

الدارات الكهربائية 1

الدكتور المهندس
علاء الدين أحمد حسام الدين

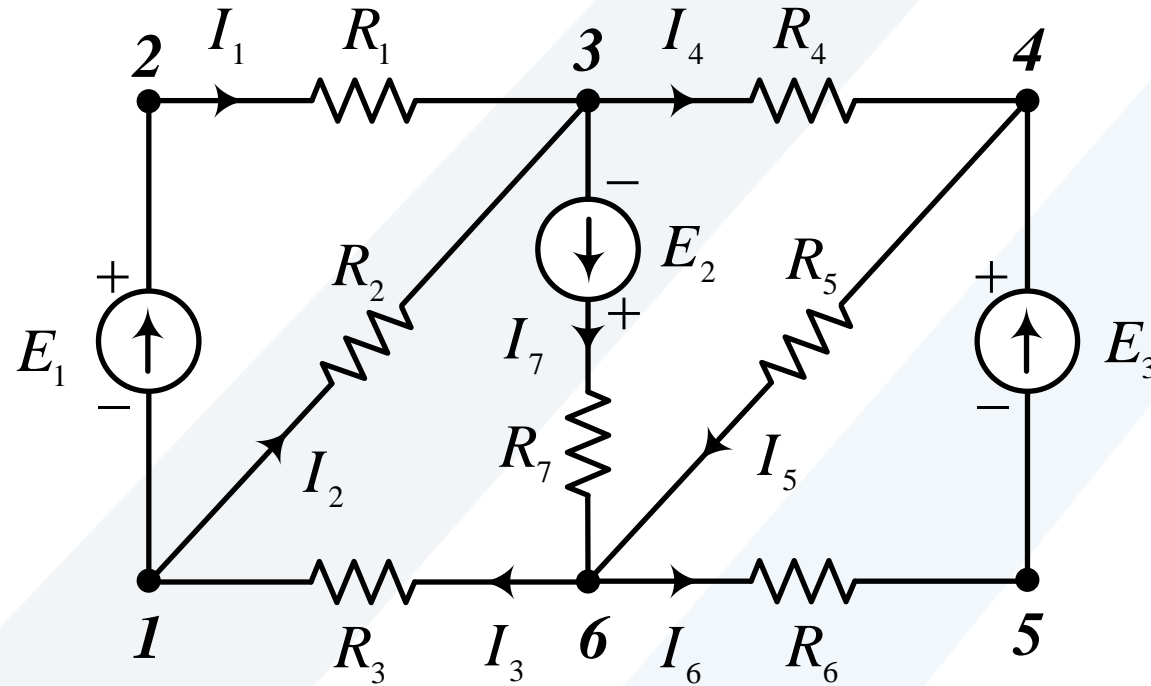
4

طرق تحليل الدارات الكهربائية

METHODS ANALYSIS OF ELECTRICAL CIRCUITS

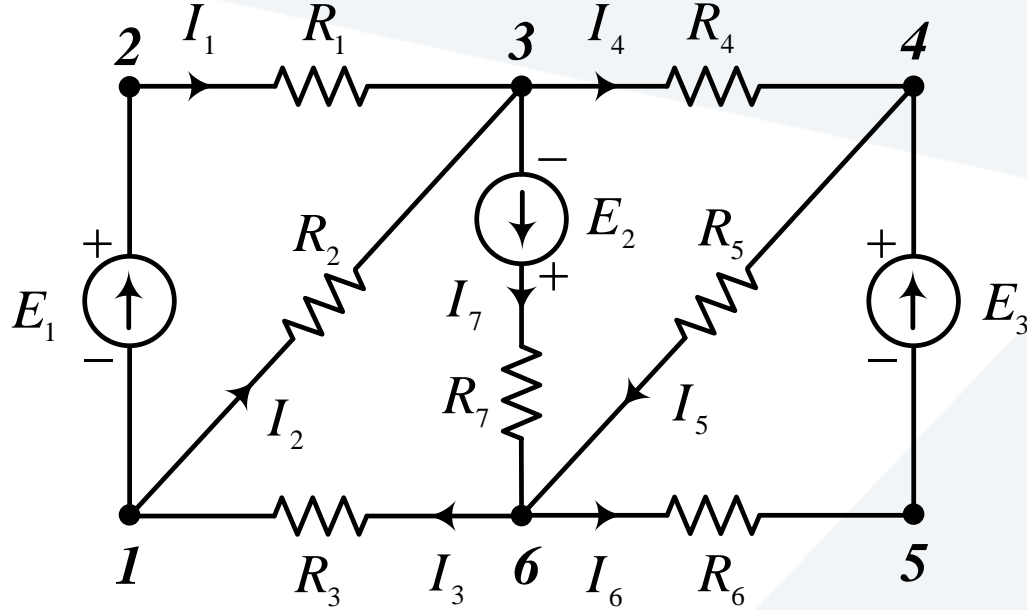
استخدام قوانين كيرشوف :By using Kirchhoff's laws

لتكن لدينا الدارة المبينة بالشكل. تحوي هذه الدارة على عدد من العقد (1, 3, 4, 6)، وعدد من الحلقات (1-2-3-1، 1-3-6-1، 1-2-3-1-6-1، 6-1... وهكذا). يمكن كتابة معادلة التيارات في كل عقدة من عقد الدارة حسب قانون كيرشوف الأول، كما يمكن كتابة معادلات الجهود لكل حلقة حسب قانون كيرشوف الثاني.



توجد في المعادلات المكتوبة حسب قانوني كيرشوف الأول والثاني، التيارات التي بحسابها نكون قد حققنا هدف الحساب.

يجب قبل كتابة المعادلات اختيار الاتجاهات الافتراضية الموجبة للتيارات في كل فرع من فروع الدارة. الاتجاهات الفعلية للتيارات قد لا تتطابق مع الاتجاهات الافتراضية، وسيظهر الخطأ في اختيار اتجاه التيار نتيجة الحل، إذ ستكون قيمة مثل هذا التيار سالبة، وبالتالي يجب تغيير اتجاهه في الدارة وعدّه فيما بعد موجباً.



نكتب الآن معادلات التيارات في العقد حسب قانون كيرشوف الأول:

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad \text{في العقدة 1:}$$

$$I_1 + I_2 = I_4 + I_7 \quad \text{في العقدة 3:}$$

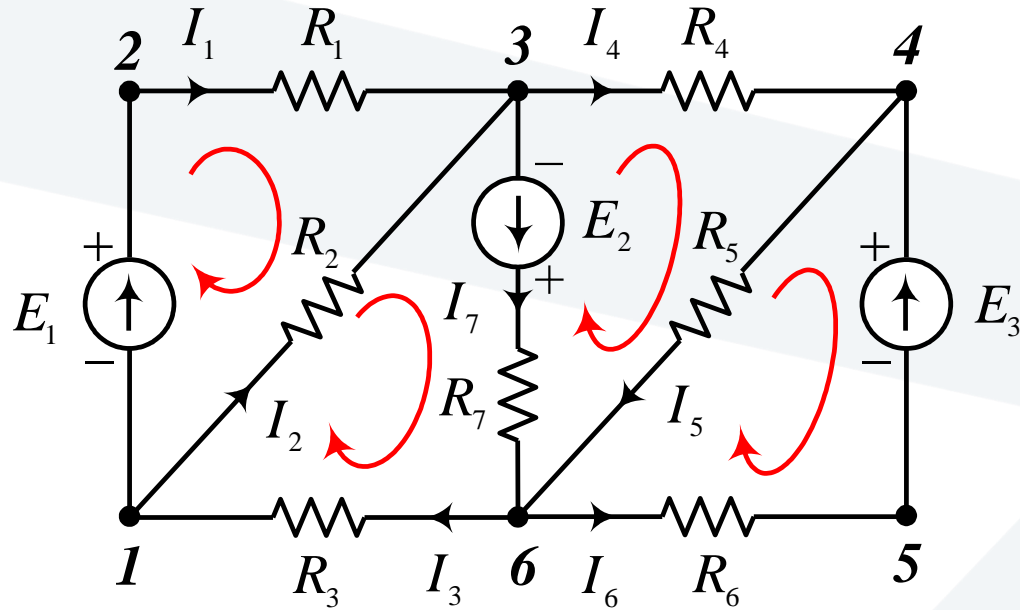
$$I_5 = I_4 + I_6 \quad \text{في العقدة 4:}$$

$$I_5 + I_7 = I_3 + I_6 \quad \text{في العقدة 6:}$$

نلاحظ من المعادلات السابقة أن هناك ثلاث معادلات مستقلة فقط، وهي المعادلات التي يدخل فيها تيار واحد جديد على الأقل مقارنةً بباقي المعادلات. المعادلة الرابعة لا تحوي تيار جديد، وبالتالي يمكن الحصول عليها من المعادلات السابقة.

وفقاً لذلك نجد أن عدد المعادلات المستقلة التي وضعت حسب قانون كيرشوف الأول غير كافٍ لتحديد جميع التيارات في الدارة، إذ يسري فيها سبعة تيارات (سبعة مجاهيل). معادلات العقد المستقلة هي ثلاث فقط. يتم وضع باقي المعادلات اعتماداً على قانون كيرشوف الثاني.

نلاحظ من الدارة أنها تحتوي على عشر حلقات، إلا أن بعض هذه المعادلات سيكون غير مفيد لوجود حدودها في معادلات أخرى. أي أننا نحتاج لمعادلات مستقلة فقط، فالمعادلة تكون مستقلة عن سابقتها إذا احتوت الحلقة التي نطبّق عليها قانون كيرشوف الثاني على جزء واحد من الدارة على الأقل لم يدخل في نطاق الحلقة التي كتبت عليها المعادلة السابقة. بمعنى آخر يجب اختيار الحلقات بحيث يكون في كل حلقة جزء واحد جديد على الأقل مقارنةً بباقي الحلقات.



$$E_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 \quad \text{في الحلقة 1-2-3-1}$$

$$E_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_7 \cdot R_7 \quad \text{في الحلقة 1-3-6-1}$$

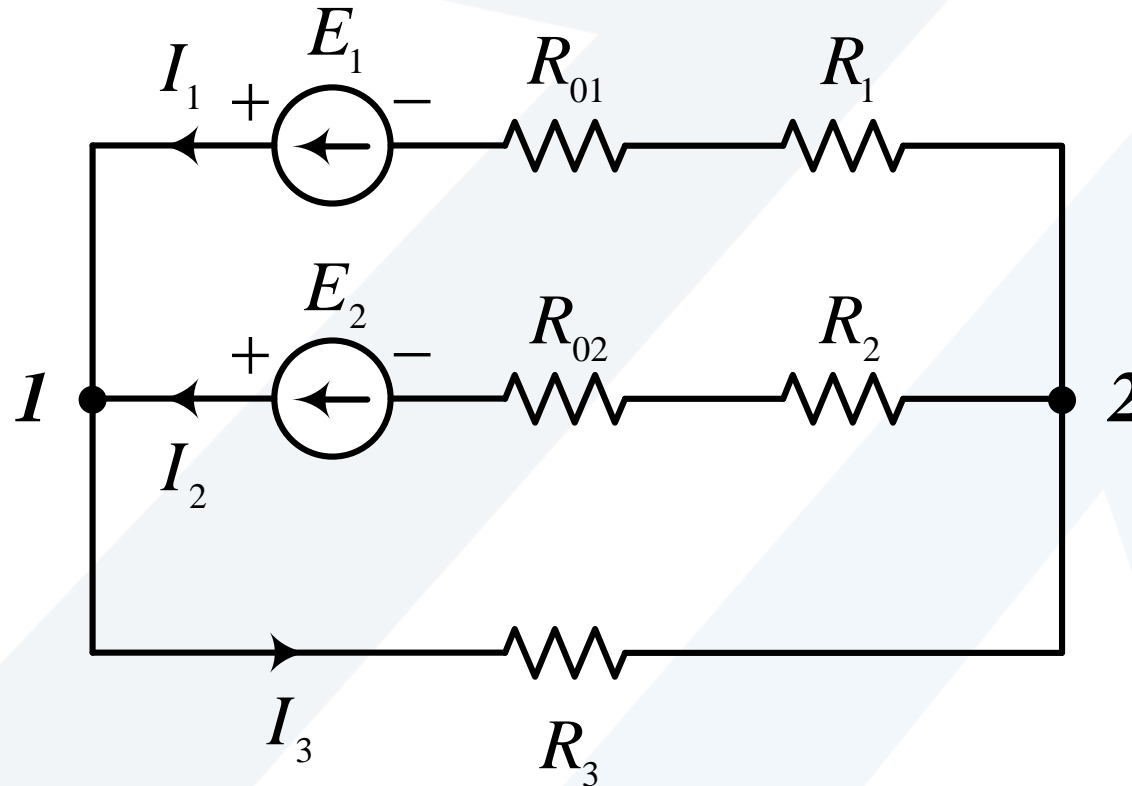
$$-E_2 = I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_7 \cdot R_7 \quad \text{في الحلقة 6-3-4-6}$$

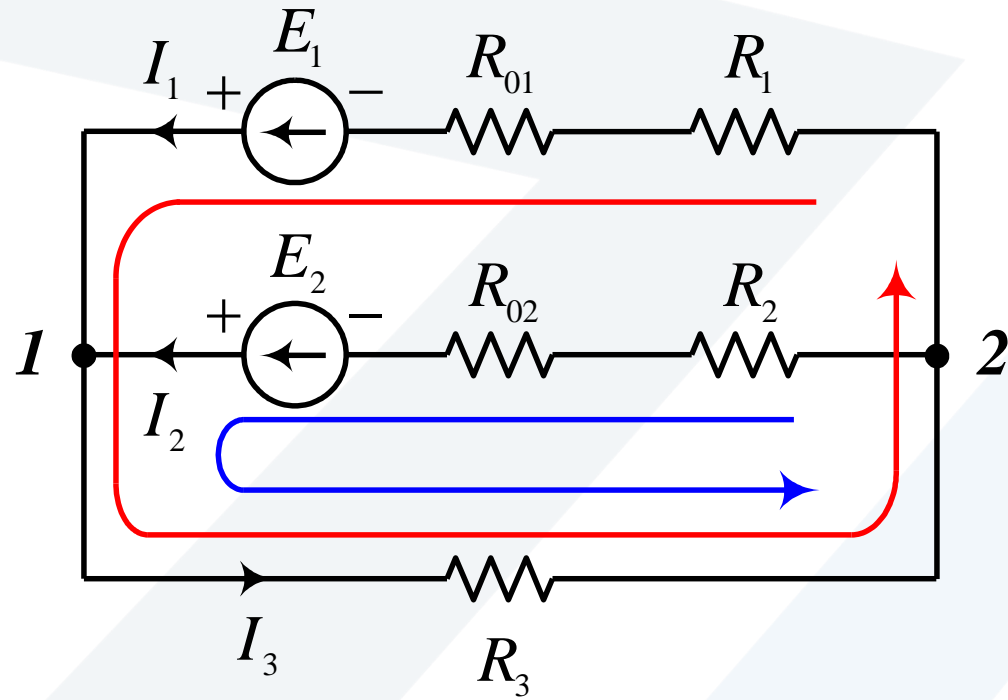
$$-E_3 = -I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 \quad \text{في الحلقة 6-4-5-6}$$

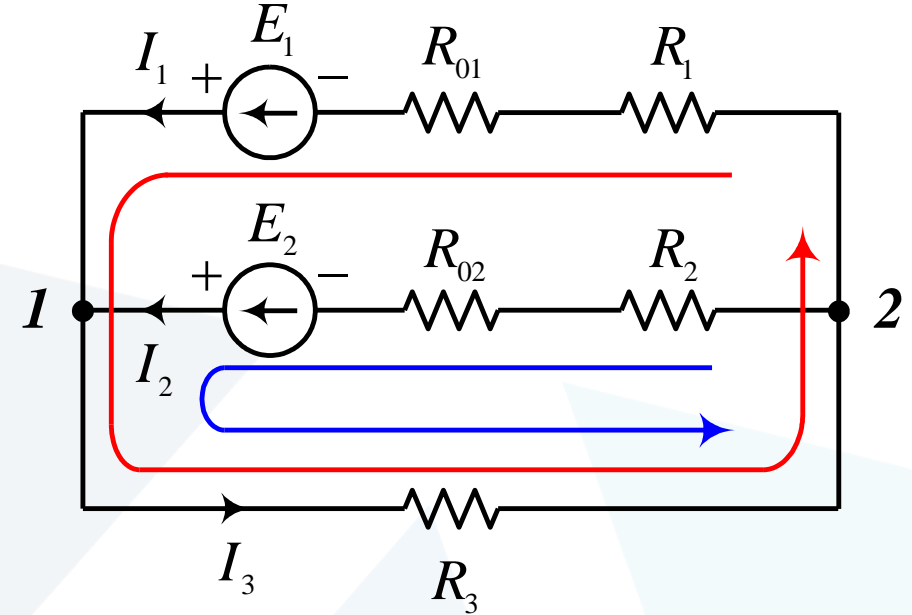
إن الإشارة السالبة للقوى المحركة الكهربائية يحددها الاختلاف في اتجاه الدوران الافتراضي مع اتجاه القوة المحركة لمنبع الجهد. فإذا دخل سهم اتجاه الدوران الافتراضي من القطب السالب باتجاه القطب الموجب للمنبع تكون E موجبة، وإلا تكون سالبة. أما إشارات الجهود المطبقة على العناصر فيحدها التوافق أو التعاكس بين اتجاه التيار المار في العنصر وبين اتجاه الدوران الافتراضي. فإذا توافق اتجاه التيار المار في العنصر (الفرع) مع اتجاه الدوران الافتراضي تكون إشارة جهد العنصر موجبة، وإلا تكون سالبة.

$$\begin{aligned} E_1 &= 1.8[V], E_2 = 1.2[V] \\ R_1 &= 0.6[\Omega], R_{01} = 0.2[\Omega] \\ R_2 &= 0.4[\Omega], R_{02} = 0.3[\Omega] \\ R_3 &= 0.8[\Omega] \end{aligned}$$

مثال: لتكن لدينا الدارة المبينة بالشكل. المطلوب حساب تيارات الفروع في هذه الدارة باستخدام قوانين كيرشوف إذا كان:







حسب قانون كيرشوف الأول في العقدة 1: $I_3 = I_1 + I_2$ (1)

حسب قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الخارجية يكون:

$$E_1 = I_1 \cdot (R_1 + R_{01}) + I_3 \cdot R_3 \Rightarrow 1.8 = 0.8I_1 + 0.8I_3 \quad (2)$$

حسب قانون كيرشوف الثاني على الحلقة السفلية يكون:

$$E_2 = I_2 \cdot (R_2 + R_{02}) + I_3 \cdot R_3 \Rightarrow 1.2 = 0.7I_2 + 0.8I_3 \quad (3)$$

نعوض (1) في (2)، فيكون:

$$1.8 = 0.8I_1 + 0.8I_1 + 0.8I_2 = 1.6I_1 + 0.8I_2$$
$$\Rightarrow I_1 = \frac{1.8 - 0.8I_2}{1.6} \quad (4)$$

نعوض في (3) قيمة I_3 من (1) وقيمة I_1 من (4)، فيكون:

$$1.2 = 0.8I_1 + 0.8I_2 + 0.7I_2 = 0.8I_1 + 1.5I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1.2 - 0.8I_1}{1.5} = \frac{1.2 - 0.8\left(\frac{1.8 - 0.8I_2}{1.6}\right)}{1.5}$$

$$1.5I_2 = 1.2 - \frac{1.44}{1.6} + \frac{0.64}{1.6}I_2 = 1.2 - 0.9 + 0.4I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{0.3}{1.1} = 0.273[A]$$

نعوض في (4):

$$I_1 = \frac{1.8 - (0.8 \times 0.273)}{1.6} = 0.99[\text{A}]$$

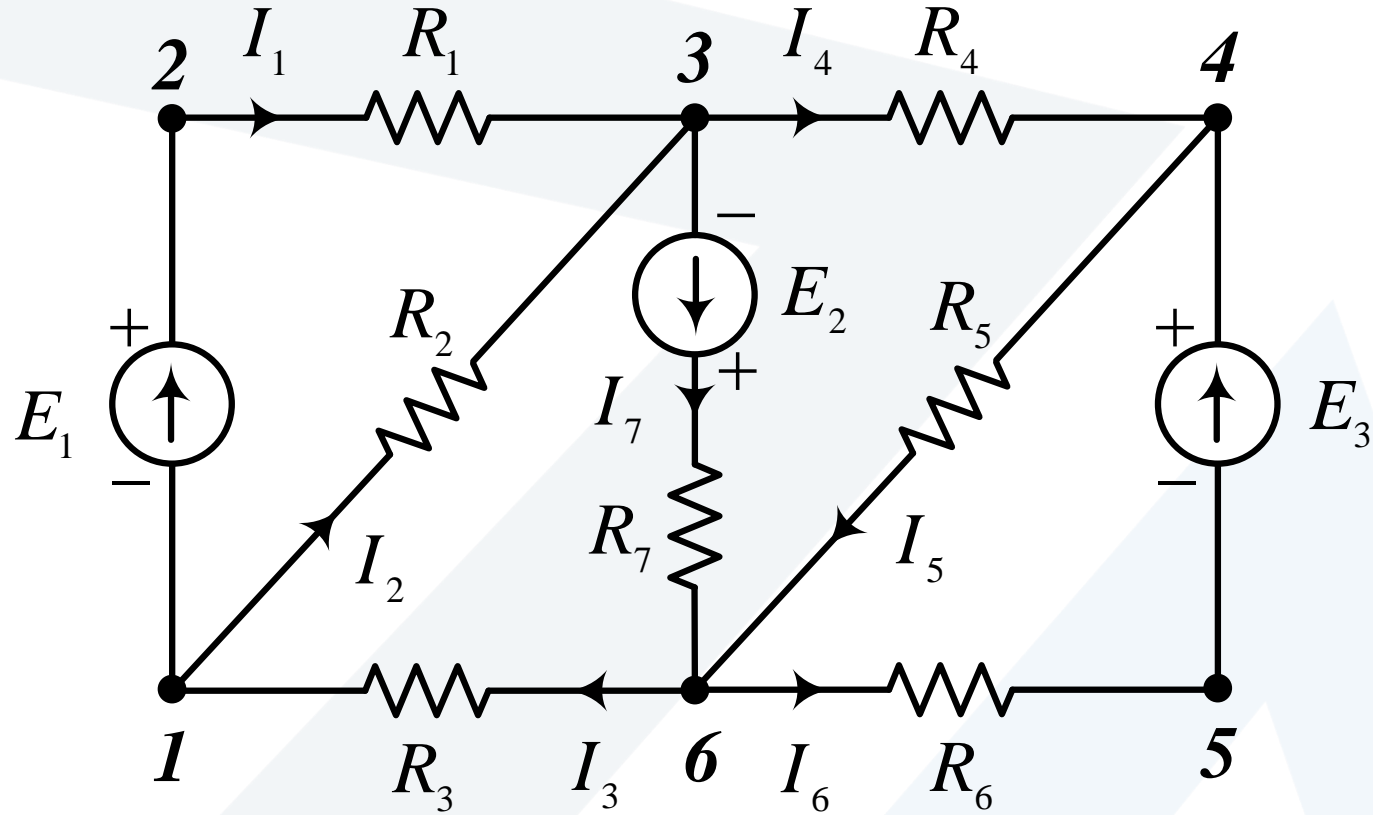
نعوض قيمة I_1 و I_2 في (1)، فيكون:

$$I_3 = 0.273 + 0.99 = 1.26[\text{A}]$$

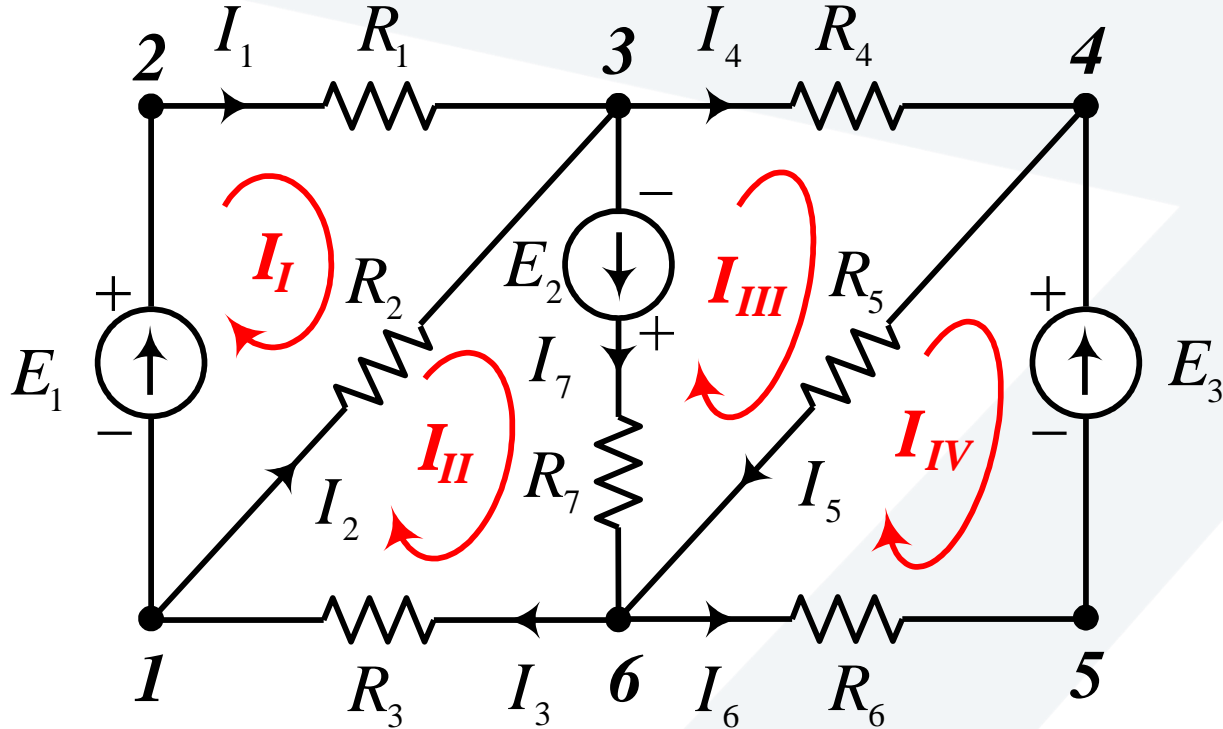
طريقة التيارات الحلقية (تيارات ماكسويل): Mesh Currents method

لحساب الدارة باستخدام قانوني كيرشوف نحتاج كما وجدنا سابقاً لحل جملة معادلات عددها مساوٍ لعدد المجاهيل. وتُعد هذه الطريقة عامة وسيئتها الحاجة إلى وقت كبير في الحساب. استخدام طريقة التيارات الحلقية يسمح بحل المسألة نفسها بأقل عدد من المعادلات، إذا نحتاج فقط إلى **B** (عدد الحلقات المستقلة) معادلة بدلاً من **Z** معادلة.

وفقاً لهذه الطريقة نحتاج إلى معرفة عدد الحلقات المستقلة في الدارة، حيث نضع في كل حلقة مستقلة اتجاه افتراضي للتيار، يمثل التيار الحلقى الخاص بهذه الحلقة، والذي يعبر عن قيمة حسابية تكون واحدة من أجل جميع عناصر الحلقة، كما في الدارة التالية.

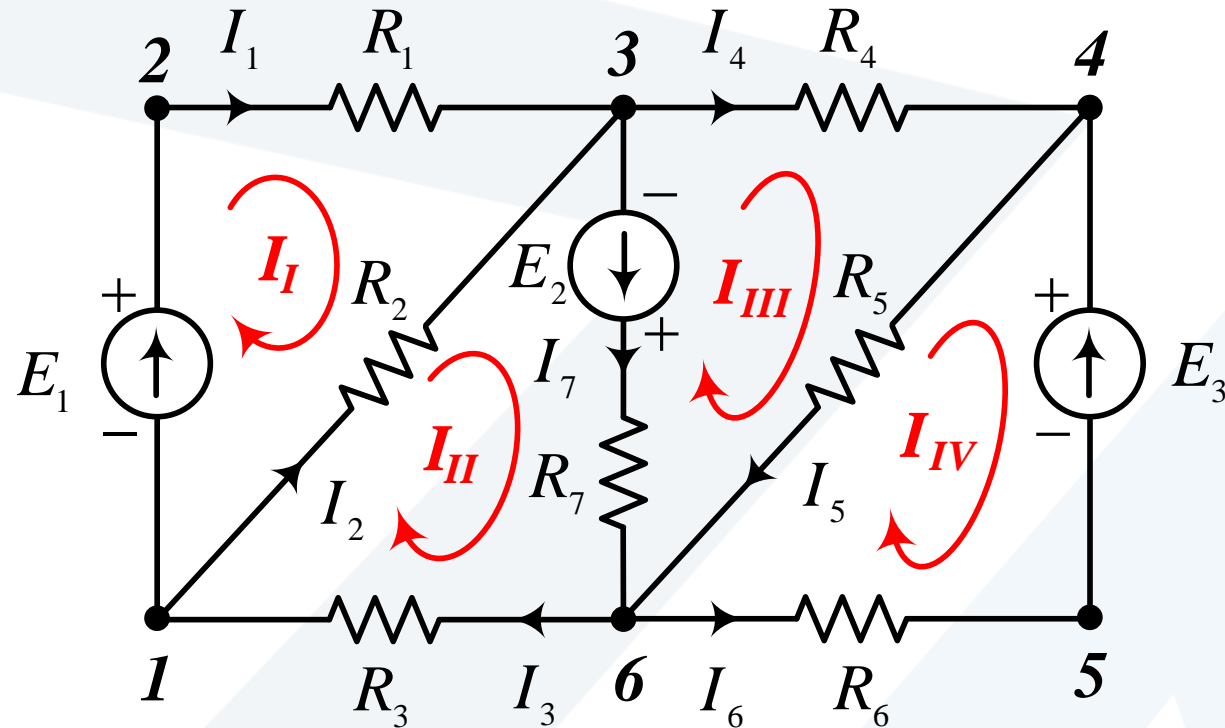


نفرض تيارات حلقيه داخل الحلقات المستقلة.

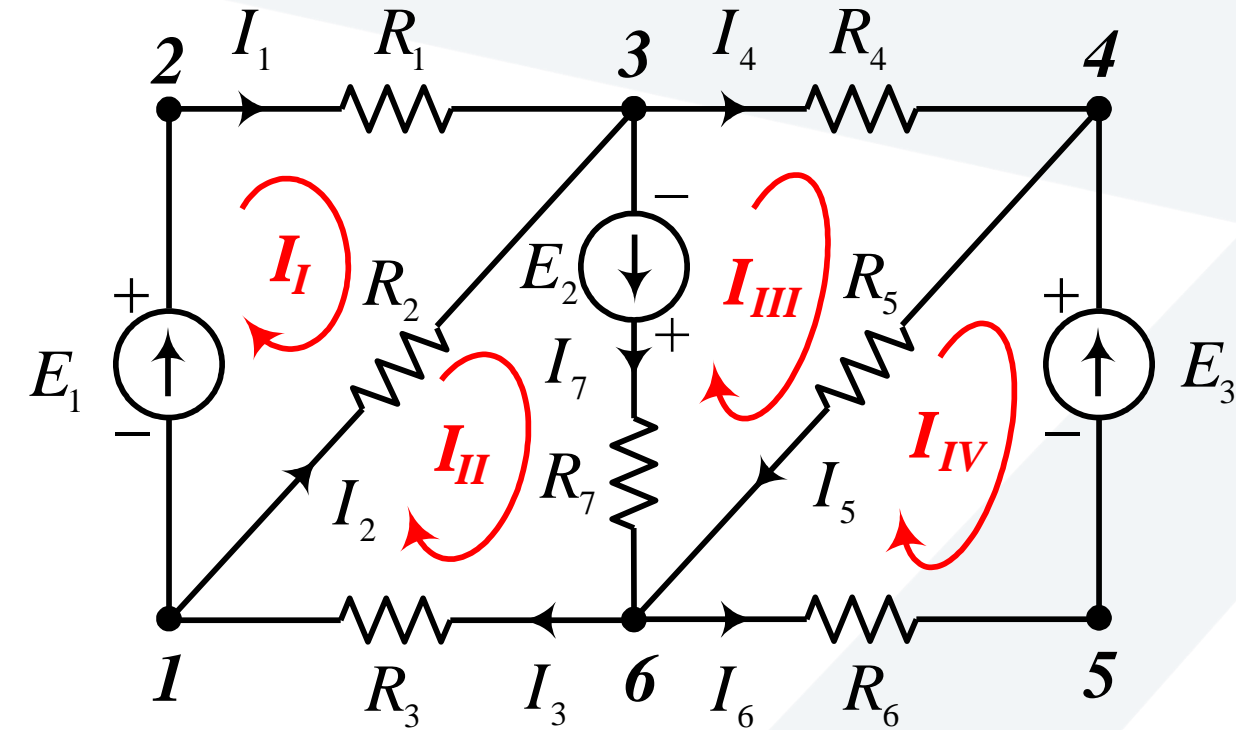


يمكن من خلال الشكل ملاحظة أن الفروع المستقلة في الدارة تكون مشتركة بين حلقتين متجاورتين، وبالتالي تتحد القيمة الفعلية للتيار في مثل هذه الفروع من خلال الجمع الجبري للتيارات الحلقية المتجاورة في الحلقات المشتركة بهذا الفرع. مثلاً: يدخل الفرع 1-3 ذي المقاومة R_2 في مجال الحلقتين المتجاورتين I و II، فالتيار الفعلي I_2 الذي يسري في هذا الفرع يساوي المجموع الجبري للتيارات الحلقية للحلقتين I و II، أي:

$$I_2 = I_{II} - I_I$$



التيار الفعلي المار في المقاومة R_1 هو قيمة التيار الحلقي I_I نفسه، أي: $I_1 = I_I$



ويتم بالطريقة نفسها تحديد باقي التيارات في الفروع، فنجد أن:

$$I_2 = I_{II} - I_I$$

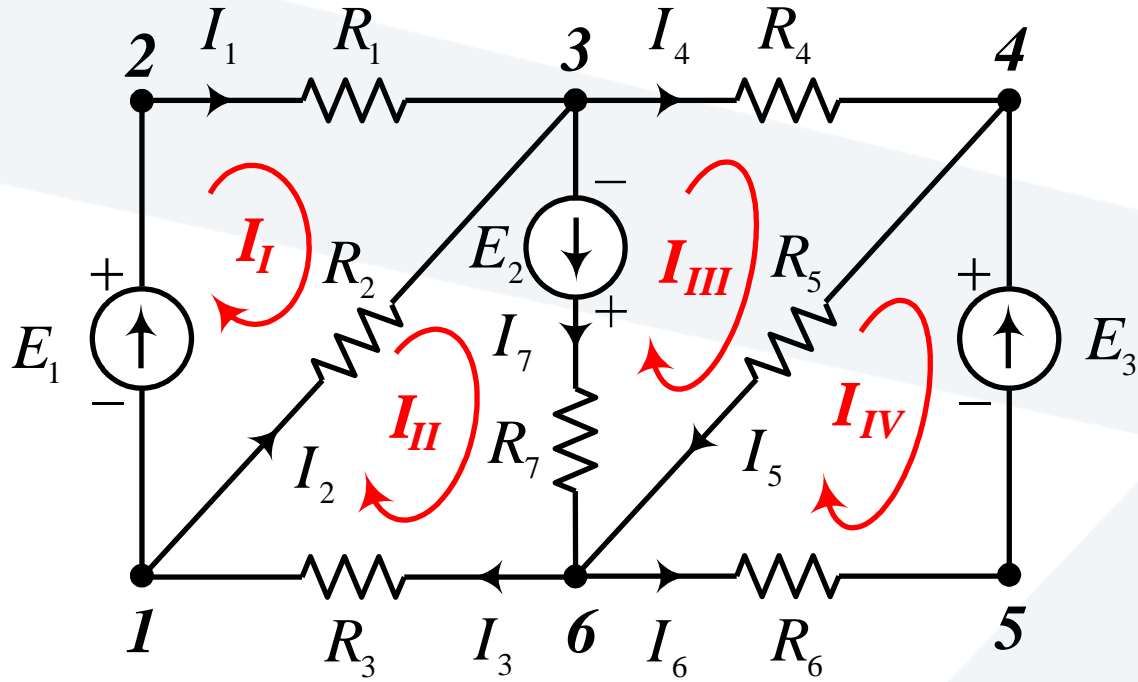
$$I_3 = I_{II}$$

$$I_4 = I_{III}$$

$$I_5 = I_{III} - I_{IV}$$

$$I_6 = -I_{IV}$$

$$I_7 = I_{II} - I_{III}.$$



تُكتب المعادلات المعتمدة على التيارات الحلقية
وفق قانون كيرشوف الثاني كما يأتي:

$$E_1 = I_I \cdot (R_1 + R_2) - I_{II} \cdot R_2$$

في الحلقة I:

$$E_2 = -I_I \cdot R_2 + I_{II} \cdot (R_2 + R_3 + R_7) - I_{III} \cdot R_7$$

في الحلقة II:

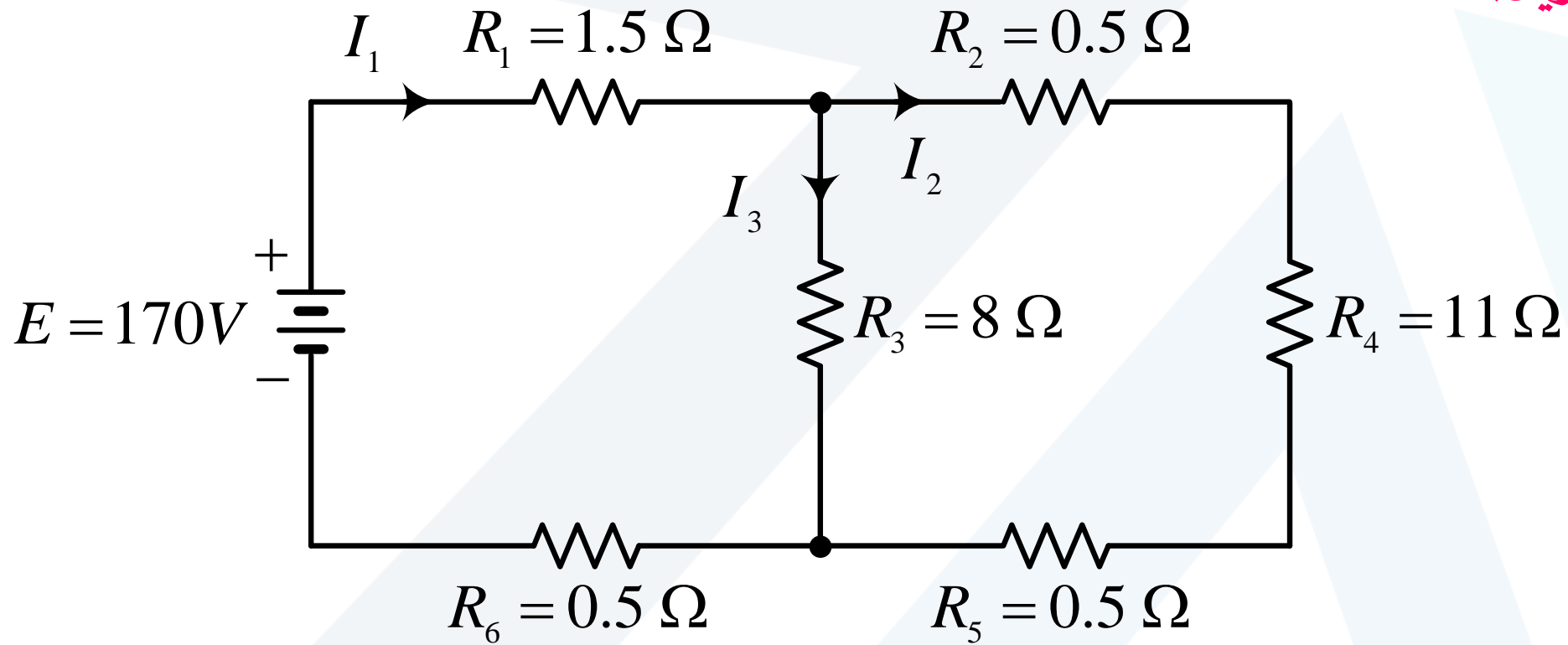
$$-E_2 = -I_{II} \cdot R_7 + I_{III} \cdot (R_4 + R_5 + R_7) - I_{IV} \cdot R_5$$

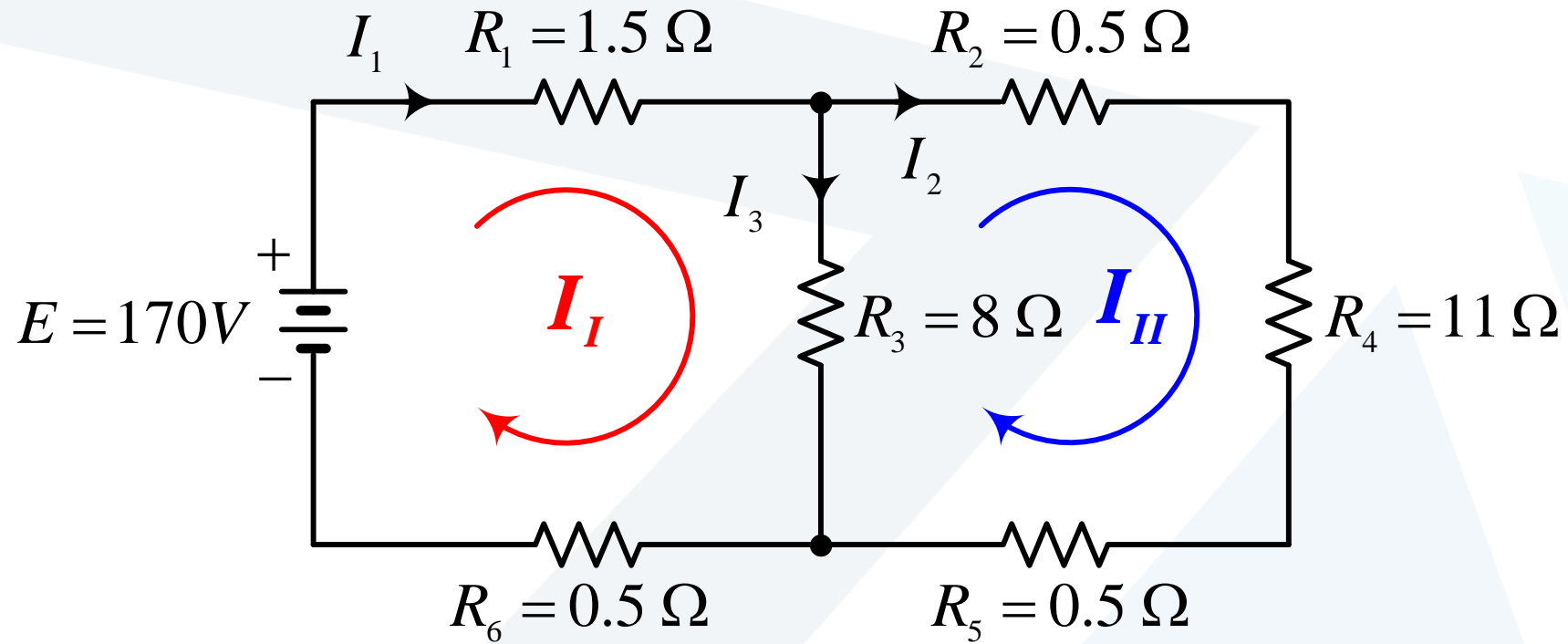
في الحلقة III:

$$-E_3 = I_{IV} \cdot (R_5 + R_6) - I_{III} \cdot R_5$$

في الحلقة IV:

مثال: احسب قيم التيارات في الدارة المبينة بالشكل، وذلك باستخدام طريقة التيارات الحلقية (ماكسويل).

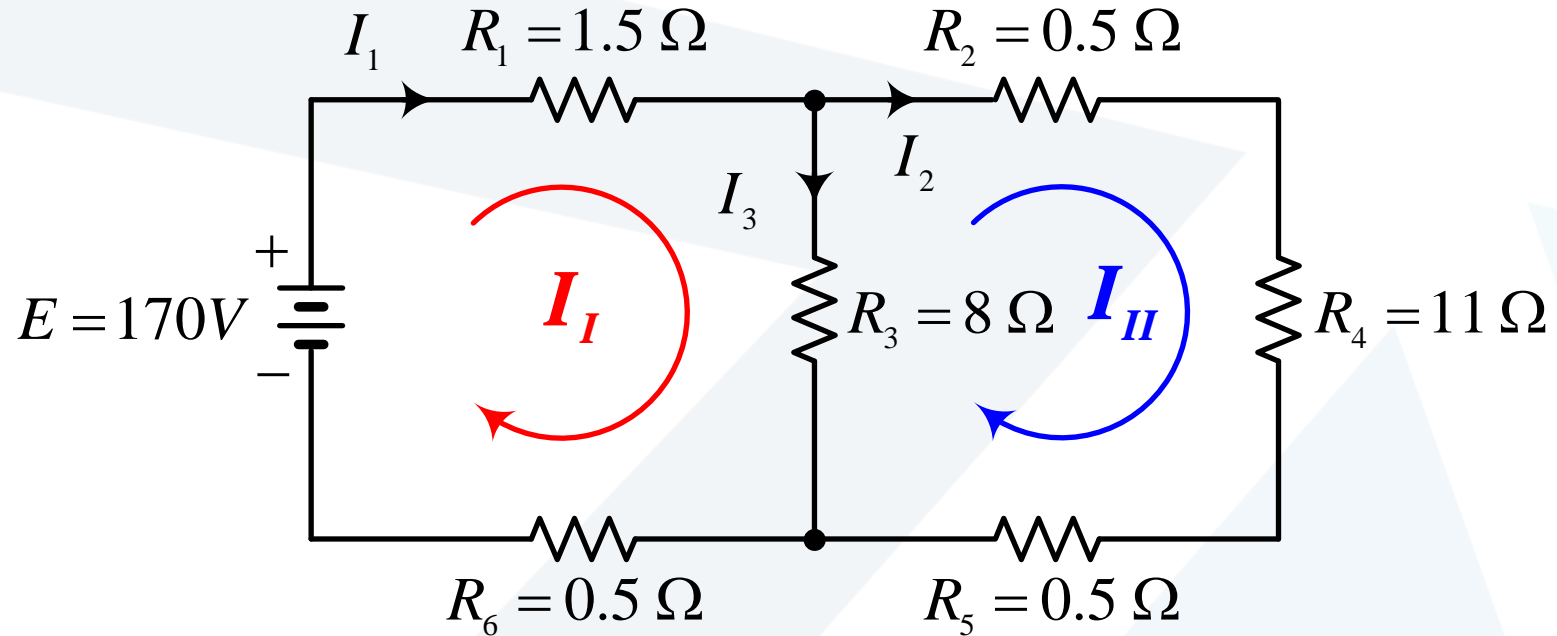




$$E = I_I \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{II} \cdot R_3$$

$$170 = 10I_I - 8I_{II} \quad (1)$$

معادلة الحلقة الأولى:



$$0 = I_{II} \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_5) - I_I \cdot R_3$$

$$0 = 20I_{II} - 8I_I \Rightarrow I_I = \frac{20}{8} \cdot I_{II} \quad (2)$$

معادلة الحلقة الثاني !!:

$$170 = 10I_I - 8I_{II} \quad (1)$$

$$0 = 20I_{II} - 8I_I \Rightarrow I_I = \frac{20}{8} \cdot I_{II} \quad (2)$$

نعوض (2) في (1): $170 = 10 \cdot \frac{20}{8} \cdot I_{II} - 8I_{II} \Rightarrow I_{II} = \frac{170}{17} = 10[A] \Rightarrow I_2 = 10[A]$

نعوض في (2): $I_I = \frac{20}{8} \times 10 = \frac{200}{8} = 25[A] \Rightarrow I_1 = 25[A]$

التيار في الفرع المشترك I_3 يساوي: $I_3 = I_I - I_{II} = 25 - 10 = 15[A]$

