

## المحاضرة الخامسة

# مخططات قوى القص وعزوم الانحناء

د. نزار عبد الرحمن

## مخططات قوى القص وعزوم الانحناء

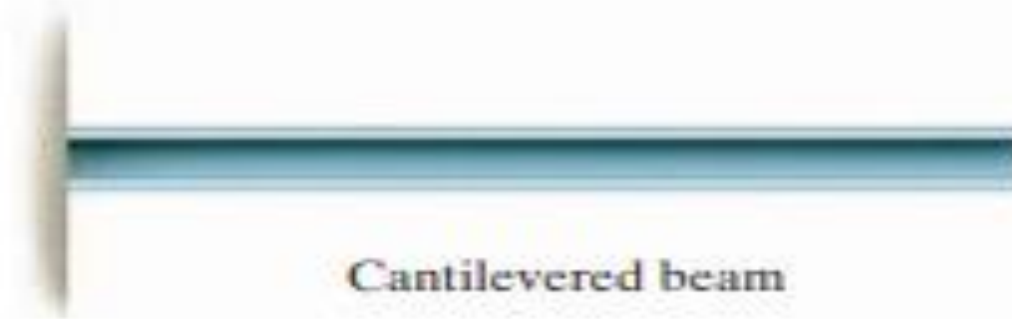
- العتبات عبارة عن عناصر انشائية مصممة لدعم عمليات التحميل المطبقة بشكل عمودي على محارها ، وتكون عادة طويلة نسبيا ومستقيمة وذات مقطع عرضي ثابت وغالبا يتم تصنيفها وفق طريقة التثبيت .
- على سبيل المثال : يتم تثبيت العتبة بواسطة وصلة مفصلية من جهة ، وبواسطة وصلة مرنة من جهة ثانية . في حين يتم تثبيت العتبة الكابولية من أحد الطرفين وتكون حرّة من الطرف الآخر.
- يتطلب التصميم الفعلي للعتبات معرفة دقيقة بتغير قوى القص  $V$  وعزوم الانحناء  $M$  التي تؤثر عند كل نقطة على كامل طول محور العتبة .



جامعة  
المنارة  
MANARA UNIVERSITY



Simply supported beam



Cantilevered beam



Overhanging beam

عتبة ذات طريقة تثبيت  
بسيطة

عتبة كابولية

عتبة ذات تعليق زائد

- يمكن الحصول على هذه التغيرات في قوة القص  $V$  و عزم الانحناء  $M$  على طول محور العتبة باستخدام طريقة المقاطع المستخدمة في تعيين القوى الداخلية. في هذه الحالة من الضروري تقسيم العتبة إلى مسافات عشوائية  $x$  من طرف واحد ثم نقوم بتطبيق معادلات التوازن على الجزء الذي يحتوي على الطول  $X$
- عند القيام بذلك ، يمكننا الحصول على  $V$  و  $M$  كتابع للمسافة  $x$ .
- بشكل عام ، ستكون توابع القص الداخلي وعزم الانحناء متقطعة ، أو ستكون درجة ميلانها متقطعة ، عند النقاط التي يكون فيها تغير الحمل الموزع ، أو عند نقاط تطبيق القوى أو العزوم .

• يجب تحديد هذه التوابع لكل جزء من العتبة الواقعة بين أي اثنين من انقطاع التحميل. على سبيل المثال تستخدم الأجزاء ذات الأطوال  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_3$  لوصف تغير قوى القص والعزوم  $V$  و  $M$  على طول العتبة

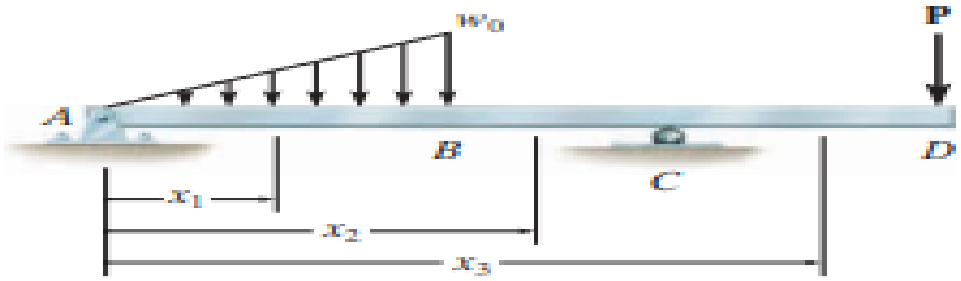


Fig. 6-2

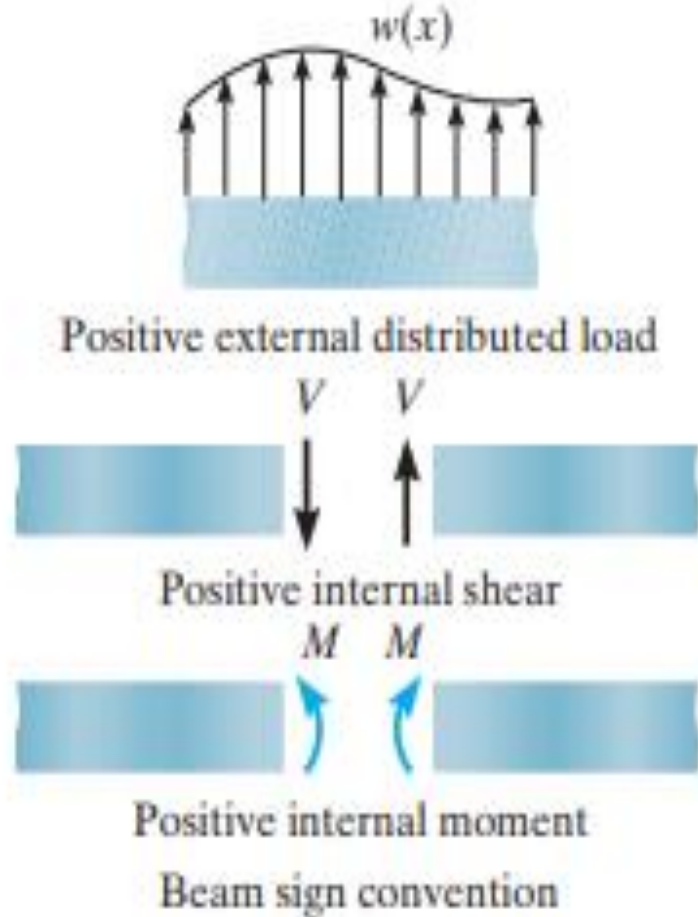
• ستكون هذه التوابع صالحة فقط

داخل المناطق من 0 إلى  $a$  لـ  $x_1$ ، ومن  $a$  إلى

$b$  لـ  $x_2$ ، ومن  $b$  إلى  $L$  لـ  $x_3$ .

يتم رسم الدالات التابعة لـ  $x$ ، ويطلق على الرسوم البيانية اسم مخطط القص ومخطط عزوم الانحناء.

# تحديد اتجاهات قوى القص وعزوم الانحناء



تكون قوة القص موجبة عندما تحاول تدوير الجزء الذي تؤثر عليه باتجاهه موافق لدوران عقارب الساعة

يكون عزم الانحناء موجبا عندما يدور شعاع العزم باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة للمقطع اليساري وبتجاه موافق لدوران عقارب الساعة للمقطع اليميني

• نقاط مهمة:

- توفر رسوم مخططات القص والعزم للعتبات وصفا لطريقة تغير قوى القص الداخلي والعزوم على طول محور العتبة
- للحصول على هذه الرسوم البيانية ، يتم استخدام طريقة المقاطع لتحديد  $V$  و  $M$  كتابع للمسافة  $x$
- إذا تغير الحمل على العتبة فجأة ، عندها يجب اختيار المناطق بين كل حمل للحصول على تابع للمسافة  $x$

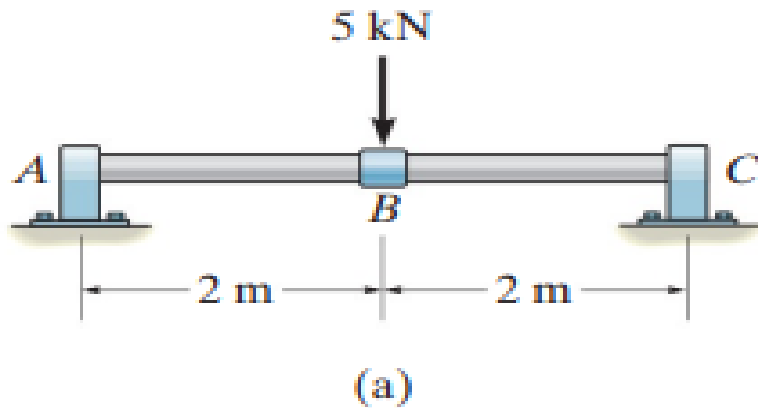
## • منهجية التحليل :

- يمكن تعيين مخططات القص والانحناء للعتبات وفق الإجراء التالي:
- تحديد جميع ردود الأفعال وعزوم المزدوجات المؤثرة على العتبة .
- حلّ جميع القوى إلى مركبات متعامدة ومتوازية مع محور العتبة .



- تحديد مبدأ احداثيات يقع على الطرف اليساري من العتبة . وتمتد المسافة  $x$  إلى مناطق العتبة بين القوى المركزة ، أو عزوم المزدوجات ، أو المناطق التي تكون فيها الحمولة الموزعة مستمرة .
- اصنع مقطعاً من العتبة عند كل مسافة  $x$  وارسم مخطط الجسم الحر لأحد المقاطع.
- تأكد من تمثيل  $V$  و  $M$  على المخطط وفق المصطلحات المتعارف عليها للاتجاهات الموجبة لقوى القص والعزوم .
- يتم الحصول على قوة القص  $V$  عن طريق معادلة مجموع مساقط كافة القوى على المحور العمودي .
- يتم الحصول على العزم  $M$  عن طريق مجموع العزوم حول نهاية الجزء المقطوع.
- مخططات القص والعزم :
- ارسم مخطط القص  $V$  تابع ل  $x$  ومخطط العزم  $M$  تابع ل  $x$
- إذا كانت القيم المحسوبة للتوابع التي تصف  $V$  و  $M$  موجبة ، عندها يتم رسم القيم فوق المحور  $x$ ، بينما يتم رسم القيم السالبة أسفل المحور  $x$ .

- **مسألة 1:** ارسم مخططات قوى القص وعزوم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل. المحامل عند A و B تنتج ردود أفعال عمودية فقط.
- حساب ردود الأفعال :



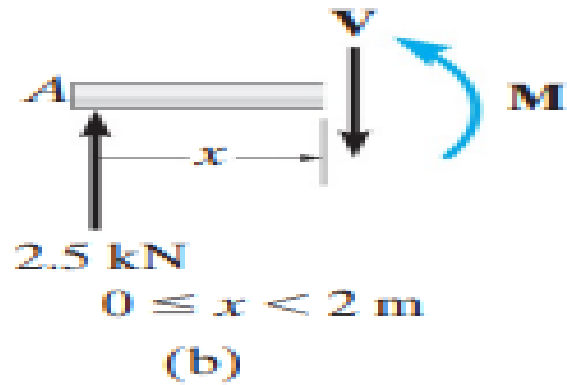
$$\sum F_Y = 0, A_Y + C_Y - 5 = 0$$

$$\sum M_A = 0, -5(2) + C_Y(4) = 0$$

$$A_Y = 2.5 \text{ KN}, C_Y = 2.5 \text{ KN}$$

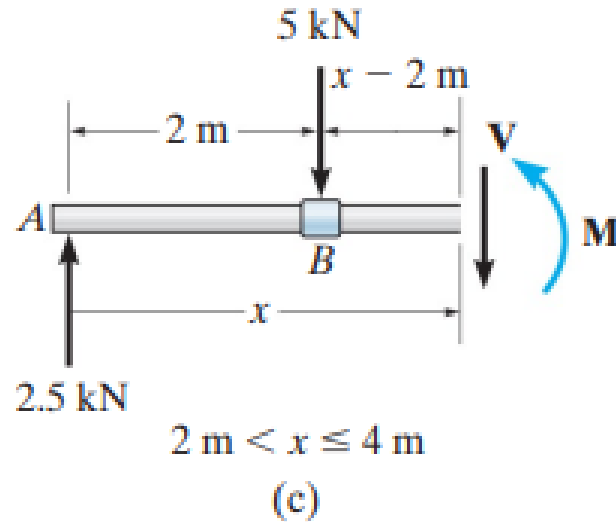
• توابع قوى القص وعزوم الانحناء :

- نأخذ مقطعا على مسافة  $x$  من النقطة  $A$  بين  $A$  و  $B$ . المجاهيل هي  $V, M$  نفرض الاتجاهات الاصطلاحية المتفق إليها ، ونطبق معادلات التوازن :



$$\sum F_Y = 0, V = 2.5 \text{ KN} \quad (1)$$

$$\sum M = 0, M = 2.5 \cdot (x) \text{ KN.m} \quad (2)$$



• نأخذ مقطعا ثانيا بين B و C ونكتب معادلات التوازن :

$$\sum F_Y = 0, \quad 2.5 \text{ kN} - 5 \text{ kN} - V = 0 \quad (3)$$

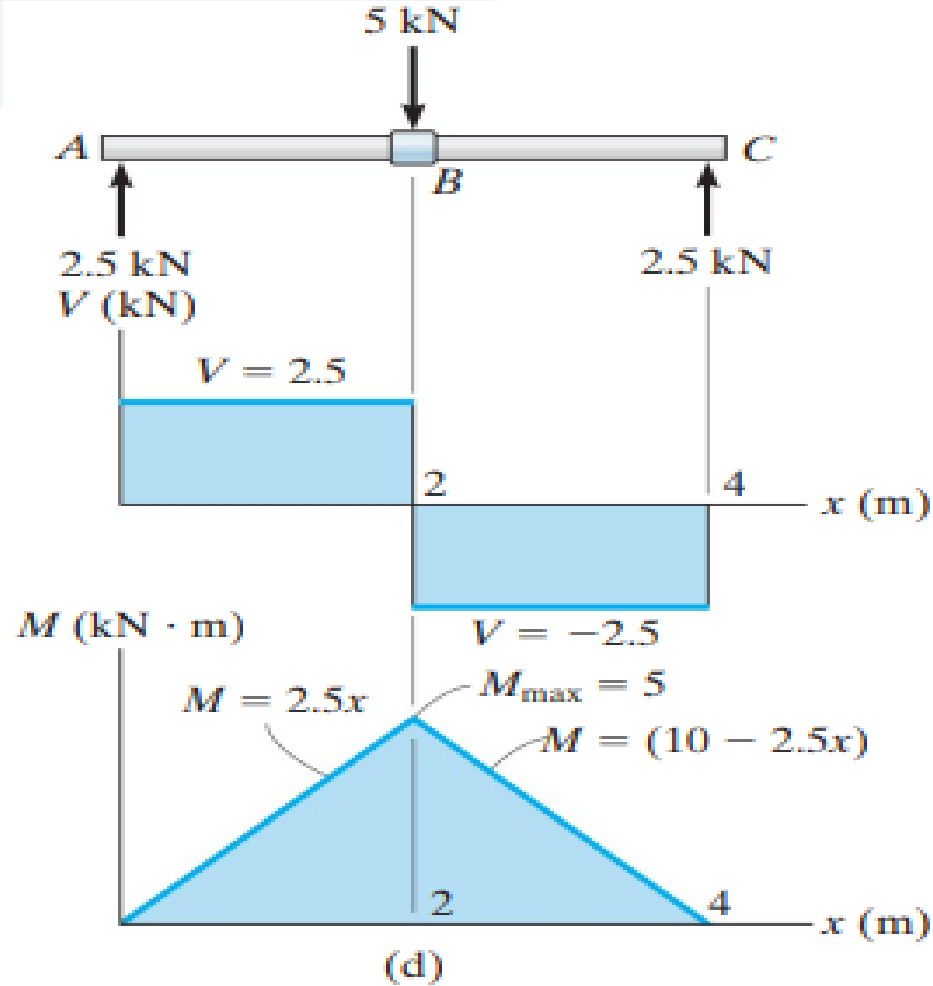
$$V = -2.5 \text{ kN}$$

$$\sum M = 0, \quad M + 5 \text{ kN}(x - 2 \text{ m}) - 2.5 \text{ kN}(x) = 0$$

$$M = (10 - 2.5x) \text{ kN.m} \quad (4)$$

## مخططات قوى القص وعزوم الانحناء :

- يبين مخطط قوى القص أن قوة القص الداخلية تبقى ثابتة عند القيمة  $2.5 \text{ K}$  N (موجبة) خلال الجزء AB . تتغير إشارة قوة القص وتبقى ثابتة عند القيمة  $-2.5 \text{ KN}$  من أجل الجزء BC .
- مخطط عزوم الانحناء يبدأ من الصفر ويزيد خطياً إلى النقطة B عند  $X=2\text{m}$  . حيث تكون القيمة العظمى للعزم  $M_{\max} = 2.5(2\text{m}) = 5\text{KN}\cdot\text{m}$  وبعدها تتناقص القيمة حتى تصل إلى الصفر.

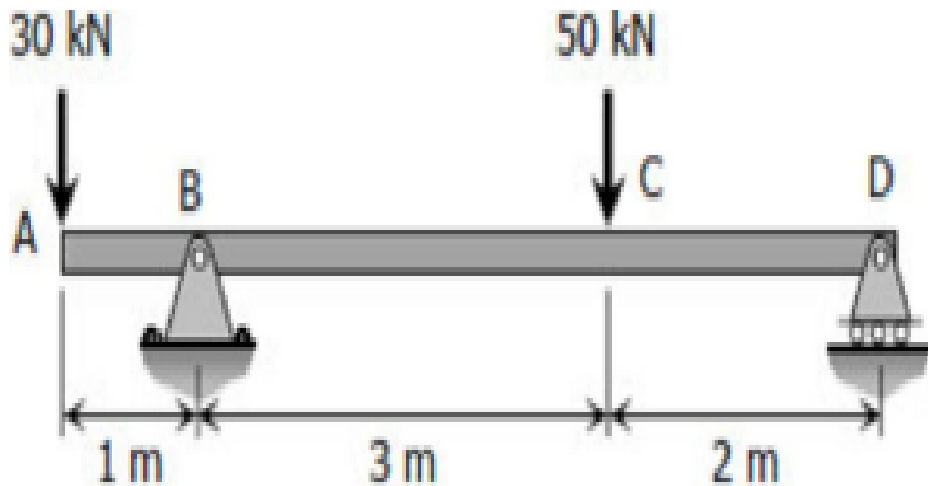


**ملاحظة:** من المهم ملاحظة أن مخططات قوى القص وعزوم الانعطاف تتغير (تقفز) عند نقاط تركيز القوى (النقاط A, B, C). لذلك من المهم التعبير عن قوى القص والانعطاف بشكل منفصل في المناطق الممتدة بين نقاط تأثير الأحمال.



جامعة  
المنارة

مسألة 2 : من أجل العتبة المبينة في الشكل ارسم مخططات قوى لقص وعزوم الانحناء



From the load diagram:

$$\sum M_B = 0$$

$$5R_D + 1(30) = 3(50)$$

$$R_D = 24 \text{ kN}$$

1- حساب ردود الأفعال

$$\begin{aligned}\sum M_D &= 0 \\ 5R_B &= 2(50) + 6(30) \\ R_B &= 56 \text{ kN}\end{aligned}$$



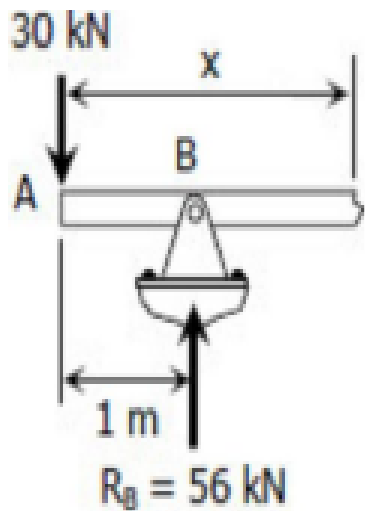
Segment AB:

$$V_{AB} = -30 \text{ kN}$$

$$M_{AB} = -30x \text{ kN} \cdot \text{m}$$

الجزء AB

## الجزء BC



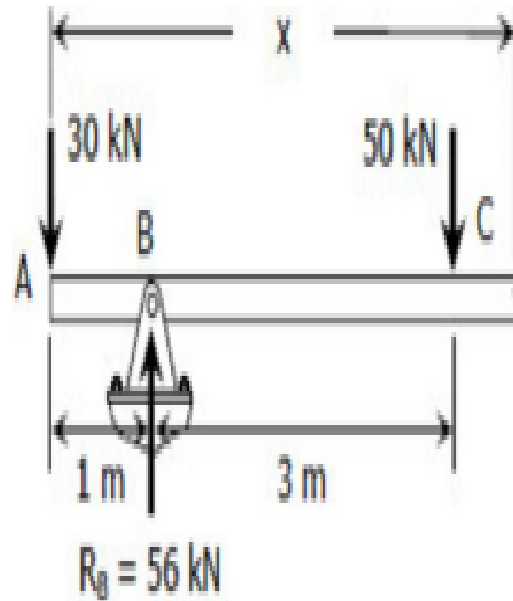
Segment BC:

$$V_{BC} = -30 + 56$$

$$V_{BC} = 26 \text{ kN}$$

$$M_{BC} = -30x + 56(x-1)$$

$$M_{BC} = 26x - 56 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



Segment CD:

$$V_{CD} = -30 + 56 - 50$$

$$V_{CD} = -24 \text{ kN}$$

$$M_{CD} = -30x + 56(x-1) - 50(x-4)$$

$$M_{CD} = -30x + 56x - 56 - 50x + 200$$

$$M_{CD} = -24x + 144 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

## الجزء CD



## رسم مخطط قوى القص

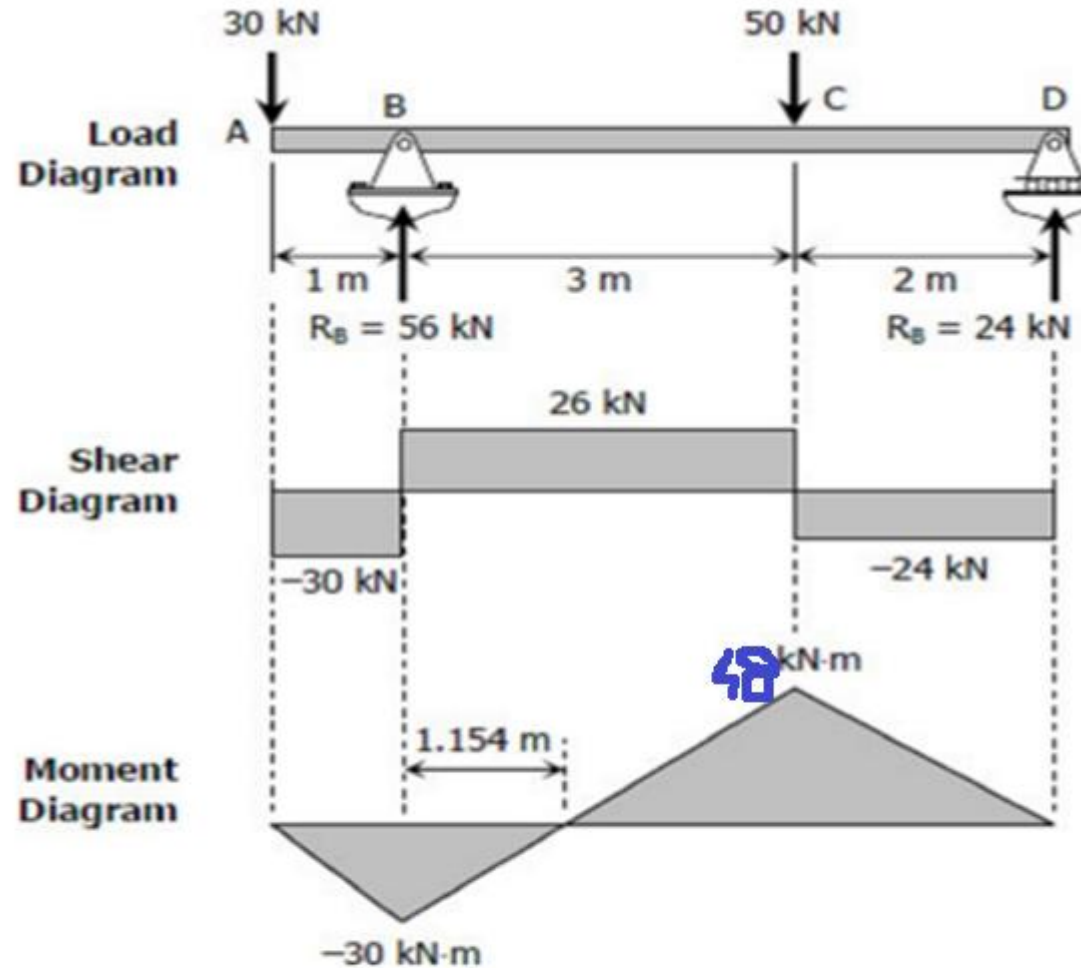
### To draw the Shear Diagram:

1. In segment AB, the shear is uniformly distributed over the segment at a magnitude of  $-30$  kN.
2. In segment BC, the shear is uniformly distributed at a magnitude of  $26$  kN.
3. In segment CD, the shear is uniformly distributed at a magnitude of  $-24$  kN.

## رسم مخطط عزم الانحناء

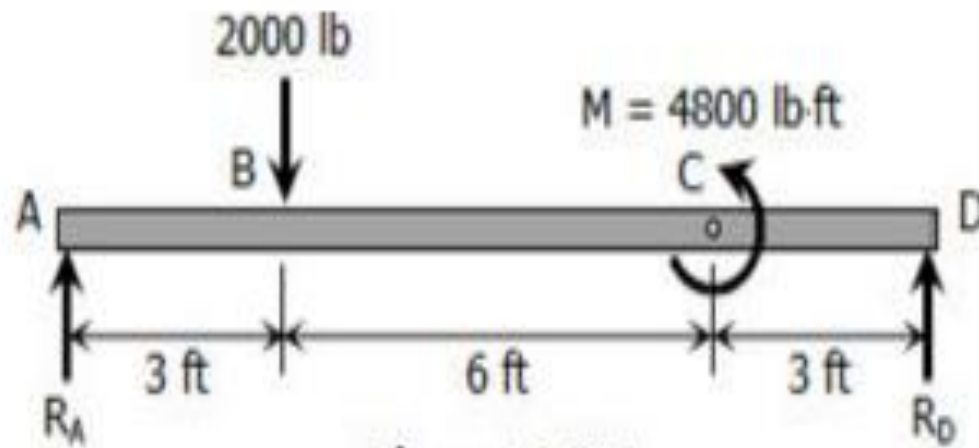
### To draw the Moment Diagram:

1. The equation  $M_{AB} = -30x$  is linear, at  $x = 0$ ,  $M_{AB} = 0$  and at  $x = 1$  m,  $M_{AB} = -30$  kN·m.
2.  $M_{BC} = 26x - 56$  is also linear. At  $x = 1$  m,  $M_{BC} = -30$  kN·m; at  $x = 4$  m,  $M_{BC} = 48$  kN·m. When  $M_{BC} = 0$ ,  $x = 2.154$  m, thus the moment is zero at  $1.154$  m from B.
3.  $M_{CD} = -24x + 144$  is again linear. At  $x = 4$  m,  $M_{CD} = 48$  kN·m; at  $x = 6$  m,  $M_{CD} = 0$ .



وعزوم الانحناء للعتبة المبينة في الشكل

مسألة 3: ارسم مخططات قوى القص



حساب ردود الأفعال

$$\Sigma M_A = 0$$

$$12R_D + 4800 = 3(2000)$$


$$R_D = 100 \text{ lb}$$

$$\Sigma M_D = 0$$

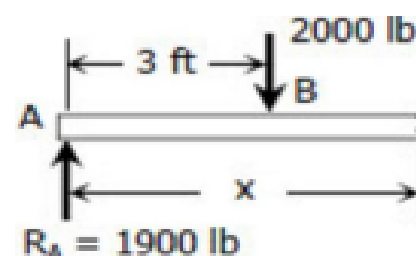
$$12R_A = 9(2000) + 4800$$

$$R_A = 1900 \text{ lb}$$





**Segment AB:**  
 $V_{AB} = 1900 \text{ lb}$   
 $M_{AB} = 1900x \text{ lb} \cdot \text{ft}$   
 $R_A = 1900 \text{ lb}$



**Segment BC:**

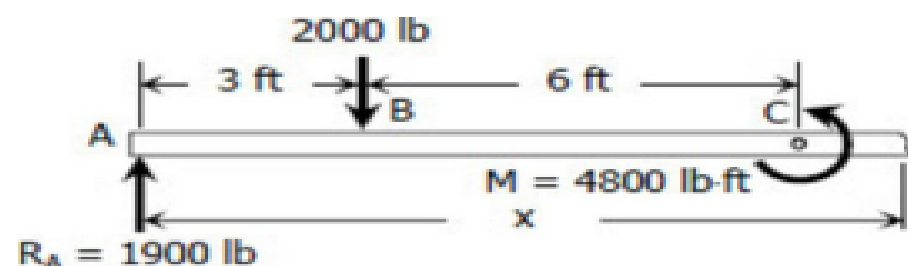
$$V_{BC} = 1900 - 2000$$

$$V_{BC} = -100 \text{ lb}$$

$$M_{BC} = 1900x - 2000(x - 3)$$

$$M_{BC} = 1900x - 2000x + 6000$$

$$M_{BC} = -100x + 6000 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$



**Segment CD:**

$$V_{CD} = 1900 - 2000$$

$$V_{CD} = -100 \text{ lb}$$

$$M_{CD} = 1900x - 2000(x - 3) - 4800$$

$$M_{CD} = 1900x - 2000x + 6000 - 4800$$

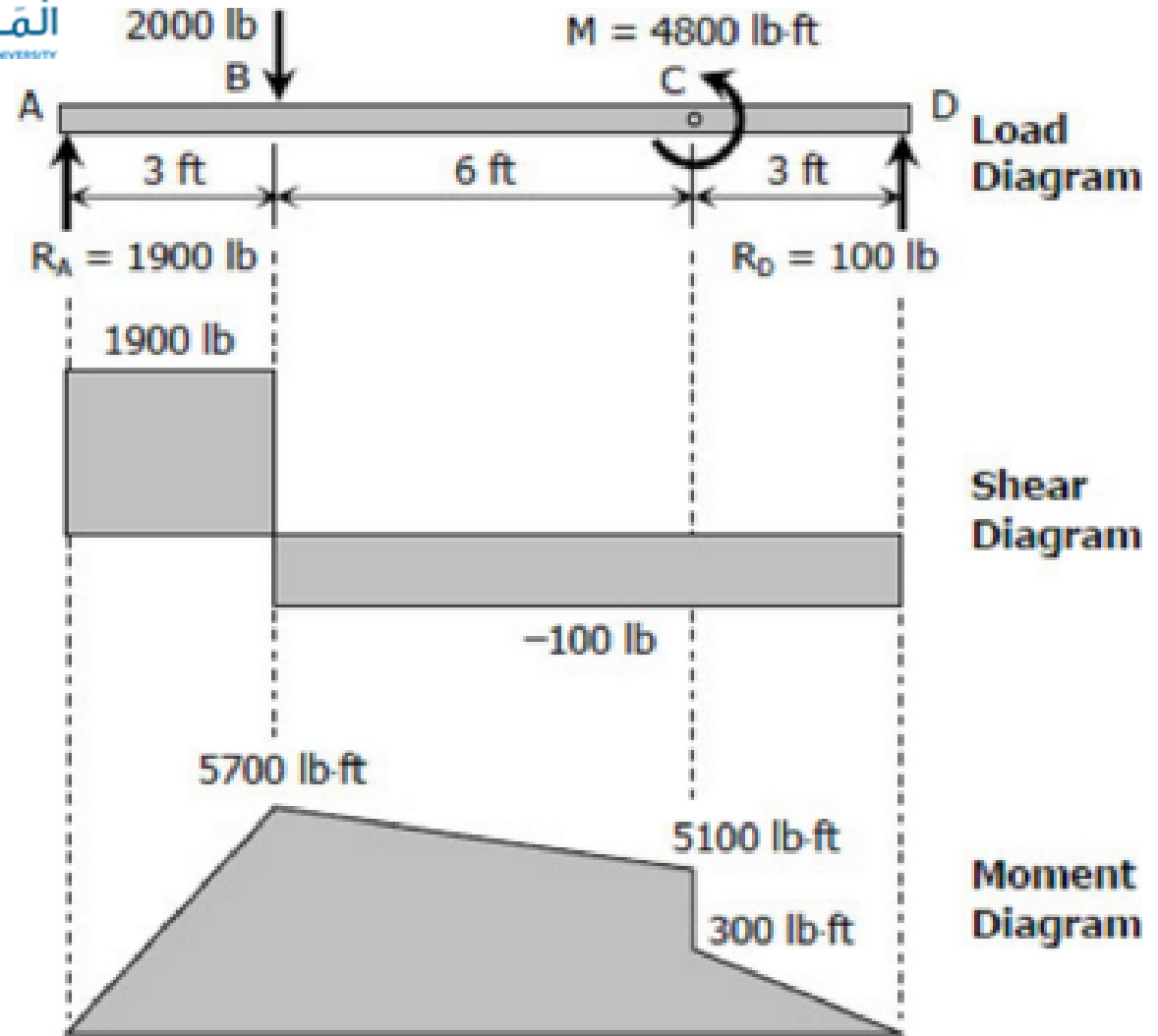
$$M_{CD} = -100x + 1200 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

## To draw the Shear Diagram:

1. At segment AB, the shear is uniformly distributed at 1900 lb.
2. A shear of -100 lb is uniformly distributed over segments BC and CD.

## To draw the Moment Diagram:

1.  $M_{AB} = 1900x$  is linear; at  $x = 0$ ,



$M_{AB} = 0$ ; at  $x = 3$  ft,  $M_{AB} = 5700$  lb·ft.

2. For segment BC,  $M_{BC} = -100x + 6000$  is linear; at  $x = 3$  ft,  $M_{BC} = 5700$  lb·ft; at  $x = 9$  ft,  $M_{BC} = 5100$  lb·ft.

3.  $M_{CD} = -100x + 1200$  is again linear; at  $x = 9$  ft,  $M_{CD} = 300$  lb·ft; at  $x = 12$  ft,  $M_{CD} = 0$ .



جَامِعَة  
الْمَنَارَة  
MANARA UNIVERSITY