محاضرات مادة الفيزياء /1/

لطلاب السنة الأولى

(ميكاترونيكس – معلوماتية)

الأستاذ الدكتور جبُّور نوفل جبُور

2024 - 2023

المحاضرة التاسعة

الكهرباء

(دارات التيار المستمر)

Electric

(Direct-Current Circuits)

1- مقدمة - Introduction

2- منابع القوى المحركة الكهربائية – Sources of emf

3- وصل المقاومات على التسلسل – Resistors in Series

4- وصل المقاومات على التفرع – Resistors in Parallel

5- قواعد كيرشوف ودارات التيار المستمر المعقدة – Kirchhoff's Rules and Complex DC Circuits

6- دارات الـ RC – Circuits RC

7- الدارات المنزلية – Household Circuits

8- الأمن أو الأمان الكهربائي – Household Circuits

1- مقدمة – Introduction

البطاريات، المقاومات، والمكثفات تُستخدم في العديد من التشكيلات (التوصيلات) لتشكيل دارات كهربائية، التي يمكن بواسطتها المراقبة المباشرة لتدفق الكهرباء والطاقة المراد نقلها. إن مثل تلك الدارات يمكن أن تكون ملاءمة (أو مناسبة) في الاستخدامات المنزلية مثل: الإنارة الكهربائية، إعداد الأطعمة والأفران، الغسالات، وفي العديد من الاستخدامات أو التطبيقات الأخرى والأدوات. تُستخدم أيضاً الدارات الكهربائية في السيارات، في العربات والجرارات التي تزيد من مردود الإنتاجية، وفي جميع التجهيزات الطبية التي تنقذ العديد من الأرواح يومياً.

في هذا الفصل ندرس ونحلل العديد من دارات التيار المستمر البسيطة. إن التحليل سيُبسط استخدام **قاعدتا أو قانونا كيرشوف "Kirchhoff's Rules"**، الناتجين عن مبدأ انحفاظ الطاقة وقانون انحفاظ الشحنة. معظم الدارات تُعتبر أنها حالة مستقرة ثابتة، بمعنى أن التيارات ثابتة في القيمة والاتجاه. وننهي الفصل بالحديث عن الدارات التي تحتوي مقاومات ومكثفات حيث في تلك الدارات التيار يتغير مع الزمن.

2- منابع القوى المحركة الكهربائية – Sources of emf

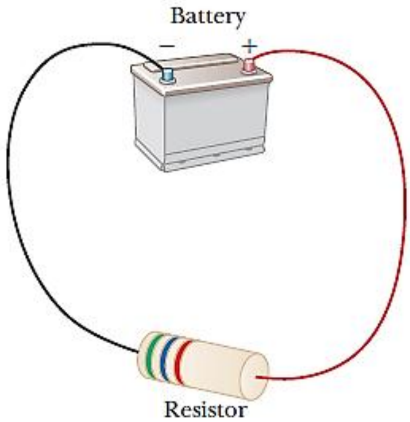
إن المحافظة على التيار في دارة كهربائية مغلقة يتم بواسطة ما يُسمى **"بالقوة المحركة الكهربائية" "electomotrice force-emf"**. ونشير هنا إلى أن أصل الاختصار بالرمز emf للقوة المحركة الكهربائية في الواقع ليست قوة، وهذا التعبير الطويل هو نوع ما غير مشجع.

من بين هكذا منابع يمكن أن تكون على سبيل المثال: بطاريات، ومنابع تغذية...) وهي تزيد الطاقة الكامنة للشحنات المارة في الدارة. إن منبع emf يمكن أن يكون قوي **"كمضخة للشحنة" "Charge Pump"** التي تجبر الإلكترونات للتحرك في اتجاه معاكس للحقل الكهربائي الساكن داخل المنبع. إن القوة المحركة لمنبع emf نرمز لها بـــ ε وهي عبارة عن العمل المقدم لشحنة واحدة؛ ويُقدر في الجملة الدولية بواحدة الفولط V.

لنعتبر الدارة الموضحة في الشكل المرفق والمؤلفة من بطارية موصولة مع مقاومة. نفترض أن مقاومة سلك التوصيل مهملة.

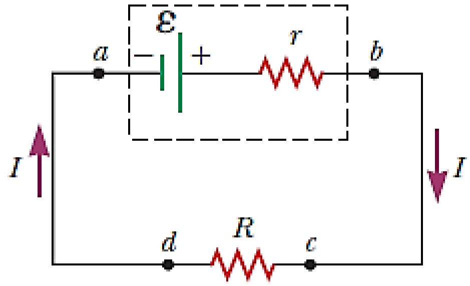
إذا أهملنا المقاومة الداخلية للبطارية، فالكمون الذي يعبر البطارية (الكمون النهائي) يساوي إلى emf للبطارية. وبسبب أن البطارية لها دوماً مقاومة داخلية r، مع ذلك، الكمون النهائي لا يساوي إلى emf. إن الدارة الموضحة في الشكل يمكن أن توصف بشكل تخطيطي بالمخطط أو بالدارة المبينة في

الحالة (2) من الشكل. البطارية ممثلة بالمستطيل ذات الخطوط المتقطعة، يتكون من منبع $\boldsymbol{emf}$ موصول على التسلسل مع مقاومة داخلية $\boldsymbol{r}$.



(1)

دارة تتألف من مقاومة $\boldsymbol{Resistor}$ موصولة بنهايتي بطارية $\boldsymbol{Battery}$.



(2)

مخطط لمنبع الـ $\boldsymbol{\varepsilon}$ $\boldsymbol{emf}$ الذي يمتلك مقاومة داخلية $\boldsymbol{r}$ موصولة خارجياً مع المقاومة $\boldsymbol{R}$.

لنتخيل الآن أن شـحنة موجبة تتحرك عبر البطارية من النقطة a إلى النقطة b كما هو مبين في الشكل. بما أن الشحنة تمر من القطب السالب إلى الموجب النهائي للبطارية، كمون الشحنة يزداد بواسطة $\boldsymbol{\varepsilon}$. وبما أن الشـحنة تتحرك عبر المقاومة $\boldsymbol{r}$، مع ذلك، كمونها يتناقص بالمقدار $\boldsymbol{Ir}$، حيث $\boldsymbol{I}$ شـدة التيار في الدارة. إن الكمون النهائي للبطارية يساوي $\boldsymbol{\Delta V = V_b - V_a}$، وهو يُعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta V = \varepsilon - Ir \qquad (1)$$

أي جهاز، مثل بطارية أو منبع تغذية، يزيد الطاقة الكامنة الكهربائية لشـحنات في دارة كهربائية نُطلق عليه اسـم "منبع $\boldsymbol{emf}$". البطاريات تحول الطاقة الكيميائية لطاقة كامنة كهربائية، والمنابع تحول الطاقة الميكانيكية لطاقة كامنة كهربائية.

من العلاقة (1)، نرى أن ε يسـاوي إلى الجهد النهائي عندما التيار يسـاوي الصـفر، حيث في هذه الحالة نُطلق على الجهد اسـم **"جهد دارة مفتوحة – Open-Circuit Voltage"**. بتفحص الحالة (1) من الشـكل السـابق نجد أن الجهد النهائي ΔV يجب أن يكون مسـاوياً لفرق الكمون الذي يمر في المقاومة R، غالباً ما يُطلق عليها اسـم مقاومة الحمل؛ حيث إن $\Delta V = IR$. باسـتبدال ΔV بقيمته في العلاقة (1) نجد أن:

$$\varepsilon = IR + Ir \qquad (2)$$

وباستنتاج قيمة التيار فنجد أن:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

تبين المعادلة السابقة أن التيار في هذه الدارة البسيطة يتعلق بالمقاومة الخارجية للبطارية والمقاومة الداخلية للبطارية. إذا كانت المقاومة R أكبر من r، نستطيع إهمال r في تحليلنا (خيار يمكننا تطبيقه). وإذا ضربنا العلاقة (2) بالتيار I، نحصل على:

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r$$

وهذه المعادلة تقول لنا أن الاستطاعة الكلية الخارجة من المنبع $I\varepsilon$ التي هي في الواقع emf تحولت إلى القيمة I^2R التي تمثل الطاقة التي أعطيت لمقاومة الحمل، إضافة للمقدار I^2r الذي أعطي للمقاومة الداخلية للبطارية. أيضاً، إذا كان $R \ll r$، معظم الاستطاعة المعطاة أو الصادرة عن البطارية يتحول إلى مقاومة الحمل.

أسئلة سريعة:

(1) **خطأ أم صح:** عند التفريغ (الاستخدام)، فإن الجهد النهائي للبطارية لا يمكن أن يكون أبداً أكبر من الـ emf للبطارية؟

صح. عندما تعطي البطارية تيار (عند الاستعمال)، الجهد يتناقص داخل البطارية سببه المقاومة الداخلية، مؤدياً ذلك إلى أن الجهد النهائي أقل من الـ emf.

(2) لماذا ترتفع درجة حرارة البطارية (تسخن) عند الاستخدام؟

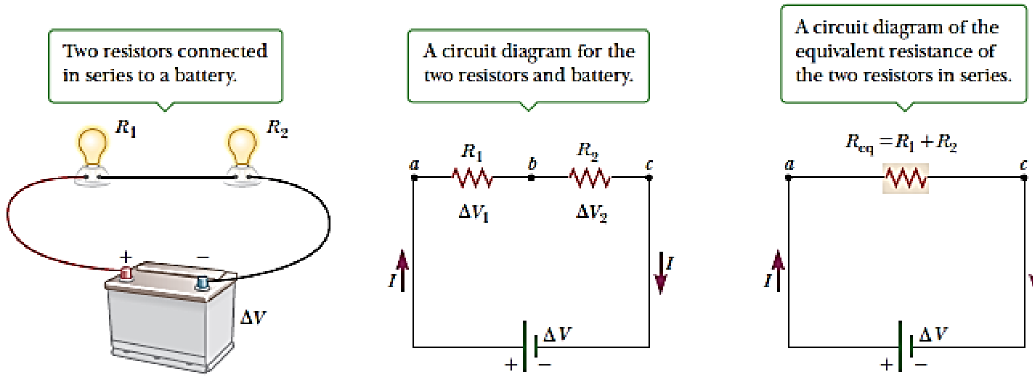
بسبب المقاومة الداخلية، هناك استطاعة تصرف داخل مواد البطارية، مؤدية لارتفاع درجة حرارتها.

هنا يُطرح السؤال الآتي: ما هو الثابت في البطارية؟

إن المعادلة (2) تشير إلى أن التيار في الدارة يتعلق في مقاومة البطارية، وهكذا فلا يمكن اعتبار البطارية منبع بتيار ثابت. وحتى الجهد النهائي المعطى بالعلاقة (1) لا يمكن أن يعتبر ثابت بسبب المقاومة الداخلية للبطارية التي يمكن أن تتغير (بسبب الحرارة... ارتفاع حرارة البطارية، على سبيل المثال، أثناء عمل البطارية). بطارية، مع ذلك، تُعتبر منبع ذات emf ثابت.

3- وصل المقاومات على التسلسل – Resistors in Series

عند وصل مقاومتان أو أكثر كما هو مبين في الشكل المرفق، نقول عن ذلك إنهما موصولتان على التسلسل. المقاومات عبارة عن أجهزة (أدوات) بسيطة، كضوء مصباح أو عناصر تسخين. عند وصل المقاومتان كما هو موضح في الشكل، التيار هو نفسه في المقاومتين بسبب أنه إذا كان هناك من تدفق للشحنة عبر المقاومة الأولى فيجب أن يكون هناك أيضاً تدفق عبر المقاومة الثانية.



(1) (2) (3)

يوضح الشكل مقاومتان R_1 و R_2، عبارة عن مصباحين متوهجين، موصولتان على التسلسل مع بطارية. إن التيار في المقاومتين واحد، والمقاومة المكافئة للمقاومتين هي $R_{eq} = R_1 + R_2$.

وبسبب أن فرق الكمون بين النقطتين a و b كما هو مبين في الشكل السابق، يساوي IR_1، وفرق الكمون بين النقطتين b و c يساوي IR_2، ففرق الكمون بين النقطتين a و c يساوي:

$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

وبغض النظر عن عدد المقاومات الموصولة على التسلسل، فإن مجموع فروقات الكمون المارة في المقاومات يساوي لفرق الكمون الكلي الماربهذا التشكيل من المقاومات. وكما رأينا سابقاً فإن هذه النتيجة هي نتيجة انحفاظ الطاقة. والقسم الثالث من الشكل السابق يبين المقاومة المكافئة R_{eq} التي يمكن أن تستبدل المقاومتين في الدارة الأصلية. إن للمقاومة المكافئة نفس مفعول في الدارة بسبب أنه ينتج لدينا نفس التيار في الدارة كما هو الحال عند وجود المقاومتين. بتطبيق قانون أوم على المقاومة المكافئة نجد أن:

$$\Delta V = IR_{eq}$$

ومن المعادلتين السابقتين نحصل على أن:

$$IR_{eq} = I(R_1 + R_2)$$

أو أن المقاومة المكافئة لوصل المقاومتين R_1 و R_2 على التسلسل تساوي:

$$IR_{eq} = I(R_1 + R_2) \qquad (3)$$

وبتعميم النتيجة السابقة أو التحاليل السابقة يتبين أن المقاومة المكافئة لثلاثة مقاومات أو أكثر موصولة على التسلسل تساوي:

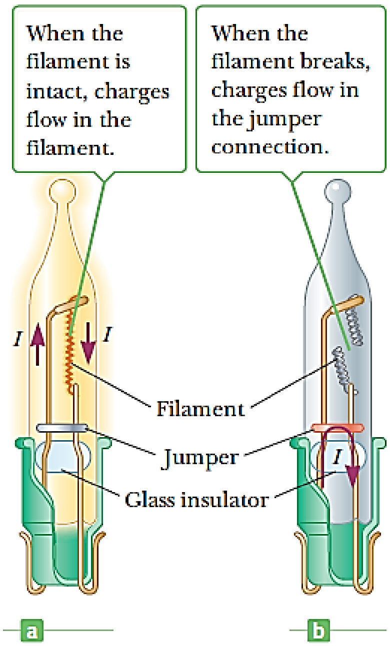
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \ldots \qquad (4)$$

إذاً، المقاومة المكافئة لوصل عدة مقاومات على التسلسل تساوي المجموع الجبري للمقاومات الفردية، وهي دوماً أكبر من أي مقاومة فردية من تلك المقاومات. الشكل التالي يوضح وصل 3 مقاومات على التسلسل.

ونشير هنا إلى أنه إذا انقطع سلك أحد المصباحين في الدارة السابقة، فالدارة لا تعمل عندها (الدارة تصبح دارة مفتوحة)، والمصباح الثاني يصبح أيضاً خارج العمل.

تطبيق: (إضاءة شجرة عيد الميلاد)

إن تصميم الإضاءة في شجرة عيد الميلاد يسمح بوصل المصابيح على التسلسل (وفق شريط). بفرض أن أحد المصابيح من الشريط تعطل (لم يعد يضاء) فتصبح الدارة (الشريط) كدارة مفتوحة، فبقية المصابيح لم تعد تضيء. **السؤال الآن: كيف يمكن إعادة تصميم إضاءة الشريط لتجنب حدوث هذا؟**



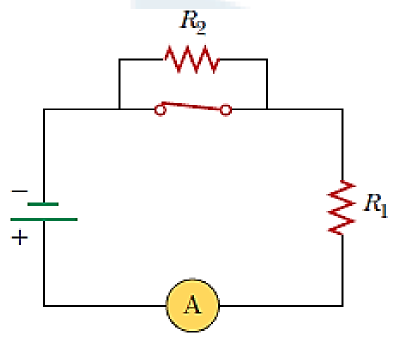
(a) مخطط حديث "مصغر" لمصباح شغال، مع أو مزود بوصلة للقفز أو لتجاوز *Jumper* طريق سلك المصباح المقطوع *Filament*. عندما يكون السلك سليم (غير مقطوع)، تدفق الشحنة يمر بالسلك.

(b) مصباح يعمل مع سلك مقطوع. عند انقطاع السلك، تدفق الشحنة في وصلة القفز *Jumper Connection*. المصباح مزود بعازل زجاجي

إذا احتوى شريط المصابيح نوع عادي من المصابيح، ومصباح تعطل عن الإضاءة فهذا سيشكل عمل صعب لاستبدله. يجب استبدال كل مصباح بمصباح جيد يعمل، واحد بواحد (مصباح تلو المصباح)، حتى نجد المصباح العاطل. وإذا وجد أن مصباحين أو ثلاثة مصابيح تعطلت في شريط الإضاءة، فإن إيجاد تلك المصابيح سيكون طويل وعمل مزعج.

في الأشرطة الضوئية المستخدمة في إضاءة شجرة عيد الميلاد هناك حلقة عازلة من السلك (للقفز) عبر الوصلة الداعمة لسلك المصابيح، كما هو موضح في الشكل المرفق أعلاه. إذا انقطع سلك المصباح، فمقاومة المصباح تزداد بشكل كبير جداً. ونتيجة لذلك، معظم الجهد المطبق يبدو يعبر الحلقة السلكية. هذا الجهد يشكل عازل حول الحلقة السلكية المحترقة، مسبباً أن معدن السلك يؤدي إلى الوصل الكهربائي مع الحامل أو الحوامل. هذه الآلية تؤدي إلى أن طريق عبر المصباح سالك، وهكذا فإن المصابيح الأخرى تبقى مضاءة.

أسئلة سريعة:



(1) ليكن لدينا الدارة المرافقة حيث نقيس شـــدة التيار بمقياس أمبير (A) موضـــوع في أســـفل الدارة. عند تكون القاطعة مفتوحة، هل قراءة مقياس شـــدة التيار: (a) تزداد، (b) تتناقص، أو (c) لا تتغير؟

(2) ليكن لدينا الدارة المرافقة حيث تتألف من مقاومتين، قاطعة، مقياس أمبير، وبطارية. عند اغلاق القاطعة، الاســـتطاعة المعطاة للمقـاومة R_1 هي P_c. وعنـدما تكون القـاطعـة مفتوحـة، أي من الأوضـــاع الآتيـة صـــحيحـة بمـا يتعلق بـالاســـتطـاعـة P_o المعطاة للمقاومة R_1؟

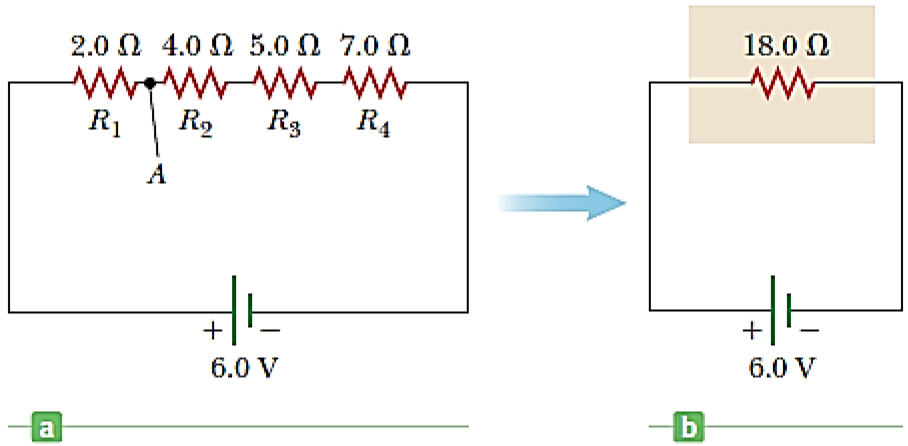
(a) $P_o < P_c$، (b) $P_o = P_c$، (c) $P_o > P_c$.

<u>جواب (1):</u> الخيار الصـــحيح هو الخيار **(b)**. لماذا؟ عندما تكون القاطعة مفتوحة، المقاومتان R_1 و R_2 يكونان موصـــولتان على التســـلســـل، ومقاومة الدارة المكافئة (التي تســـاوي مجموع المقاومتين) تكون أكبر مما هو عليه عند اغلاق القاطعة. ونتيجة لذلك، **التيار يتناقص** $\boldsymbol{V = RI \rightarrow I = V/R}$.

<u>جواب (2):</u> الخيار الصـــحيح هو الخيار **(a)**. لماذا؟ لأنه عندما تكون القاطعة مفتوحة المقاومتان R_1 و R_2 يكونان موصـــولتان على التســـلســـل، ومقاومة الدارة المكافئة (التي تســـاوي مجموع المقاومتين) تكون أكبر مما هو عليه عند غلق القاطعة، والتيار المار عبر R_1 يكون أقل عندما تكون القاطعة مفتوحة مما هو عليه عندما تكون مغلقة. ونتيجة لذلك الاستطاعة المعطاة للمقاومة R_1 تساوي: $\boldsymbol{P = I^2 R_1, P_o < P_c}$

<u>مثال: (أربع مقاومات موصولة على التسلسل):</u>

لدينا أربع مقاومات موصولة على التسلسل موضحة في الشكل المرفق. المطلوب: (1) إيجاد المقاومة المكافئة للدارة، (2) التيار المار في الدارة عند غق الدارة بجهد بطارية يســـاوي $6{,}0\ V$، (3) احســـب الكمون الكهربـائي في النقطـة (A) إذا كان الكمون الكمون في النهـايـة الموجبـة $6{,}0\ V$، (4) بفرض جهـد الـدارة المفتوح، أو الـــ ε emf، هو $6{,}2\ V$. احسـب المقاومة الداخلية للبطارية، (5) ما هو الجزء من اسـتطاعة البطارية يُعطى للمقاومات؟



(a) شكل يوضح وصل أربع مقاومات على التسلسل، (b) المقاومة المكافئة للدارة في (a).

الحل:

(1) إيجاد المقاومة المكافئة للدارة:

جمع بتطبيق العلاقة (4)، فجمع المقاومات يُعطي:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2,0\ \Omega + 4,0\ \Omega + 5,0\ \Omega + 7,0\ \Omega = 18,0\ \Omega$$

(2) إيجاد التيار في الدارة:

بتطبيق قانون أوم على المقاومة المكافئة كما مبين في الحالة (b) من الشكل السابق نجد أن:

$$\Delta V = IR_{eq} \rightarrow I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{6,0\ \text{V}}{18,0\ \Omega} = 0,33\ A$$

(3) حساب الكمون الكهربائي في النقطة (A):

بتطبيق قانون أوم على المقاومة $2,0\ \Omega$ نجد أن الجهد الذي يعبرها يساوي:

$$\Delta V = IR = (0,33\ A)(2,0\ \Omega) = 0,66\ V$$

ولإيجاد كمون في النقطة (A)، نطرح قيمة هبوط الجهد من الكمون في الطرف الموجب أو في النهاية الموجبة:

$$V_A = 6,0\ V - 0,66\ V = 5,3\ V$$

(4) حساب المقاومة الداخلية للبطارية إذا كانت قوتها المحركة $\boldsymbol{emf}$ تساوي $6,2\ V$:

بتطبيق العلاقة (1) نجد أن:

$$\Delta V = \varepsilon - Ir \rightarrow r = \frac{\varepsilon - \Delta V}{I} = \frac{6,2\ \text{V} - 6,0\ \text{V}}{0,33\ A} = 0,6\ \Omega$$

(5) ما هو الجزء من استطاعة البطارية الذي يُعطى لمقاومات الحمولة؟

بقسمة الاستطاعة المعطاة للحمل بواسطة الاستطاعة الكلية الخارجة نجد أن:

$$f = \frac{I\Delta V}{I\varepsilon} = \frac{\Delta V}{\varepsilon} = \frac{6{,}0\ \mathrm{V}}{6{,}2\ V} = 0{,}97$$

مثال:

دارة مغلقة مؤلفة من بطارية $12{,}0\ \mathrm{V}$ وأربع مقاومات: $3{,}0\ \Omega$، $6{,}0\ \Omega$، $8{,}0\ \Omega$، و $9{,}0\ \Omega$ موصولة على التسلسل، كما هو موضح في الشكل السابق. المطلوب: (1) حساب المقاومة المكافئة، (2) حساب التيار، (3) حساب الاستطاعة المستهلكة في المقاومات، (4) ما هو الكمون الكهربائي في نقطة بين المقاومتين $6{,}0\ \Omega$ و $8{,}0\ \Omega$، إذا كان الكمون الكهربائي في النهاية الموجبة يساوي $12{,}0\ \mathrm{V}$. (5) إذا كانت القوة المحركة للبطارية أي الـ emf تساوي $12{,}1\ \mathrm{V}$، أجد قيمة المقاومة الداخلية للبطارية.

الأجوبة: (1) $\mathbf{26{,}0\ \Omega}$، (2) $\mathbf{0{,}462\ A}$، (3) $\mathbf{5{,}54\ W}$، (4) $\mathbf{7{,}84\ V\ \Omega}$، (5) $\mathbf{0{,}2\ \Omega}$.

4- وصل المقاومات على التفرع – Resistors in Parallel

لنعتبر مقامتان موصولتان على التوازي كما هو موضح في الشكل المرفق. في هذه الحارة فرق الكمون المار في المقاومات له نفس القيمة بسبب أن كل مقاومة موصولة مباشرة بالبطارية. إن التيار بشكل عام مختلف في المقاومات. عندما تصل الشحنات إلى النقطة (a) (التي تسمى نقطة اتصال - ***Junction***) كما هو في الشكل السابق، التيار ينقسم إلى قسمين أو جزئين: I_1 يمر عبر المقاومة R_1، و I_2 يمر عبر المقاومة R_2. إذا كانت المقاومة R_1 أكبر من المقاومة R_2، إذاً التيار I_1 أصغر من I_2. وبسبب أن الشحنة محفوظة، التيار I الذي يدخل في النقطة (a) فيجب أن يساوي التيار الكلي $I_1 + I_2$ عند خروجه منها. رياضياً، نُعبر عن هذا بالعلاقة:

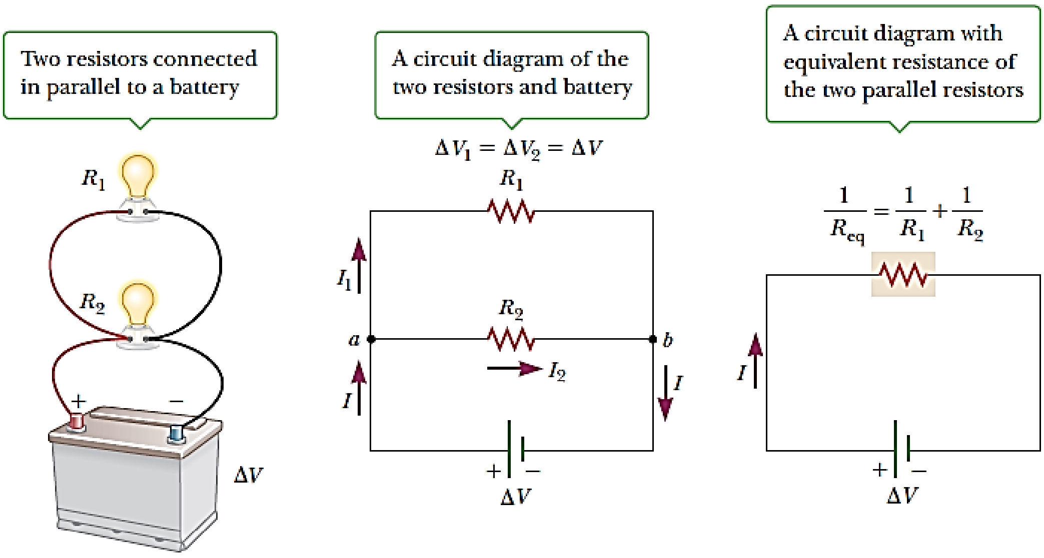
$$I = I_1 + I_2$$

هبوط الجهد يجب أن له نفس القيمة من أجل المقاومتين ويجب أن يساوي إلى هبوط الكمون العابر للبطارية. وبتطبيق قانون أوم على كل مقاومة نجد أن:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} \quad , \quad I_2 = \frac{\Delta V}{R_2}$$

وبتطبيق قانون أوم على المقاومة المكافئة، الحالة (3) في الشكل، نجد أن:

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$



(1) (2) (3)

مقاومتان R_1 و R_2 متمثلتان بسلك المصباحين موصولتان على التوازي مع بطارية. فرق الكمون المار في R_1 و R_2 له نفس القيمة. التياران في المقاومتين مختلفين، والمقاومة المكافئة للمقاومتين في الدارة تساوي:

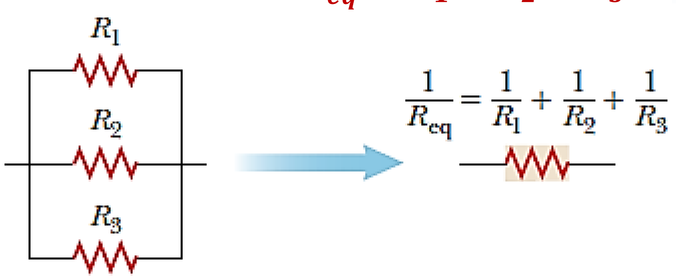
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

وعند استبدال عبارات التيارات في العلاقة $I = I_1 + I_2$، وبعد التبسيط، نحصل على:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (5)$$

وهذه العلاقة تسمح بحساب المقاومة المكافئة لمقاومتين موصولتين على التفرع. وبتعميم هذه العلاقة من أجل ثلاثة مقاومات أو أكثر فالمقاومة المكافئة تُكتب كما يلي (انظر الشكل التالي):

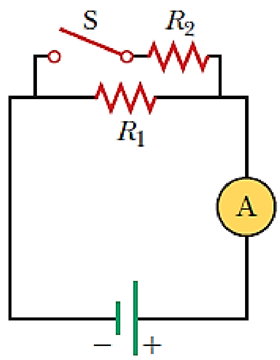
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \qquad (6)$$



شكل يوضح المقاومة المكافئة لـ 3 مقاومات موصولة على التفرع.

نلاحظ من العلاقة (6) أن مقلوب المقاومة المكافئة لمقاومتين أو أكثر موصولة على التفرع (التوازي) يساوي مجموع مقلوب المقاومات الفردية، وهي أيضاً أصغر من مقاومة في المجموعة.

أسئلة سريعة: ليكن لدينا الدارة الموضحة في الشكل:



(1) يتم قياس التيار بواسطة المقياس (A) الموضوع على اليمين. عند إغلاق القاطع، هل القراءة على المقياس:

(1) تتزايد، (2) تتناقص، أو (3) تبقى نفسها.

(2) عند فتح الدارة، الاستطاعة المعطاة للمقاومة هي P_o. عند غلق القاطع، ما هو الوضع الصحيح بما يتعلق بالاستطاعة المعطاة P_c للمقاومة R_1؟

(1) $\boldsymbol{P_c < P_o}$، (2) $\boldsymbol{P_c = P_o}$، (3) $\boldsymbol{P_c < P_o}$.

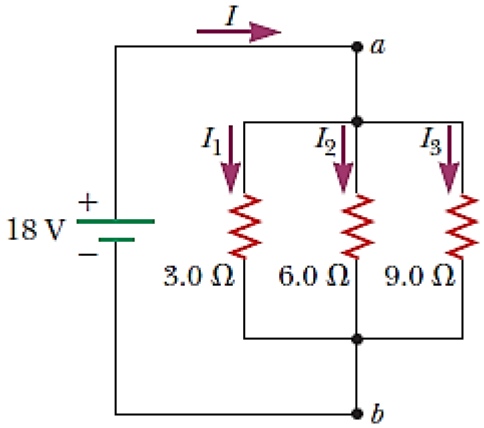
الشرح:

(1) الخيار الصحيح هو (1). لماذا؟ عند اغلاق القاطع، المقاومتان على التوازي، فالمقاومة المكافئة أصغر مما لو كانت القاطعة مفتوحة. النتيجة، التيار يتزايد.

(2) الخيار الصحيح هو (2). لماذا؟ نلاحظ أن فرق الكمون المار في المقاومة الأولى يساوي فرق الكمون بين طرفي البطارية. إذا أهملنا المقاومة الداخلية للبطارية، فرق الكمون النهائي يكون نفسه عند فتح أو غلق القاطعة. ضمن تلك الشروط، الاستطاعة المعطاة للمقاومة الأولى تساوي $\boldsymbol{P = (\Delta V)^2/R_1}$، لا تتغير عن الغلق أو الفتح.

مثال: (ثلاثة مقاومات موصولة على التفرع (التوازي):

ثلاثة مقاومات موصولة على التفرع بحسب الشكل المرفق. فرق الكمون المطبق $18\ \mathrm{V}$ بين النقطتين a و b. المطلوب: (1) إيجاد التيار المار في كل مقاومة، (2) حساب الاستطاعة المعطاة أو المقدمة لكل مقاومة ومن ثم الاستطاعة الكلية. (3) إيجاد المقاومة المكافئة للدارة، (4) إيجاد الاستطاعة الكلية المقدمة للمقاومة المكافئة.



ثلاثة مقاومات موصولة على التفرع. الجهد الذي يمر في كل مقاومة يساوي **18 V**.

الحل:

(1) حساب التيار في كل مقاومة:

بتطبيق قانون أوم نجد أن التيار المقدم من قبل البطارية يساوي التيار في كل مقاومة:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18\ V}{3,0\ \Omega} = 6,0\ A$$
$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18\ V}{6,0\ \Omega} = 3,0\ A$$
$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18\ V}{9,0\ \Omega} = 2,0\ A$$

(2) حساب الاستطاعة المقدمة لكل مقاومة والاستطاعة الكلية:

بتطبيق العلاقة $P = I^2 R$ على كل مقاومة والتعويض بالقيم نجد أن:

$$3\ \Omega: P_1 = I_1^2 R_1 = (6,0\ A)^2 (3,0\ \Omega) = 110\ W$$
$$6\ \Omega: P_2 = I_2^2 R_2 = (3,0\ A)^2 (6,0\ \Omega) = 54\ W$$
$$9\ \Omega: P_3 = I_3^2 R_3 = (2,0\ A)^2 (9,0\ \Omega) = 36\ W$$

والاستطاعة الكلية P_{tot} تساوي:

$$P_{tot} = 110\ W + 54\ W + 36\ W = 2,0\ 10^2\ W$$

(3) إيجاد المقاومة المكافئة للدارة:

بتطبيق قاعد المجموع العكسية للعادلة (6) نجد أن:

$$\frac{1}{\mathrm{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathrm{R}_1} + \frac{1}{\mathrm{R}_2} + \frac{1}{\mathrm{R}_3}$$
$$\frac{1}{\mathrm{R}_{eq}} = \frac{1}{3,0\ \Omega} + \frac{1}{6,0\ \Omega} + \frac{1}{9,0\ \Omega} = \frac{11}{18\ \Omega}$$
$$\mathrm{R}_{eq} = \frac{18}{11}\Omega = 1,6\ \Omega$$

(4) حساب الاستطاعة المصروفة في المقاومة المكافئة للدارة:

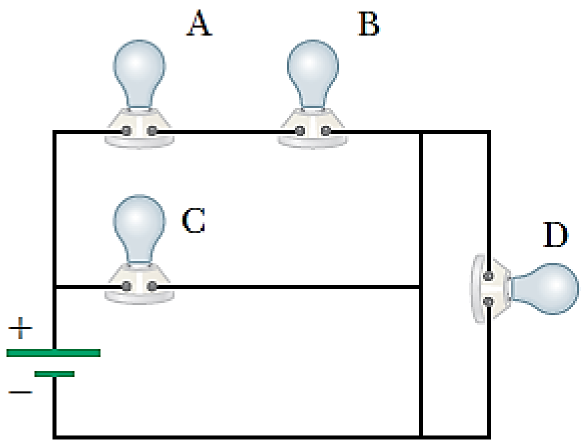
نجد باستخدام العلاقة الآتية أن:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{\mathrm{R}_{eq}} = \frac{(18\ V)^2}{1,6\ \Omega} = 2,0 \times 10^2\ W$$

ملاحظة: مما سبق نستنتج أن الاستطاعة المصروفة في المقاومة المكافئة تساوي مجموع الاستطاعات المصروفة من قبل المقاومات بشكل فردي.

<u>تطبيق</u>: تشكيل دارة من عدة مصابيح:

ليكن لدينا الدارة الآتية: المطلوب مقارنة إضاءة (توهج) المصابيح الأربعة المتماثلة. ماذا يحدث إذا المصابيح A لم يعد ينقل التيار؟ كذلك في حالة المصباح C؟ وحالة المصباح D؟



نلاحظ من الدارة أن المصباحين A و B موصولان على التسلسل عبر البطارية التي قوتها المحركة ***emf***،بينما المصباح C موصول بشكل منفرد بالبطارية. هذا يعني أن هبوط الجهد عبر المصباح C له نفس القيمة كالقوة المحركة للبطارية، بينما هذه القوة المحركة تقسم بين المصباحين A و B. ونتيجة لذلك، المصباح C سيتوهج أكثر لمعاناً من بقية المصباحين A و B، اللذان سيتوهجان بشكل متماثل أو متساوي. المصباح D موصول - عبر دارة مقصورة – وهكذا فإن فرق الكمون الذي يمر به يكون صفر معدوم، أي أنه لا يتوهج. إذا تعطل كل من المصباح A، المصباح B يتعطل لا يتوهج، لكن المصباح C يبقى متوهجاً. إذا تعطل المصباح C، سوف لن يكون هناك من تأثير على المصابيح الأخرى. إذا تعطل المصباح D، ليس هناك من حادثة تكشف أو تلاحظ بسبب أن المصباح D لا يتوهج منذ البداية.

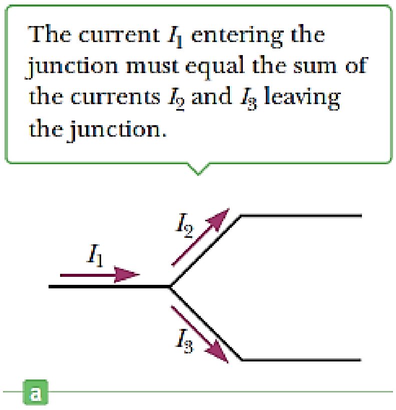
5- قواعد كيرشوف ودارات التيار المستمر المعقدة – Kirchhoff's Rules and Complex DC Circuits

إن قواعد كيرشوف أو قانونا كيرشوف تسمح بتحليل الدارات المعقدة. قانونا كيرشوف هما:

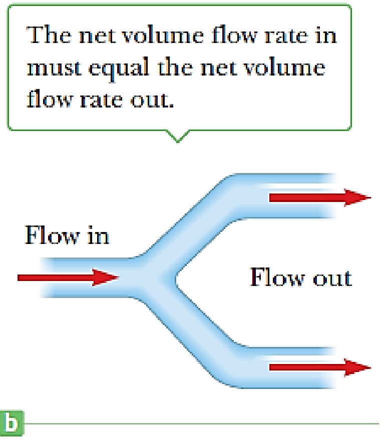
1) **القانون الأول (قانون العقد):** مجموع التيارات الداخلة عند أية اتصال أو وصلة (نقطة اتصال يجب أن تساوي لمجموع التيارات الخارجة منها، انظر الشكل المرافق.

2) **القانون الثاني (قانون الحلقات):** مجموع فرق الكمونات المارة في كل العناصر لأي حلقة من دارة مغلقة يجب أن يساوي الصفر، انظر الشكل المرافق.

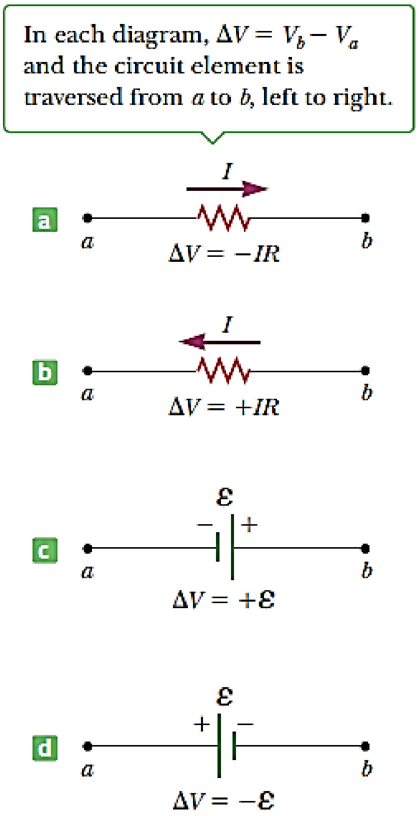
إن القانون الأول يسمى بقانون العقد، وهو حالة من انحفاظ الشحنة. القانون الثاني، يسمى قانون الحلقات، وهو حالة من انحفاظ الطاقة. ويمكن حل العديد من المسائل باستخدام المعادلات الناتجة عن هذان القانونان ومن ثم تعميمها.



قانون العقد



التمثيل الميكانيكي لقانون العقد



في كل مخطط، فرق الكمون $\Delta V = V_b - V_a$ وعنصر الدارة يكون مجتاز من النقطة a إلى النقطة b، أي من اليسار نحو اليمين.

(a) إذا كان التيار يمر في المقاومة بهذا الاتجاه، فتغير الكمون الكهربائي الذي يمر في المقاومة يساوي:

$$\Delta V = -IR$$

(b) إذا كان التيار يمر في المقاومة بهذا الاتجاه، فتغير الكمون الكهربائي الذي يمر في المقاومة يساوي:

$$\Delta V = +IR$$

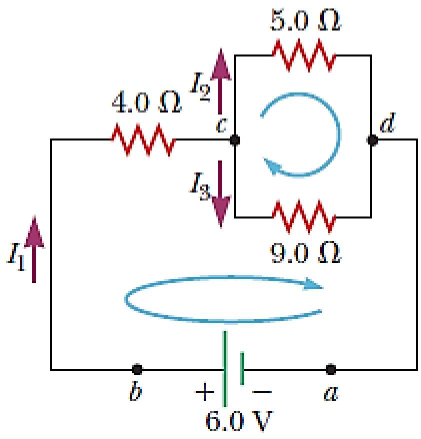
(c) إذا كان منبع القوة المحركة emf يُجتاز وفق الاتجاه لـ emf، (من السالب نحو الموجب). فتغير الكمون الكهربائي يكون $\Delta V = +\varepsilon$.

(d) إذا كان منبع القوة المحركة emf يُجتاز وفق الاتجاه المعاكس لـ emf، (من الموجب نحو السالب). فتغير الكمون الكهربائي يكون $\Delta V = -\varepsilon$.

قواعد لتحديد فرق الكمونات المارة في مقاومة وبطارية، وذلك بفرض أن المقاومة الداخلية للبطارية معدومة (ليس لها مقاومة داخلية)

مثال: تطبيق قانونا كيرشوف:

بتطبيق قانونا كيرشوف أجد التيارات في دارة تحتوي 3 مقاومات كما موضح في الشكل المرفق.



الحل:

كما هو مبين في الدارة فهناك ثلاثة تيارات مجهولة، إذاً، يجب إيجاد ثلاثة معادلات مستقلة يمكن حلها. ويمكن استنتاج تلك المعادلات بتطبيق قانونا كيرشوف. باختيار العقدة c (العقدة d تعطي نفس المعادلة). من أجل الحلقات، نختار الحلقة السفلية والحلقة العلوية، المشار لهما بالأسهم الزرقاء، التي تشير إلى اتجاه عبور الدارة رياضياً (اتجاه التيار ليس ضروري). الحلقة الثالثة تعطي معادلة يمكن الحصول عليها بتركيب خطي للمعادلتين الأخريين، وبهذا يكون لدينا كل المعلومات اللازمة للاستخدام.

لنطبق قانون العقد على النقطة c. إن التيار I_1 يدخل إلى النقطة، التياران I_2 و I_3 يخرجان من النقطة:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

باختيار الحلقة السفلية حيث الاتجاه هو باتجاه عقارب الساعة انطلاقاً من النقطة a، فبتطبيق قانون الحلقات يسمح بالحصول على معادلة التالية:

$$\sum \Delta V = \Delta V_{bat} + \Delta V_{4,0\Omega} + \Delta V_{9,0\Omega} = 0$$
$$6,0\ V - (4,0\Omega)I_1 - (9,0\Omega)I_3 = 0$$

باختيار الحلقة العلوية حيث الاتجاه هو باتجاه عقارب الساعة انطلاقاً من النقطة c، نشير هنا إلى أن الربح عبر المقاومة $(9,0\Omega)$ بسبب أنها مجتازة بعكس اتجاه التيار. فبتطبيق قانون الحلقات يسمح بالحصول على معادلة التالية:

$$\sum \Delta V = \Delta V_{5,0\Omega} + \Delta V_{9,0\Omega} = 0$$
$$-(5,0\Omega)I_2 + (9,0\Omega)I_3 = 0$$

لنكتب ثانية المعادلات الثلاثة بإعادة ترتيبها على النحو الآتي:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$
$$(4,0)I_1 + (9,0)I_3 = 6,0 \quad (2)$$
$$-(5,0)I_2 + (9,0)I_3 = 0 \quad (3)$$

بحل المعادلة (3) من أجل التيار I_2 والتبديل في المعادلة (1) نجد:

$$I_2 = 1,8\, I_3$$
$$I_1 = I_2 + I_3 = 1,8\, I_3 + I_3 = 2,8\, I_3$$

بتبديل المعادلة الأخيرة في المعادلة (2) وبحلها نجد:

$$(4,0)(2,8\, I_3) + (9,0)I_3 = 6,0 \rightarrow I_3 = 0,3\ A$$

وبتبديل I_3 في المعادلة (3) نحصل على:

$$-(5,0)I_2 + (9,0)(0,3A) = 0 \rightarrow I_2 = 0,54\ A$$

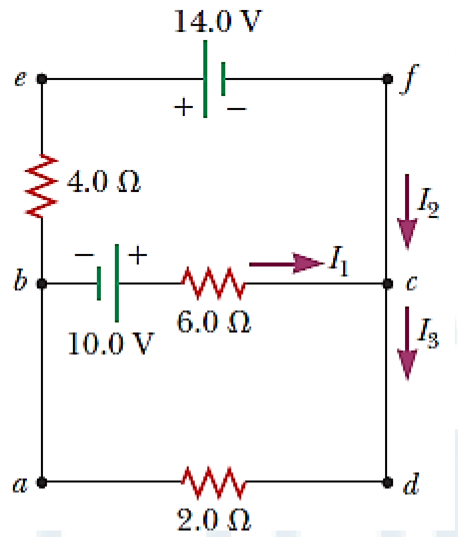
وبتبديل I_3 في المعادلة (2) نحصل على:

$$(4,0)I_1 + (9,0)(0,3A) = 6,0 \rightarrow I_1 = 0,83\ A$$

وبتبديل قيم التيارات في المعادلة (1) نجد أنها محققة، مع فرق صغير جداً بسبب التقريب.

مثال: تطبيق آخر لقانونا كيرشوف:

ليكن لدينا الدارة الموضحة في الشكل المرفق. المطلوب إيجاد التيارات I_1، I_2، I_3.



الحل:

باستخدام قانونا كيرشوف، قانون العقد مرة وقانون الحلقات مرتين، نحصل على 3 معادلات بثلاثة مجاهيل هي التيارات. بحل المعادلات نحصل على قيم التيارات.

لنطبق قانون العقد على النقطة c. نختار اتجاه التياران I_1 و I_2 داخلان للعقدة، بينما اتجاه التيار I_3 يخرج من العقدة. فهذا يعطي المعادلة التالية (1):

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

لنطبق قانون الحلقات لكيرشــوف على الحلقة $(abcda)$ والحلقة $(befcb)$. لدينا إشــارة موجبة في الحلقة $(befcb)$، نحصـــل عليها عند المقاومة $(6,0\Omega)$ التي يتم اجتيازها باتجاه معاكس لاتجاه التيار I_1. مما سبق نحصل على المعادلتين (2) و (3):

$$Loop\ abcda: 10V-(6{,}0\Omega)I_1-(2{,}0\Omega)I_3=0 \qquad (2)$$

$$Loop\ befcb: -(4{,}0\Omega)I_2-14\ V+(6{,}0\Omega)I_1-10\ V=0 \qquad (3)$$

باستخدام المعادلة (1)، وحذف I_3 من المعادلة (2) (بإهمال الواحدات الآن) نجد:

$$10-(6{,}0)I_1-(2{,}0)(I_1+I_2)=0$$

$$10=8{,}0\ I_1+2{,}0\ I_2=0 \qquad (4)$$

وبقسمة كل حد من حدود المعادلة (3) على 2 وترتيب المعادلة فالتيارات تكون في الطرف الأيمن:

$$-12=-3{,}0\ I_1+2{,}0\ I_2 \qquad (5)$$

وبطرح المعادلة (5) من المعادلة (4) وحذف I_2 نحصل على I_1:

$$22=11\ I_1\rightarrow I_1=2{,}0\ A$$

وبتبديل هذه القيمة لـ I_1 في المعادلة (5) نجد I_2:

$$2{,}0\ I_2=3{,}0\ I_1-12=3{,}0(2{,}0)-12=-6{,}0\ A$$

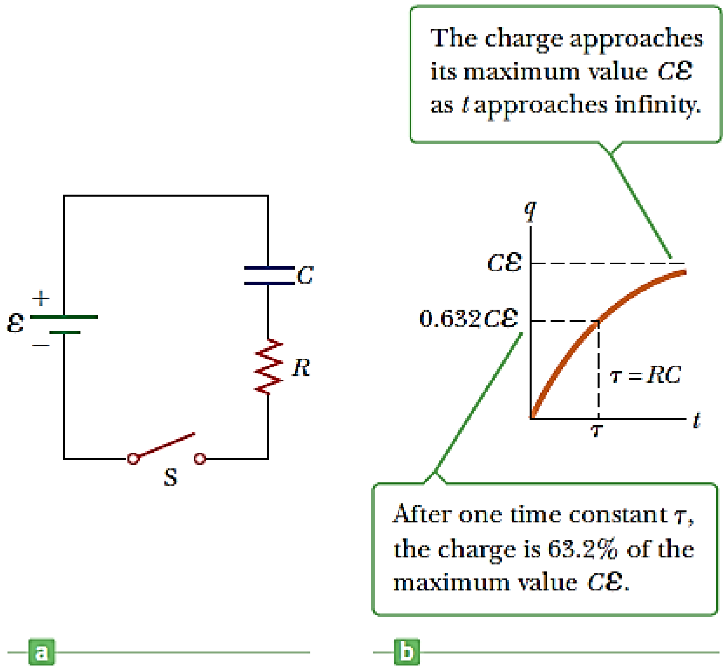
$$I_2=-3{,}0\ A$$

6- دارات الـ RC – RC Circuits

نعلم أنه من المهم أن يكون لدينا دارات بتيارات ثابتة، التي ســنراها لاحقاً. ولكن لنعتبر الآن دارات التيار المســتمر التي تحتوي مكثفات، التي فيها التيارات تتغير مع الزمن. نعتبر دارة تســلسـلية كما هو مبين في الشــكل المرفق. ولنفرض أن المكثفة غير مشــحونة في البداية حيث القاطعة مفتوحة. بعد غلق القاطعة، البطارية تبدأ بشـحن لبوسي المكثفة والشـحنة تمر عبر المقاومة. عندما تبدأ المكثفة بالشـحن، يمر في الدارة تيار متغير (غير ثابت). إن عملية الشـحن تسـتمر حتى تصـل شـحنة المكثفة إلى قيمة عظمى عند التوازن، أي أن $Q=C\varepsilon$، حيث ε الجهد الأعظمي الذي يمر في المكثفة. عندما تُشـحن المكثفة بالكامل، التيار في المكثفة يكون مساوياً الصفر. إذا فرضنا أن المكثفة كانت غير مشحونة عند البداية، أي قبل غلق القاطعة أي في اللحظة $t=0$، نجد أن شحنة المكثفة تتغير مع الزمن بحسب المعادلة الآتية:

$$\boldsymbol{q=Q\left(1-e^{-t/RC}\right)} \qquad \textbf{(7)}$$

حيث $(e=2{,}718)$ **ثابت أولر "Euler's Conatant"**، وهو أســاس أو قـاعـدة اللوغـاريتم الطبيعي. التمثيل البياني للمعادلة الســابقة (7) معطى على الشــكل المرفق. نلاحظ أن الشــحنة في اللحظة $t=0$ تقترب من القيمة صــفر، وقيمتها العظمى، Q، تقترب من اللانهاية. الجهد ΔV المار في المكثفة في أي لحظة زمنية يتم الحصول عليه بقسمة الشحنة على السعة: $\Delta V=q/C$.



(a) دارة RC مع بطارية، مكثفة C موصولة على التسلسل مع مقاومة R لشحن المكثفة مع قاطعة $(Switch - S)$. (b) تمثيل بياني لتغير شحنة المكثفة بتابعية الزمن عند غلق القاطعة.

كما نرى من المعادلة (7)، الزمن يمكن أن يأخذ قيمة لانهائية، وفي هذه الحالة فإن المكثفة تصبح مملوءة، أي أن شحنتها أصبحت أعظمية. إن السبب الرياضي هو أنه من تلك المعادلة نرى عندما تكون الشحنة صغيرة للغاية (الشحنة الأصغرية)، حيث في الحقيقة أن تلك الشحنة الأصغرية هي شحنة الإلكترون، والتي قيمتها تساوي $e = 1,60 \times 10^{-19}C$. بعد كل الفرضيات العملية، إن المكثفة ستشحن بشكل كامل بعد زمن منتهي، أي بعد فترة زمنية محددة. إن الحد RC في المعادلة (7) يُطلق عليه اسم الثابت الزمني ويُرمز له بالرمز τ (حرف يوناني تاو)، أي أن:

$$\tau = RC \qquad (8)$$

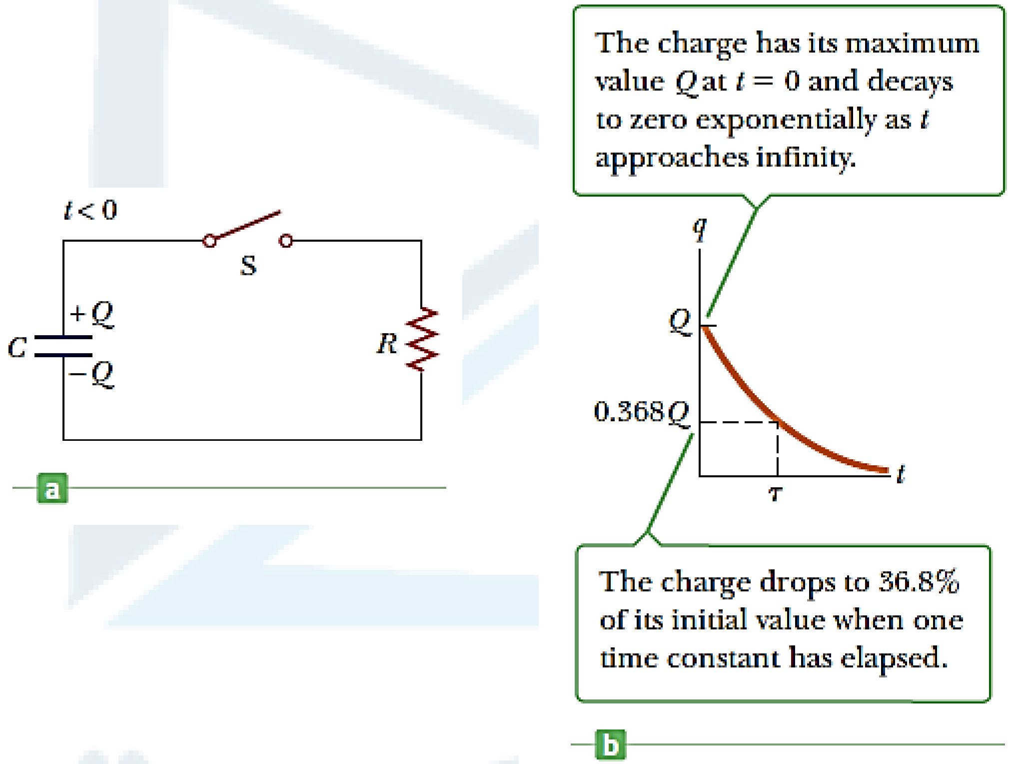
وهذا الثابت الزمني يمثل الزمن المطلوب أو الضروري لتزايد الشحنة من الصفر إلى (63,2%) من القيمة العظمى للشحنة عند التوازن. هذا يعني أنه خلال هذا الثابت الزمني، تتزايد شحنة المكثفة من الصفر حتى تصل إلى $(0,632\ Q)$. وهذا يمكن رؤيته وكأنه تم استبدال $(t = \tau = RC)$ في المعادلة (7) وحلها من أجل الحصول على (q). (نشير هنا إلى أن $1 - e^{-1} = 0,632$). ومن المهم ملاحظة أن المكثفة تُشحن ببطء شديد في الدارة مع ثابت زمني طويل، وإلا ستُشحن بزمن سريع في الدارة مع ثابت زمني قصير. بعد زمن يساوي 10 مرات الثابت الزمني، فالمكثفة ستكون انشحنت بما يعادل $(99,99\%)$.

لنعتبر الآن الدارة الموضحة في الشكل التالي، والمكونة من مكثفة مع شحنة بدائية مقدارها Q، مقاومة R، وقاطعة. قبل غلق القاطعة، فرق الكمون المار في المكثفة المشحونة يساوي Q/C. ما أن يتم

غلق القاطعة، تبدأ الشحنة بالتدفق إلى المقاومة من لبوس لآخر حتى تفرغ المكثفة من شحنتها بشكل كامل.

إذا تم اغلاق القاطعة في اللحظة $t = 0$، يمكن أن نبرهن أن الشـحنة (q) على المكثفة تتغير مع الزمن وفق العلاقة الآتية:

$$q = Qe^{-t/RC} \quad (9)$$

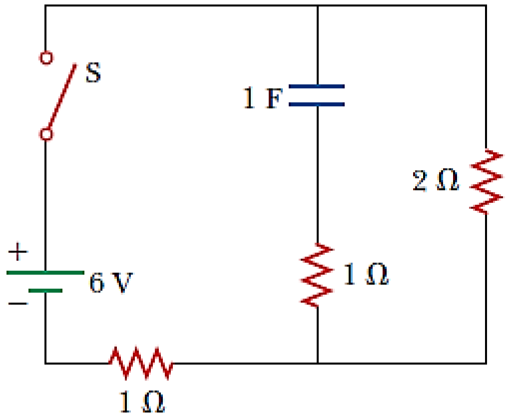


مكثفة مشحونة موصولة مع مقاومة وقاطعة على التسلسل.

تمثيل بياني لتغير الشحنة بتابعية الزمن بعد اغلاق القاطعة.

تتناقص الشحنة بشكل تابع أسي مع الزمن، كما هو موضح في الشكل السـابق. في المجال الزمني $(t = \tau = RC)$، الشـحنة تتناقص من الشـحنة البدائية (Q) إلى $(0,368\ Q)$. بتعبير آخر، بزمن يسـاوي الثابت الزمني، تخسـر المكثفة (63,2%) من شحنتها البدائية. بما أن $(\Delta V = q/C)$، الجهد المار بالمكثفة يتناقص أيضاً بشـكل تابع أسي مع الزمن وفق المعادلة $(\Delta V = \varepsilon e^{-t/RC})$. حيث ε (يسـاوي Q/C) الجهد البدائي الذي يمر في المكثفة المشحونة بشكل كامل.

سؤال سريع:



في الدارة المقابلة نغلق القاطعة. بعد أي فترة زمنية مقارنة مع الثابت الزمني للدارة، ما هي قيمة التيار في المقاومة 2Ω؟

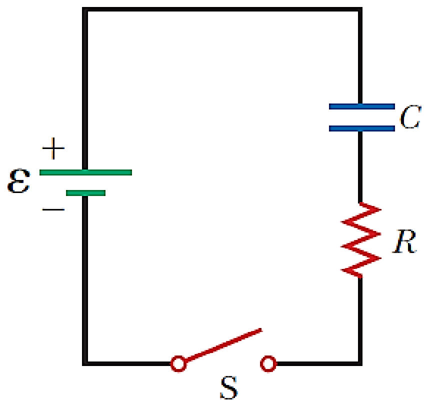
$(1) 4A,$
$(2) 3A,$
$(3) 2A,$
$(4) 1A$

الشرح:

الخيار الصحيح هو (3). بعد أن يتم الشحن التام للمكثفة، يتدفق التيار عبر الحلقة (الشبكة) الأخرى للدارة. إن المقاومة الكلية عبر تلك الطريق المسلوك من قبل التيار تساوي 3Ω، وبما أن جهد البطارية يساوي $6V$، سيؤدي إلى قيمة للتيار تساوي:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{3} = 2\text{A}$$

مثال: شحن مكثفة بدارة RC:



مكثفة غير مشحونة موصولة بمقاومة وبطارية على التسلسل، كما هو مبين في الشكل المرفق. إذا كان $(\varepsilon = 12{,}0\ V,\ C = 5{,}00\ \mu F,\ R = 8{,}00 \times 10^5\ \Omega)$. المطلوب: (1) إيجاد الثابت الزمني للدارة، (2) الشحنة العظمى للمكثفة، (3) شحنة المكثفة بعد 6 ثواني، (4) فرق الكمون الذي يمر في المقاومة بعد 6 ثواني، (5) التيار المار في المقاومة خلال هذا الزمن أي خلال 6 ثواني.

الحل:

(1) حساب الثابت الزمني:

من تعريف الثابت الزمني، المعادلة (8) نجد أن:

$$\tau = RC = (8{,}00 \times 10^5\ \Omega)(5{,}00 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 4{,}00\ \text{s}$$

(2) حساب الشحنة العظمى للمكثفة:

بتطبيق قانون الحلقات لكيرشوف على الدارة RC، الدوران باتجاه عقارب الساعة، هذا يعني أن فرق الجهد المار بالبطارية موجب وفرق الكمون المار بالمكثفة والمقاومة سالب:

$$\Delta V_{bat} + \Delta V_C + \Delta V_R = 0 \qquad (1)$$

ومن تعريف السعة وقانون أوم، يكون لدينا:

$$\Delta V_C = -\frac{q}{C} \quad \& \quad \Delta V_R = -RI$$

وفرق الكمونات السابقة هي سالبة. إذاً، يكون لدينا $(\varepsilon+ = \Delta V_{bat})$:

$$\varepsilon - \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{C}} - IR = 0 \qquad (2)$$

وعندما تكون شحنة المكثفة عظمى $q = Q$ يكون لدينا $I = 0$. وبحل المعادلة (2) نجد من أجل الشحنة العظمى للمكثفة:

$$\varepsilon - \frac{Q}{\mathrm{C}} \rightarrow Q = c\varepsilon$$

وبالتبديل بالقيم نجد القيمة العظمى للشحنة:

$$Q = (5{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{F})(12{,}0\ V) = 60{,}0\ \mu C$$

(3) إيجاد شحنة المكثفة بعد 6 ثواني:

بالتبديل في المعادلة (7) نجد:

$$q = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right) = (60{,}0\ \mu C)\left(1 - e^{-\frac{6{,}00s}{4{,}00s}}\right) = 46{,}6\ \mu C$$

(4) حساب فرق الكمون المار بالمقاومة بعد 6 ثواني:

بحساب فرق الكمون ΔV_C المر عبر المكثفة في ذلك الزمن نجد:

$$\Delta V_C = -\frac{q}{C} = -\frac{46{,}6\ \mu C}{5{,}00\ \mu C} = -9{,}32\ V$$

وبحل المعادلة (1) من أجل ΔV_R وبالتبديل نجد:

$$\Delta V_R = -\Delta V_{bat} - \Delta V_C = -12{,}0\ V - (-9{,}32\ V) = -2{,}68\ V$$

(5) إيجاد التيار المار في المقاومة بعد 6 ثواني:

بتطبيق قانون أوم، واستخدام نتيجة الطلب الرابع مع التذكرة أنه هنا $\Delta V_R = -RI$:

$$I = \frac{-\Delta V_R}{R} = \frac{-(-2{,}68\ \mathrm{V})}{(8{,}00 \times 10^5\ \Omega)} = 3{,}35 \times 10^{-6}\ A$$

📖 📖 📖
📖 📖
📖