جامعة المنارة
قسم الهندسة المعلوماتية

عملي
نظرية المعلومات والترميز

مدرسة المقرر
د.بشرى علي معلا

الجلسة الأولى عملي

المسألة الأولى

في الصورة التلفزيونية، يتم تجزيء الصورة إلى 600x500 عنصر، كل عنصر له ثمان مستويات شدة الإضاءة متغيرة بخطوات من الأسود إلى الأبيض . والمطلوب:

1. احسب عدد عناصر الصورة التلفزيونية.
2. كمية المعلومات التي تحملها الصورة الواحدة.

حل المسألة الأولى

1_ عدد عناصر الصورة= $600x500=3x10^5$ عنصر

2_ حساب كمية المعلومات في الصورة الواحدة :

بما أن كل عنصر يتكون من ثمان مستويات شدة إضاءة مميزة، و بالتالي لدينا $8^{3.10^5}$ صورة مستقلة .

و منه احتمال اختيار صورة عشوائيا هو $P = 8^{-3.10^5}$

و منه تكون كمية المعلومات التي تحملها الصورة:

$$I = \log_2 (1/P) = \log_2 (8^{3.10^5}) = 3.10^5 \log_2 (8) = 9.10^5 \text{ Bits}$$

المسألة الثانية

إذا كان لدينا نص يحتوي على 100000 كلمة متشابهة ومتساوية بالاحتمال ، ما كمية المعلومات الموجودة في 100كلمة؟

الحل:

احتمال الكلمة الواحدة = $P = \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$

كمية المعلومات الموجودة في كلمة واحدة = $I = \log_2 \frac{1}{p} = 3.32\log_{10} \frac{1}{10^{-5}} = 3.32\log_{10} 10^5 = 16.6 \quad bits$

كمية المعلومات الموجودة 100كلمة = $I_1 = 16.6 \times 100 = 1660 \ \text{bits}$

المسألة الثالثة

احسب معدل المعلومات لمنبع تلغرافي إذا علمت أن :

$$P_{dot} = 2/3 \quad ; \quad \tau_{dot} = 0.2 \ \text{sec}$$

$$P_{dash} = 1/3 \quad ; \quad \tau_{dash} = 0.4 \ \text{sec}$$

الحل:

نعلم أن معدل المعلومات يعطى بالعلاقة:

$$R = \frac{H}{\tau}$$

لذا يلزمنا حساب الانتروبيا و متوسط مدة الرموز:

لنحسب الانتروبيا التي تعطى بالعلاقة:

$$H = \sum_{j=1}^{m} P_j \log_2\left(\frac{1}{p_j}\right)$$

نلاحظ هنا أن الأبجدية مكونة من رمزين إذا ستكون m=2

حل المسألة الثالثة

فتكون قيمة الانتروبيا تعطى بالعلاقة

$$H = \sum_{j=!}^{2} P_j \log_2\left(\frac{1}{P_j}\right) = P_{dot}\log_2\left(\frac{1}{P_{dot}}\right) + P_{dash}\log_2\left(\frac{1}{P_{dash}}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\log_2\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{3}\log_2(3)$$

$$= 3.32.\frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right) + 3.32\frac{1}{3}\log_{10}\ (3)$$

$$= 0.3898 + 0.528$$

$$= \ 0.92 \qquad \text{bit/symbol}$$

حل المسألة الثالثة

يلزمنا حساب متوسط مدة الرمز و يعطى بالعلاقة

$$\bar{\tau} = \sum_{j=!}^{m} P_j . \tau_j$$

$$\bar{\tau} = \sum_{j=!}^{2} P_j . \tau_j$$

$$= \mathrm{P}_{\mathrm{dot}} . \tau_{dot} + \mathrm{P}_{\mathrm{dash}} . \tau_{dash}$$

$$= \frac{2}{3} .0.2 + \frac{1}{3} .0.4$$

$$= 0.267 \ \ \mathrm{sec/symbol}$$

فتكون قيمة معدل المعلومات

$$R = \frac{H}{\bar{\tau}} = \frac{0.92}{0.267} = 3.44 \quad \mathrm{bit/sec}$$

المسألة الرابعة

إذا فرضنا أن منبع متقطع دون ذاكرة (DMS) يولد أربعة رموز:

$$A=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$$

والاحتمالات الموافقة لهذه الرموز هي :

$$P(x_1)=1/2,P(x_2)=P(x_3)=1/8,P(x_4)=1/4$$

والمطلوب:

1.حساب انتروبيا هذا المنبع.

2. بناء منبع موسع من الدرجة 2 واحسب انتروبيا المنبع الموسع.

الحل:

$$H(X)=\sum_{i=1}^{M}P_i.I_i=\sum_{i=1}^{M}P_i.\log_2(1/P_i)$$

$$=\sum_{i=1}^{4}P_i.I_i=\sum_{i=1}^{4}P_i.\log_2(1/P_i)$$

بفك العلاقة يكون:

$$H(X) = P_1.\log_2\left(\frac{1}{P_1}\right) + P_2.\log_2\left(\frac{1}{P_2}\right) + P_3.\log_2\left(\frac{1}{P_3}\right) + P_4.\log_2\left(\frac{1}{P_4}\right) =$$

$$H(X) = \frac{1}{2}.\log_2 2 + \frac{1}{8}.\log_2 8 + \frac{1}{8}.\log_2 8 + \frac{1}{4}.\log_2 4 = 1.75 bit / symbol$$

2. يكون المنبع الموسع على المجال:

$$M^n = 4^2 = 16$$

$$Y = \left\{ \begin{matrix} x_1x_1, x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_2x_1, x_2x_2, x_2x_3, x_2x_4, \\ x_3x_1, x_3x_2, x_3x_3, x_3x_4, x_4x_1, x_4x_2, x_4x_3, x_4x_4 \end{matrix} \right\}$$

و هكذا يكون بالنتيجة :

$$P(x_1x_1)=P(x_1)*P(x_1)=\frac{1}{2}*\frac{1}{2}=0.25$$

و تكون الاحتمالات المقابلة :

الرمز	احتمالها	الرمز	احتمالها	الرمز	احتمالها	الرمز	احتمالها
x_1x_1	0.25	x_2x_1	0.0625	x_3x_1	0.0625	x_4x_1	0.125
x_1x_2	0.0625	x_2x_2	0.015625	x_3x_2	0.015625	x_4x_2	0.03125
x_1x_3	0.0625	x_2x_3	0.015625	x_3x_3	0.015625	x_4x_3	0.03125
x_1x_4	0.125	x_2x_4	0.03125	x_3x_4	0.03125	x_4x_4	0.0625

انتروبيا المنبع الموسع:

$$H\left(X^n\right)=\sum_{i=1}^{M^n}P_i.I_i=\mathrm{nH}(\mathrm{X})=2*1.75=3.5\ \text{bit/symbol}$$

المسألة الخامسة

بفرض لدينا منبع مميز في مجال التردد بعرض حزمة B=4KHZ ، وتم أخذ العينات عند تردد نايكوس علماً شرط نايكوست لأخذ العينات هو

$$r = f_s \geq 2B$$

مولداً سلسلة الرموز $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ و الاحتمالات الموافقة هي: $P = \left\{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\frac{1}{16}\right\}$

و المطلوب احسب معدل المعلومات (bit/sec)

الحل:

- يعطى معدل المعلومات بالعلاقة : $R = r.H(X) \quad \text{bps}$
- من شرط نايكوست نحسب r التردد الأصغري لأخذ العينات:

$$r = f_s = 2B = 8000 \ \text{sample per second}$$

➢ يلزمنا حساب انتروبيا المنبع:

$$H(X)=\sum_{i=1}^{M} P_i.I_i=\sum_{i=1}^{M} P_i.\log_2(1/P_i)\Rightarrow H(X)=\sum_{i=1}^{5} P_i.\log_2(1/P_i)$$

$$H(X)=P_1.\log_2\left(\frac{1}{P_1}\right)+P_2.\log_2\left(\frac{1}{P_2}\right)+P_3.\log_2\left(\frac{1}{P_3}\right)+P_4.\log_2\left(\frac{1}{P_4}\right)+P_5.\log_2\left(\frac{1}{P_5}\right)$$

$$H(X)=\frac{1}{2}.\log_2 2+\frac{1}{4}.\log_2 4+\frac{1}{8}.\log_2 8+\frac{1}{16}.\log_2 16+\frac{1}{16}.\log_2 16=1.875 bit/symbol$$

➢ بالتعويض يكون معدل المنبع (bit / sec):

$$R=8000*1.875=15000\ bps$$

المسألة السادسة

إذا فرضنا لدينا المنبع X كالآتي:

$$X = \begin{cases} 1 \quad \quad with\ \ probility \quad p \\ 0\ with\ probability\ (1-p) \end{cases}$$

و المطلوب احسب انتروبيا المنبع X ومن ثم حدد القيمة الأعظمية و القيمة الدنيا لهذه الانتروبيا مع الرسم

الحل:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{M} P_i . I_i = \sum_{i=1}^{M} P_i . \log_2 (1/P_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{2} P_i . \log_2 (1/P_i)$$

$$= P.\log_2 \frac{1}{P} + (1-P).\log_2 \frac{1}{(1-P)} = \mathrm{H}(\mathrm{P})$$

حل المسألة السادسة

نعلم أن القيمة الدنيا للانتروبيا $H_{min} = 0$

نعلم أن القيمة الأعظمية للانتروبيا $H_{max} = log_2(m)$=$log_2(2)$ =1

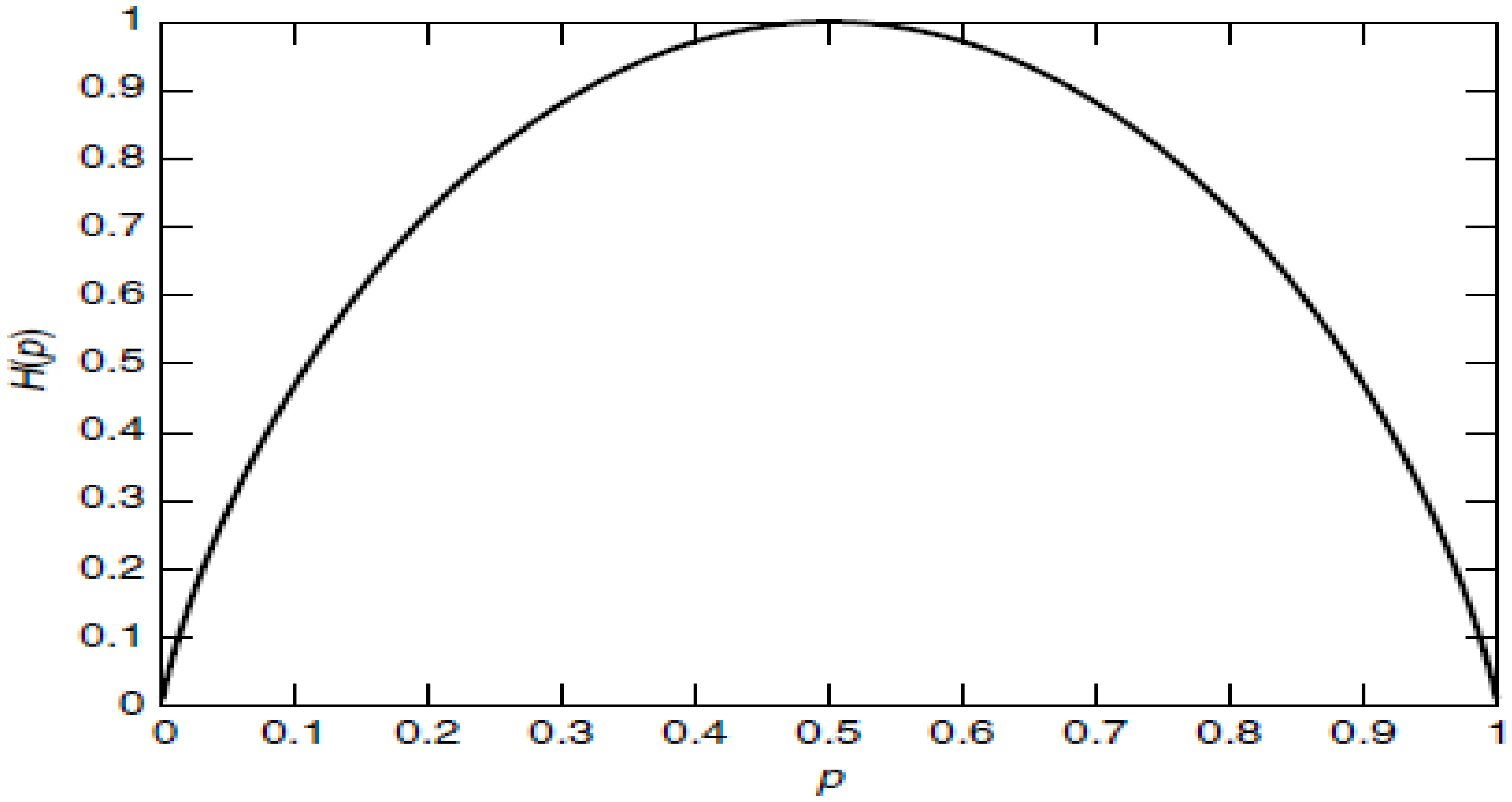
نعطي قيم للاحتمال p ونحسب قيم H(x) المقابلة

نلاحظ أن القيمة الأعظمية للانتروبيا تكون من أجل احتمالات متساوية أي من أجل p=0.5

نلاحظ أن القيمة الدنيا للانتروبيا تكون من أجل إرسال نوع واحد من الرموز أو عدم إرسال أي رمز p=1

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

حل المسألة السادسة



مسألة وظيفة

يرسل مصدر معطى بمعدل 3000 symbol per second أربع رموز باحتمالات تعطى كما يلي:

$$X = \begin{cases} a, & P = 1/2 \\ b, & P = 1/4 \\ C, & P = 1/8 \\ d, & P = ? \end{cases}$$

و المطلوب:1. احسب انتروبيا المنبع 2. احسب معدل المعلومات

نهاية الجلسة الأولى