوقف الحل عندما تصل القذيفة إلى الهدف .

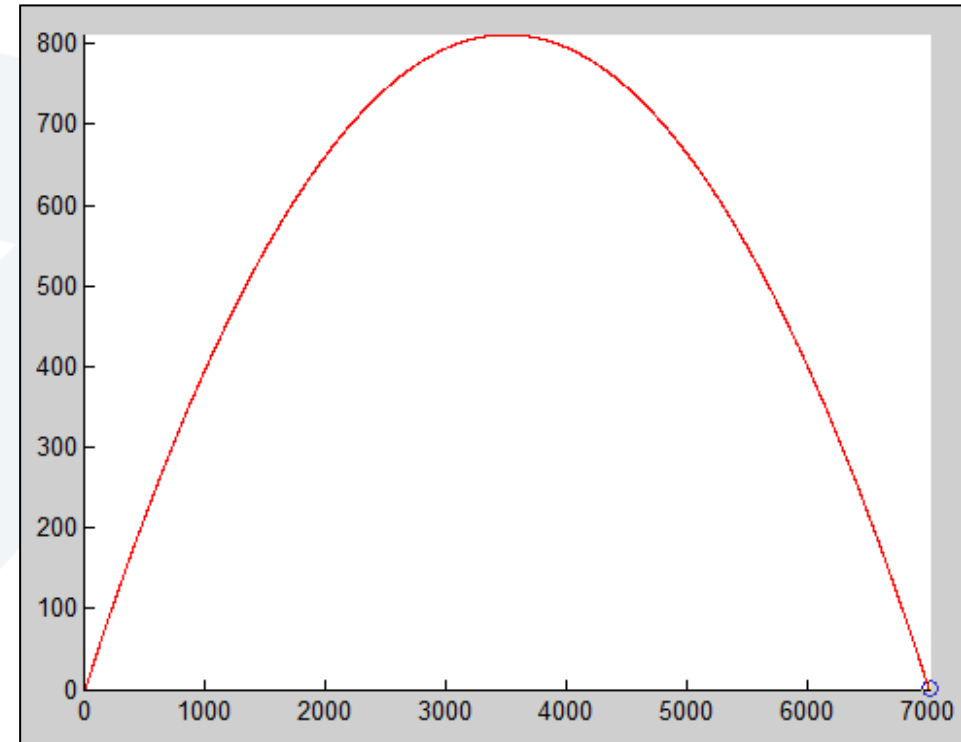

```
clc
clear
Range =input('Range[m]=');
V0 = input('Launch velocity [m/s]=');
%%%%%%%%%%%% Numerical Solution
```

```
g = 9.81;
for ang_N=0:0.01:90;
    ang_N = ang_N * pi / 180; % convert to radians
    t=0;
    dt=0.01;
    tsim=10000;
    n=(tsim-t)/dt;
    for i=1:n
        tt(i)=t;
        y(i) = V0 * sin(ang_N) * t - g * t^2 / 2;
        x(i) = V0 * cos(ang_N) * t;
        if y(i) < 0
            break
        end
        t=t+dt;
    end
    if x(end)>=Range
        disp('Numerical Solution')
        disp ('Launch angle [degree] =')
        disp(ang_N*180/pi),
        comet(x, y)
        break
    end
end
end
```

Numerical Solution
Launch angle [degree] =
24.8600



Range[m]=7000
Launch velocity [m/s]=300



تطوير طريقة عددية مبسطة لحل المعادلة التفاضلية من المرتبة الأولى والدرجة الأولى

المعادلة التفاضلية: هي علاقة بين المتغير التابع والمتغير (المتغيرات) المستقل (المستقلة) تدخل فيها المشتقات أو التفاضلات ويكون الهدف من حل هذه المعادلات هو إيجاد هذه الدوال الرياضية التي تحقق مشتقاتها هذه المعادلات.

مرتبة المعادلة التفاضلية ودرجتها: مرتبة المعادلة التفاضلية (Order) هي أعلى رتبة اشتقاق فيها. أما درجتها (Degree) فهي القوة المرفوعة لها أعلى رتبة اشتقاق

$$y'' - 3y' + 4xy - 5 = 0$$
$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x \frac{dy}{dx} + xy = \sin x$$

الشكل العام للمعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = g(x)$$

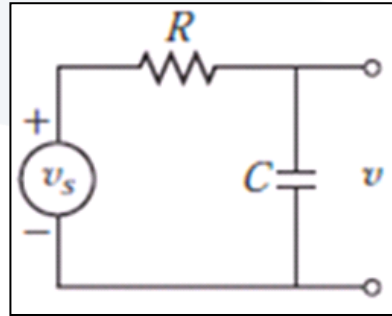
لحل هذه المعادلة بطريقة عددية مبسطة نتبع الخطوات التالية:

- التعبير عن البارامتر المطلوب حسابه بمقدار عنصري صغير يعرف من خلال المعادلة التفاضلية للنظام .
- إجراء حل تراكمي لهذا العنصر عبر تنفيذ عدد كبير من مرات الحساب من خلال خوارزمية مبرمجة تقوم بحساب مقدار ذلك العنصر التفاضلي في كل مرة ومراكمته فوق المرات السابقة التي تم فيها حسابه بذات الطريقة .
- ستوضح هذه الخطوات من خلال استعراض بعض التطبيقات

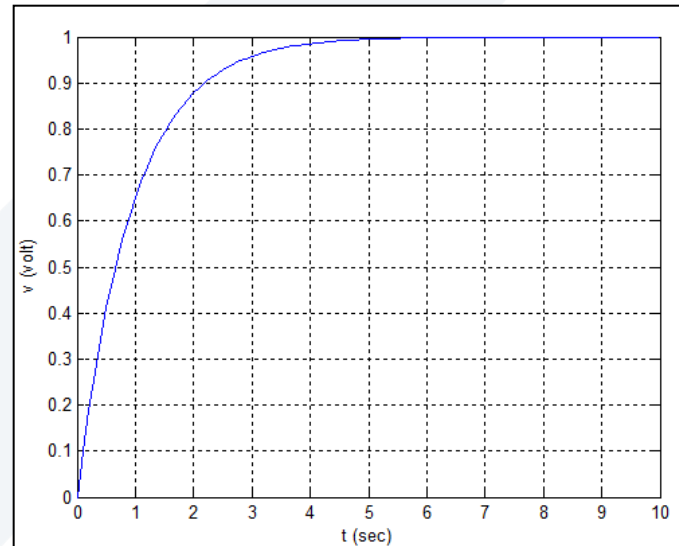
Numerical Solution

```
vs=1;  
R=10^3;  
C=10^-3;  
t=0;  
v=0;  
dt=0.01;  
tsim=10;  
n=(tsim-t)/dt;  
for i=1:n  
    X(i,:)=[t v];  
    dv=(vs-v)/(R*C);  
    v=v+dt*dv;  
    t=t+dt;  
end  
plot(X(:,1),X(:,2),'b' )  
xlabel('t (sec)')  
ylabel('v (volt)')  
grid
```

حساب جهد المكثف



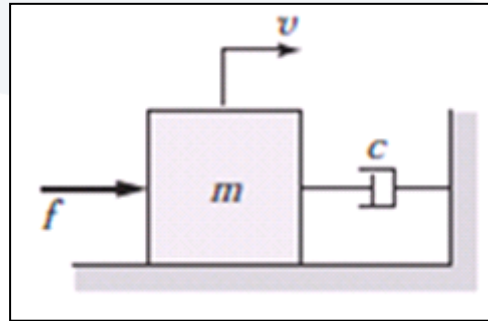
$$RC \frac{dv}{dt} + v = v_s$$



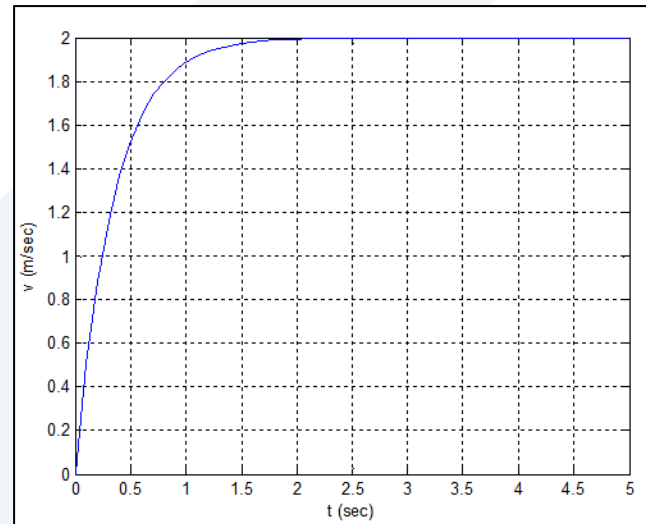
Numerical Solution

```
f=10;
m=2;
c=5;
t=0;
v=0;
dt=0.01;
tsim=5;
n=(tsim-t)/dt;
for i=1:n
    X(i,:)=[t v];
    dv=(f-c*v)/m;
    v=v+dt*dv;
    t=t+dt;
end
plot(X(:,1),X(:,2),'b' )
xlabel('t (sec)')
ylabel('v (m/sec)')
grid
```

حساب سرعة كتلة متصلة بمخمد



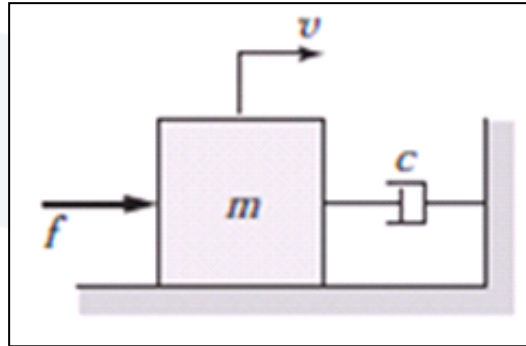
$$m \frac{dv}{dt} + cv = f$$



تقنيات إضافية بمساعدة خوارزمية الحل العددي

حساب الزمن عند سرعة معينة

```
f=10;
m=2;
c=5;
t=0;
v=0;
dt=0.01;
tsim=5;
n=(tsim-t)/dt;
for i=1:n
    X(i,:)=[t v];
    dv=(f-c*v)/m;
    v=v+dt*dv;
    if v>=1.8
        disp(t)
        break
    end
    t=t+dt;
end
```



حساب القوة المطلوبة للحصول على
سرعة مستقرة معينة

```
m=2;
c=5;
for f=10:20
    t=0;
    v=0;
    dt=0.01;
    tsim=5;
    n=(tsim-t)/dt;
    for i=1:n
        X(i,:)=[t v];
        dv=(f-c*v)/m;
        v=v+dt*dv;
        t=t+dt;
    end
    if X(n,2)>3
        disp(f)
        break
    end
end
```

Example

$$\frac{dT}{dt} + kT = k T_m \quad \text{قانون نيوتن للتبريد}$$

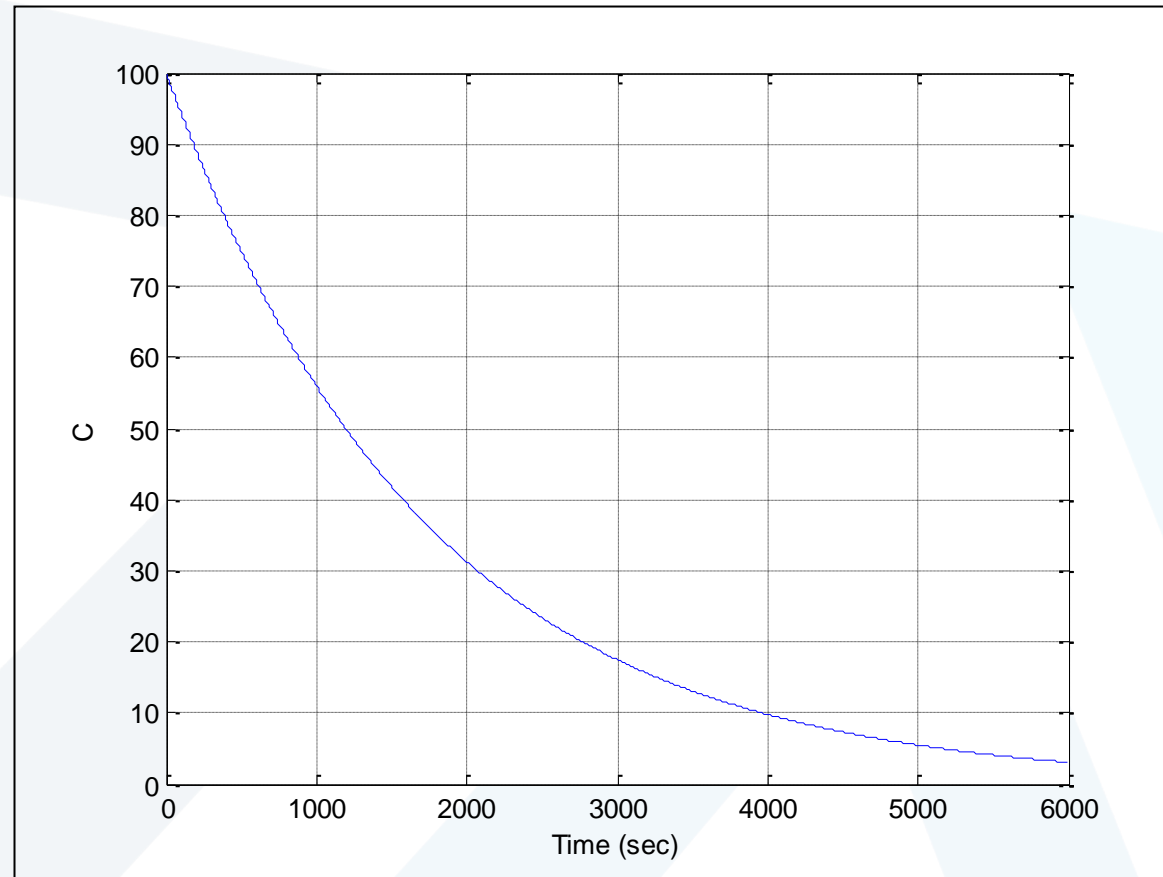
T درجة حرارة الجسم

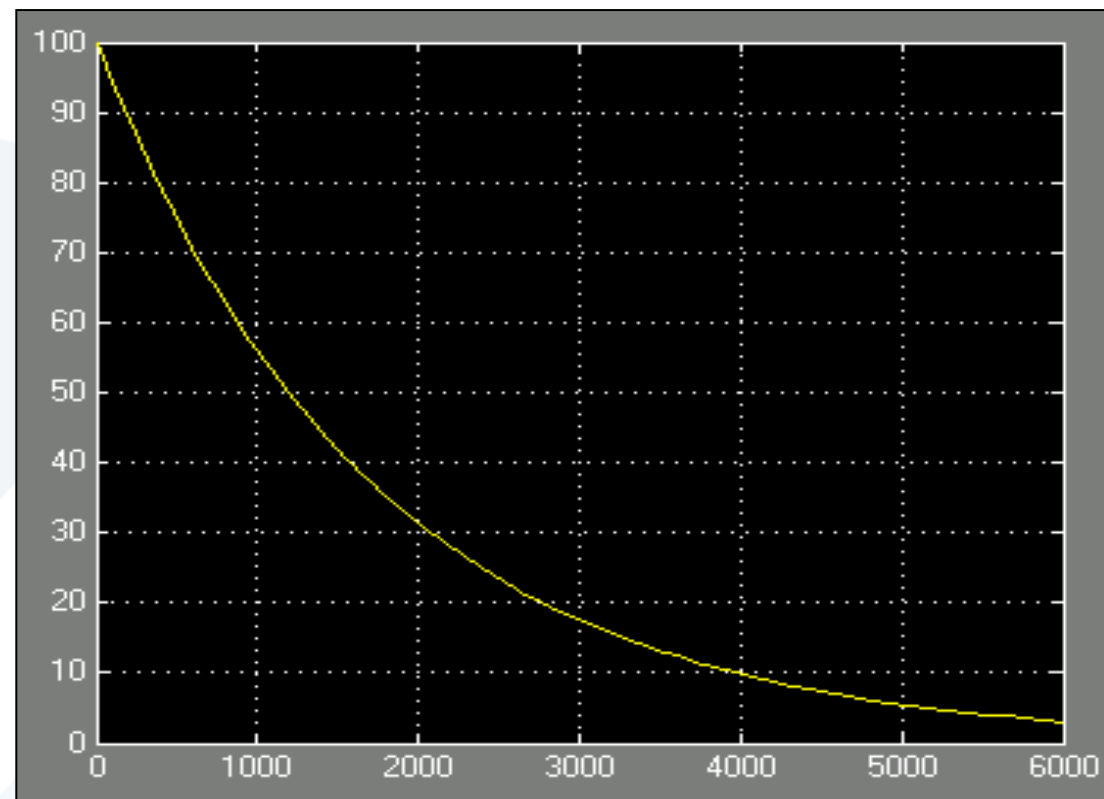
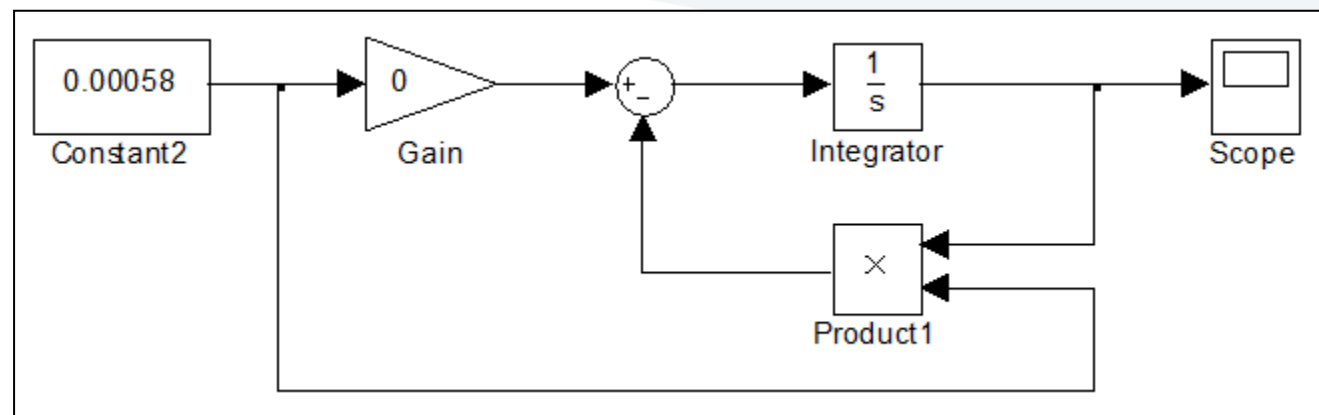
T_m درجة حرارة الوسط المحيط

معدل التغير الزمني لحرارة الجسم تكون dt/dt

وضعت صفيحة معدنية درجة حرارتها 100 C في حجرة درجة حرارتها ثابتة عند 0 C
صمم برنامجاً بلغة Matlab لمعرفة تغيرات درجة الحرارة علماً أن $k=0.00058$
صمم نموذج Simulink للنظام السابق


```
T=100;  
Tm=0;  
k=0.00058;  
t=0;  
dt=0.1;  
for n=1:60000  
    X1(n,:)= [T t];  
    dT=k*(Tm-T);  
    T=T+dt*dT;  
    t=t+dt;  
end  
plot(X1(:,2),X1(:,1))  
xlabel('Time (sec)')  
ylabel('C')  
grid
```





انتهت المحاضرة