



نظم التحكم

المحاضرة الثالثة (عملي)

إيجاد توابع النقل

م. زينة أديب علي

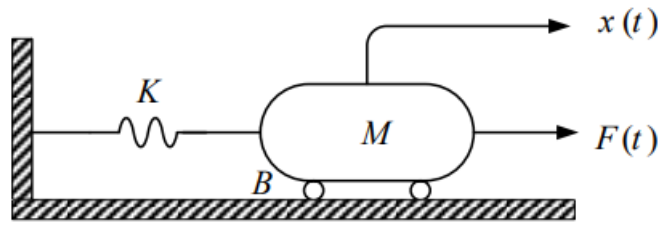
قسم الميكاترونكس-فصل أول

الغاية من الجلسة:

إيجاد توابع النقل لأنظمة فيزيائية رياضياً ورسم الدارة المكافئة.

مثال 1:

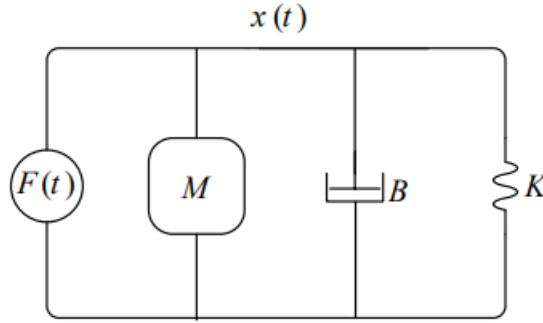
أوجد تابع النقل للنظام الميكانيكي الانتقالي المبين في الشكل (1) والذي يمثل عربة مبروطة مع الحائط باستخدام نابض مع الأخذ بعين الاعتبار احتكاك بين العجلات والأرض. (فرامل السيارة)



الشكل (1) نظام ميكانيكي انتقالي

الحل:

1. نرسم الدارة الميكانيكية المكافئة:



الشكل (2) الدارة المكافئة للنظام الموضح في الشكل (1)

2. نطبق القانون (مجموع القوى الداخلة إلى عقدة يساوي مجموع القوى الخارجة منها).

$$F(t) = m * x(t)'' + B * x(t)' + K * x(t)$$

3. إجراء تحويل لابلاس:

$$F(s) = m * s^2 * X(s) + B * s * X(s) + K * X(s)$$

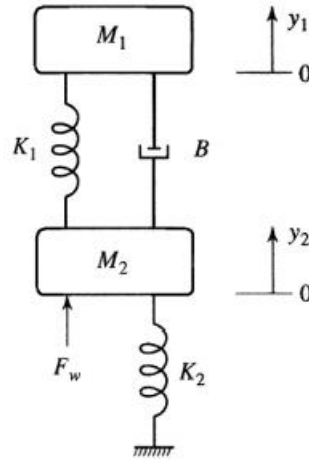
وبالتالي تكون لدينا دالة الانتقال:

$$G(s) = \frac{1}{m*s^2 + B*s + K}$$

مثال 2:

أوجد دالة الانتقال للنظام الميكانيكي الانتقالي الموضح في الشكل (3) (يمثل نظام تعليق ربيعي في السيارة).

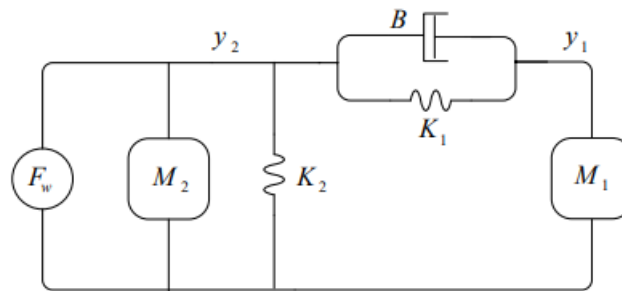
$$G(s) = \frac{Y_1(s)}{F(s)}$$



الشكل (3) نظام ميكانيكي انتقالي

الحل:

1. نرسم الدارة المكافئة:



وبتطبيق القانون (مجموع القوى الداخلة إلى عقدة يساوي مجموع القوى الخارجة منها عند العقدة y_2):*

$$F(t) = M_2 * y_2(t)'' + K_2 * y_2(t) + B * (y_2'(t) - y_1'(t)) + K_1 * (y_2(t) - y_1(t))$$

وبتطبيق القانون (*) عند العقدة y_1 ينتج لدينا:

$$B * (y_2'(t) - y_1'(t)) + K_1 * (y_2(t) - y_1(t)) = M_1 * y_1(t)''$$

وبإجراء تحويل لابلاس على المعادلتين ينتج لدينا:

$$F(s) = M_2 * s^2 * Y_2(s) + K_2 * Y_2(s) + B * s * Y_2(s) - B * s * Y_1(s) + K_1 * (Y_2(s) - Y_1(s))$$

$$B * s * Y_2(s) - B * s * Y_1(s) + K_1 * Y_2(s) - K_1 * Y_1(s) = M_1 * s^2 * Y_1(s)$$

وباستخراج قيمة $Y_2(s)$ بدلالة $Y_1(s)$:

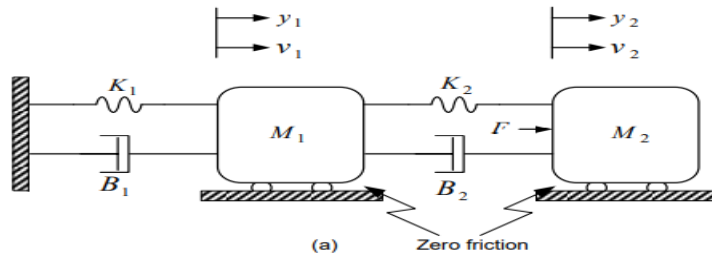
$$Y_2(s) = \frac{M_1 * s^2 + B * s + K_1}{K_1} Y_1(s)$$

وبالتعويض في المعادلة الأولى ينتج لدينا تابع النقل:

$$G(s) = \frac{1}{[M_2 * s^2 + B * s + K_1 + K_2] * \frac{M_1 * s^2 + B * s + K_1}{B * s + K_1} - (B * s + K_1)}$$

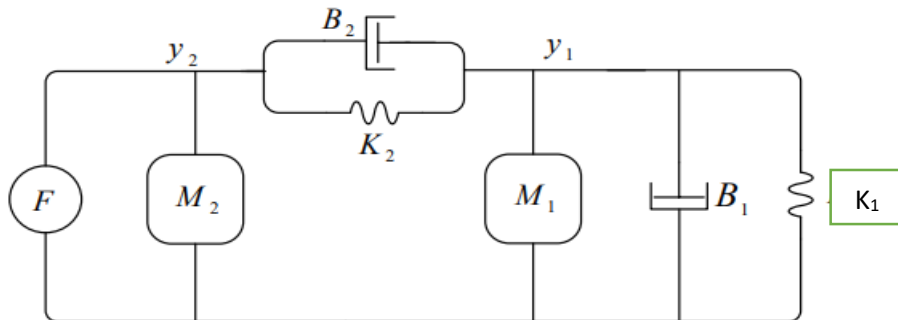
مثال 3:

أوجد تابع النقل للنظام الميكانيكي الانتقالي التالي $G(s) = \frac{Y_1(s)}{F(s)}$



الحل:

نرسم الدارة المكافئة:



وبتطبيق القانون (*) عند العقدة (Y_2):

$$f(t) = M_2 * y_2''(t) + B_2 * (y_2'(t) - y_1'(t)) + K_2 * (y_2(t) - y_1(t))$$

وعند العقدة (Y_1):

$$B_2 * (y_2'(t) - y_1'(t)) + K_2 * (y_2(t) - y_1(t)) = M_1 * y_1''(t) + B_1 * y_1'(t) + K_1 * y_1(t)$$

وبإجراء تحويل لابلاس على المعادلتين السابقتين:

$$F(s) = (M_2 * s^2 + B_2 * s + K_2) * Y_2(s) - (B_2 * s + K_2) * Y_1(s)$$

$$(B_2 * s + K_2) * Y_2(s) = (M_1 * s^2 + B_1 * s + B_2 * s + K_1 + K_2) * Y_1(s)$$

وباستخراج قيمة $Y_2(s)$ بدلالة $Y_1(s)$ من المعادلة الثانية وتعويضها في المعادلة الأولى:

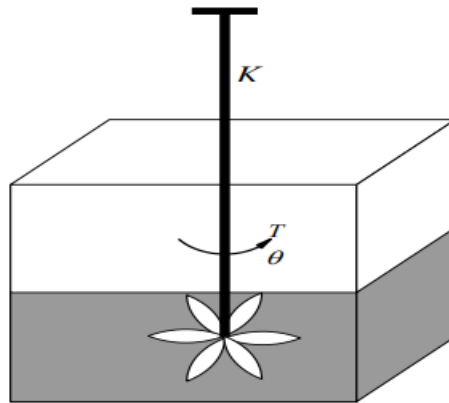
$$Y_2(s) = \frac{M_1 * s^2 + B_1 * s + B_2 * s + K_1 + K_2}{B_2 * s + K_2} * Y_1(s)$$

ينتج لدينا دالة النقل المطلوبة:

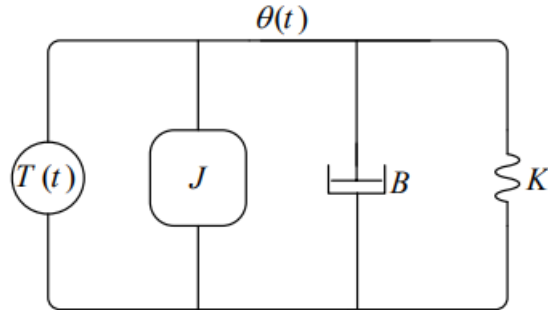
$$G(s) = \frac{Y_1(s)}{F(s)} = \frac{1}{(M_2 * s^2 + B_2 * s + K_2) * \left(\frac{M_1 * s^2 + B_1 * s + B_2 * s + K_1 + K_2}{B_2 * s + K_2} \right) - (B_2 * s + K_2)}$$

مثال:

أوجد دالة الانتقال للنظام الميكانيكي الدوراني الموضح في الشكل التالي: $G(s) = \frac{\theta(s)}{T(s)}$



نرسم الدارة المكافئة:



ويتطبيق القانون:

مجموع العزوم الداخلة إلى عقدة يساوي مجموع العزوم الخارجة منها ينتج لدينا:

$$T(t) = J * \theta''(t) + B * \theta'(t) + K * \theta(t)$$

وبإجراء تحويل لابلاس:

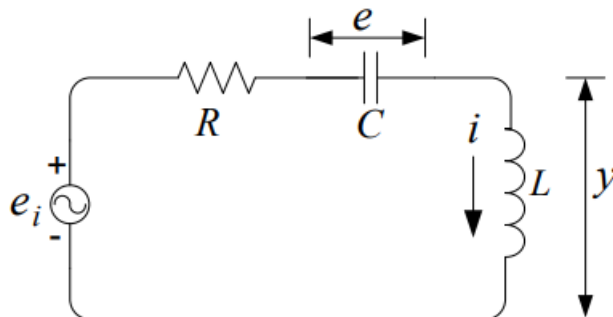
$$T(s) = J * s^2 * \theta(s) + B * s * \theta(s) + K * \theta(s)$$

وبالتالي تنتج لدينا دالة الانتقال:

$$G(s) = \frac{1}{J*s^2 + B*s + K}$$

مثال:

أوجد دالة الانتقال $G(s) = \frac{Y(s)}{E_I(s)}$ للدارة الكهربائية التالية:



الحل:

بتطبيق قانون كيرشوف على حلقتي الدخل والخروج:

$$e_i(t) = R * i(t) + Li'(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$y(t) = L * i'(t)$$

بإجراء تحويل لابلاس:

$$E_I(s) = R * I(s) + L * s * I(s) + \frac{1}{Cs} * I(s)$$

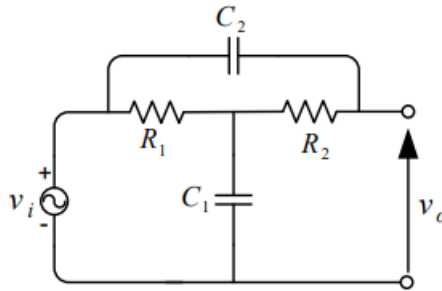
$$Y(s) = L * s * I(s)$$

بالقسمة تنتج لدينا دالة الانتقال:

$$G(s) = \frac{L*s}{R+L*s+\frac{1}{Cs}}$$

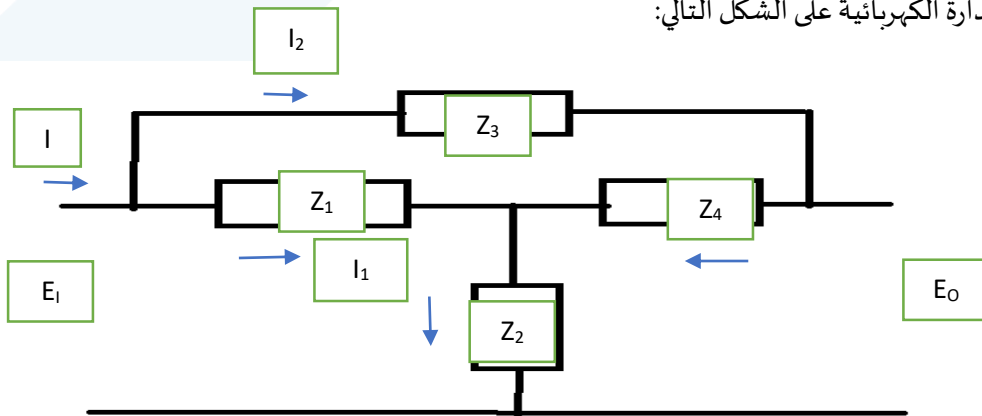
مثال:

أوجد دالة الانتقال للدارة الكهربائية التالية:



الحل:

نرسم الدارة الكهربائية على الشكل التالي:



حيث كل ممانعة تساوي:

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_4 = R_2$$

$$Z_2 = \frac{1}{C_1 s}$$

$$Z_3 = \frac{1}{C_2 s}$$

وبكتابة معادلات جهد الدخل وجهد الخرج ينتج لدينا:

$$E_I(s) = I_1 * Z_1 + I * Z_2$$

$$E_O(s) = I_2 * Z_4 + I * Z_2$$

وبالاعتماد على قانون مقسم التيار:

$$I_1 = I * \frac{Z_3 + Z_4}{Z_1 + Z_3 + Z_4}$$

$$I_2 = I * \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3 + Z_4}$$

وبالتعويض في معادلتى الدخل والخرج:

$$E_I(s) = I \left(Z_2 + Z_1 * \frac{Z_3 + Z_4}{Z_1 + Z_3 + Z_4} \right)$$

$$E_O(s) = I \left(Z_2 + Z_4 * \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3 + Z_4} \right)$$

وبالقسمة نحصل على تابع النقل:

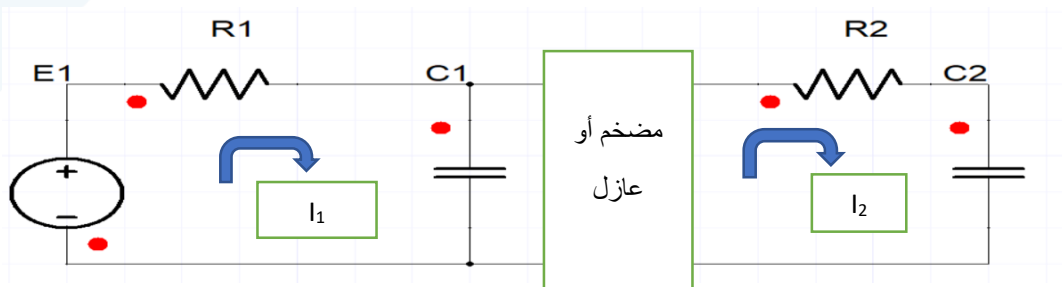
$$G(s) = \frac{E_O(s)}{E_I(s)} = \frac{Z_1 * Z_2 + Z_2 * Z_3 + Z_3 * Z_4 + Z_1 * Z_4}{Z_1 * Z_2 + Z_2 * Z_3 + Z_2 * Z_4 + Z_1 * Z_3 + Z_1 * Z_4}$$

وبتعويض قيم الممانعات Z ينتج لدينا تابع النقل:

$$G(s) = \frac{R_1 * C_2 * s + R_2 * C_2 * s + R_1 * R_2 * C_1 * C_2 * s^2 + 1}{R_1 * R_2 * C_1 * C_2 * s^2 + R_1 * C_2 * s + R_2 * C_2 * s + R_1 * C_1 * s + 1}$$

مثال:

أوجد دالة الانتقال للدارة الكهربائية التالية: $G(s) = \frac{E_O(s)}{E_I(s)}$ باعتبار الخرج هو الجهد عبر المكثف C_2 .



الحل:

بسبب وجود المضخم (العازل) سيحدث عزل بين التيارات في الدارتين لذلك يتم التعامل مع كل دائرة على أنها دائرة مستقلة. حيث نوجد دالة الانتقال للدائرة الأولى:

بتطبيق كيرشوف:

$$E_1(t) = R_1 * i_1(t) + \frac{1}{C_1} \int i_1 * dt$$

$$E_0(t) = \frac{1}{C_1} \int i_1 * dt$$

بإجراء تحويل لابلاس:

$$E_1(s) = R_1 * I_1(s) + \frac{1}{C_1 * s} * I_1(s)$$

$$E_0(s) = \frac{1}{C_1 * s} I_1(s)$$

بالقسمة نحصل على تابع النقل الخاص بالدائرة الأولى:

$$G_1(s) = \frac{1}{R_1 * C_1 * s + 1}$$

الدائرة الثانية مشابهة تماماً للدائرة الأولى وسينتج لدينا تابع النقل لها:

$$G_2(s) = \frac{1}{R_2 * C_2 * s + 1}$$

ويكون تابع النقل الكلي للدائرة:

$$G(s) = G_1(s) * G_2(s)$$

$$G(s) = \frac{1}{R_1 * C_1 * s + 1} * \frac{1}{R_2 * C_2 * s + 1}$$