

# التحليل الرياضي ١

ميكاترونيكس

المحاضرة 1

عملي

Prepared by  
Dr. Sami INJROU

# التواضع الحقيقية

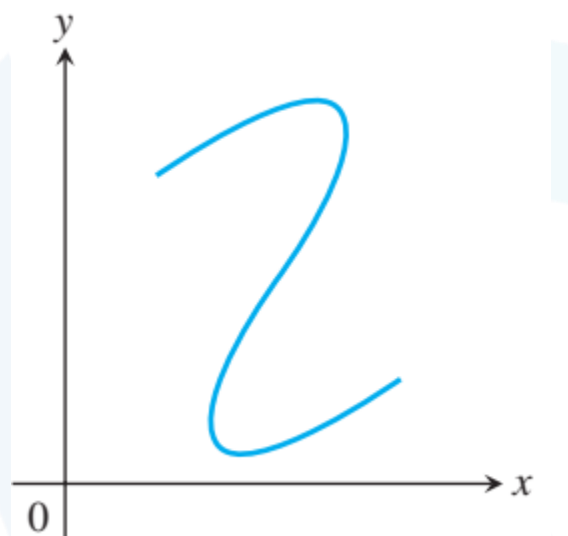
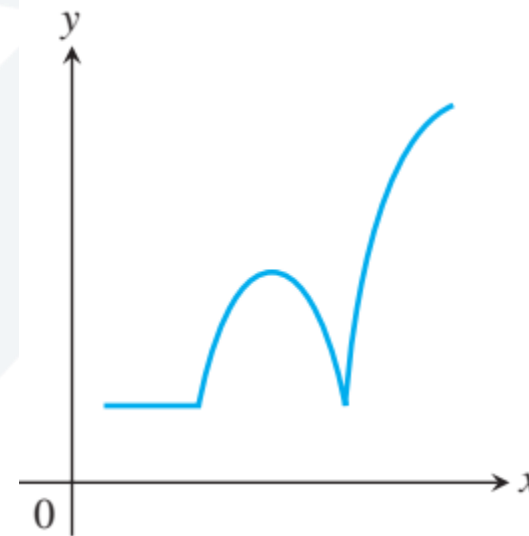
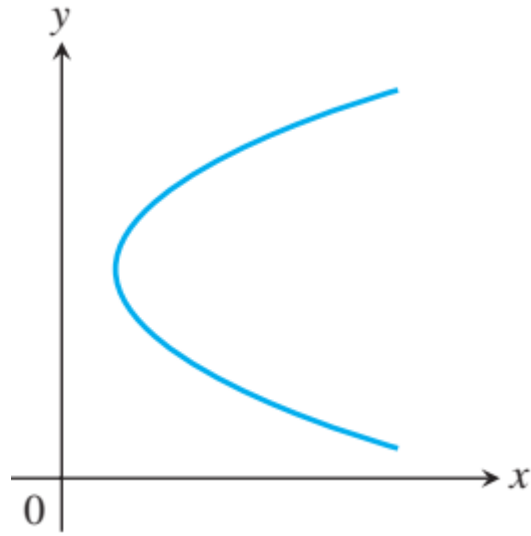
1 أوجد مجموعة تعريف ومدى كل من التوابع الآتية

$$f(x) = 1 + x^2$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$

2 أي من البيانات الآتية بيان لتابع لـ  $x$  وأي منها ليست بيان لتابع لـ  $x$ ، مع ذكر السبب.



## تمارين

3 ادرس تزايد وتنقص التوابع الآتية

$$y = -x^3$$

$$y = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

4 أي من التوابع الآتية زوجي أو فردي أو ليس فردي أو زوجي

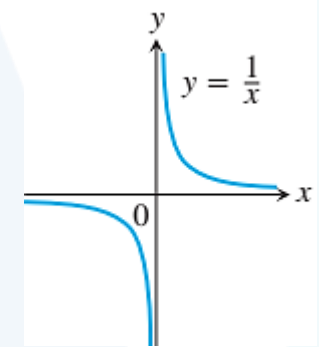
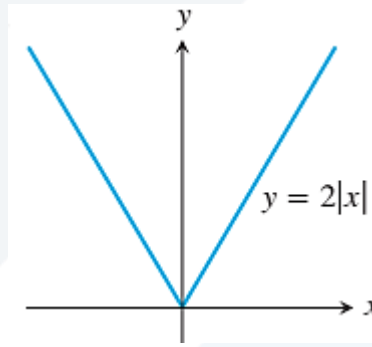
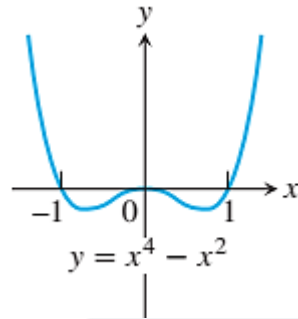
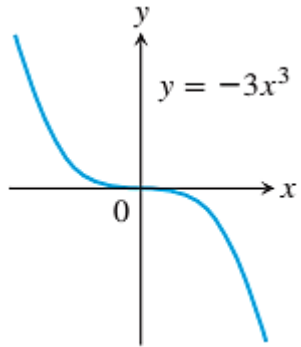
$$f(x) = 3$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f(x) = x^2 + x$$

5 أي من التوابع الآتية متباين وأي منها غير متباين



$$f(x) = x^2 + 1, \quad x \geq 0$$

$$f(x) = x^{2/3}, \quad x \geq 0$$

6 أوجد التابع العكسي لكل من التابعين الآتيين إن أمكن ذلك

$$f(x) = \frac{x+2}{3-x}, \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}, \quad h(x) = \sqrt{2-x}$$

7 أوجد صيغة  $f \circ g \circ h$

8 ليكن لدينا التابع  $F(x) = \ln^2(x^2+1)$  أوجد التوابع  $f, g, h$  بحيث يكون  $F(x) = f \circ g \circ h(x)$

9 ليكن لدينا التابع  $f(x) = \frac{x}{x-2}$  ، أوجد  $y = g(x)$  بحيث يكون  $(f \circ g)(x) = x$  .

1 أوجد مجموعة تعريف ومدى كل من التوابع الآتية

$$f(x) = 1 + x^2$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$f(x) = 1 + x^2$$

مدى التابع  $[1, \infty)$

مجموعة التعريف  $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

مدى التابع  $(-\infty, 1]$

مجموعة التعريف  $[0, \infty)$

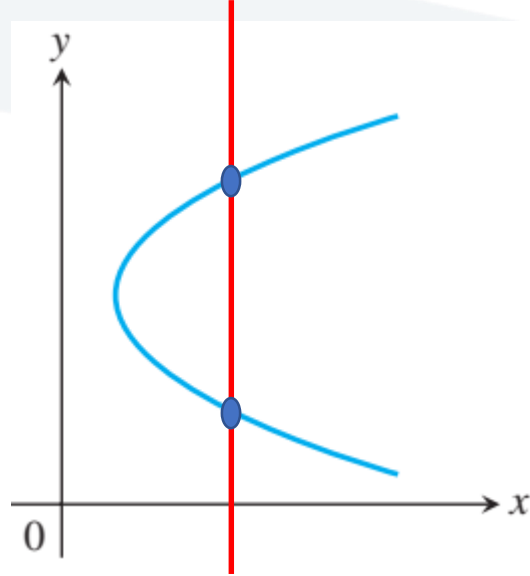
$$g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$$

مدى التابع  $[0, \infty)$

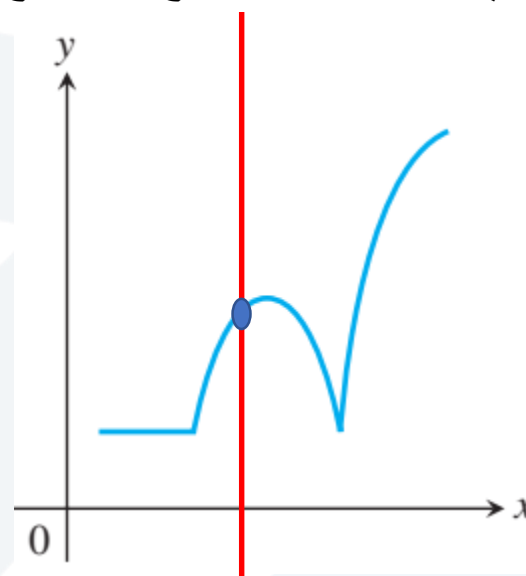
مجموعة التعريف  $(-\infty, 0] \cup [3, \infty)$

الحل

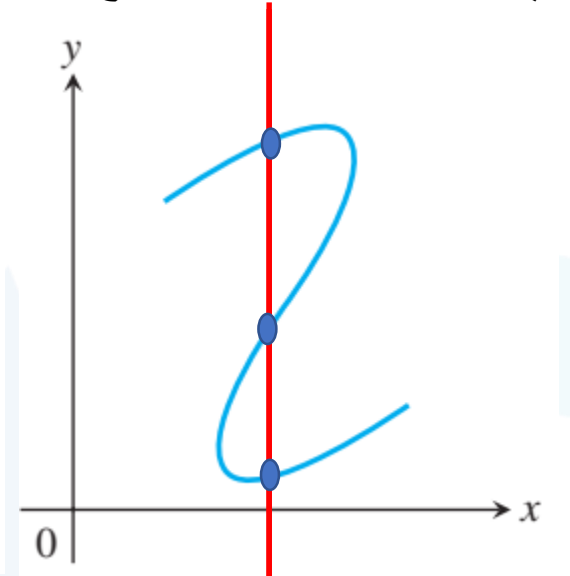
أي من البيانات الآتية بيان لتابع لـ  $x$  وأي منها ليست بيان لتابع لـ  $x$ ، مع ذكر السبب.



ليس بيان لتابع لأن الخط الشاقولي يقطع البيان في نقطتين



بيان لتابع لأن أي خط شاقولي يقطع البيان في نقطة واحدة فقط



ليس بيان لتابع لأن الخط الشاقولي يقطع البيان في ثلاثة نقاط

## تمارين

3 ادرس تزايد وتنقص التوابع الآتية

الحل

$$y = -x^3$$

$$y = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x^3$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow -x_2^3 < -x_1^3 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$$

$$y = -\frac{1}{x^2}$$

$$-\infty < x < 0 \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} \Rightarrow \frac{1}{x_1^2} < \frac{1}{x_2^2} \Rightarrow -\frac{1}{x_2^2} < -\frac{1}{x_1^2} \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$$

$$0 < x < \infty \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} \Rightarrow \frac{1}{x_2^2} < \frac{1}{x_1^2} \Rightarrow -\frac{1}{x_1^2} < -\frac{1}{x_2^2} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

معرف من أجل  $-\infty < x < \infty$

التابع متناقص تماما على كامل مجال  $-\infty < x < \infty$

معرف من أجل  $-\infty < x < 0$  و  $0 < x < \infty$

التابع متناقص تماما على المجال  $-\infty < x < 0$

التابع متزايد تماما على المجال  $0 < x < \infty$



$$y = -\frac{1}{x}$$

$$-\infty < x < 0 \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$0 < x < \infty \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

معرف من أجل  $-\infty < x < 0$  و  $0 < x < \infty$

التابع متزايد تماما على المجال  $-\infty < x < 0$

التابع متزايد تماما على المجال  $0 < x < \infty$

4 أي من التوابع الآتية زوجي أو فردي أو ليس فردي أو زوجي

الحل

$$f(x) = 3$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(x) = 3$$

بما أن منحنى التابع لا يمر من المبدأ أبداً وهو متناظر بالنسبة للمحور- $y$  بالتالي التابع المعطى زوجي

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x) \longrightarrow$$

التابع المعطى زوجي

$$f(x) = x^{-5}$$

$$f(-x) = (-x)^{-5} = \frac{1}{(-x)^5} = \frac{1}{-x^5} = -\frac{1}{x^5} = -x^{-5} = -f(x) \longrightarrow$$

التابع المعطى فردي

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x \neq \begin{cases} -f(x) \\ f(x) \end{cases} \longrightarrow$$

التابع المعطى ليس فردي وليس زوجي