الكلية	الهندسة
لقسم	المعلوماتية
اسم المقرر	نظرية المعلومات والترميز
تاريخ الامتحان	

كويز/الفصل الأول / العام 2024-2023	
اسم الطالب	
الرقم الجامعي	
مدة الامتحان	

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

السؤال الأول: علل كل مما يأتي

1. من أجل منبع متقطع يرسل 4 رموز، بمعدل 2symbol/msec وباحتمالات هي $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{8}$ فيكون معدل المعلومات 3500 bit/sec .

$$H(X) = \sum_{i=1}^{n=4} P(x_i)\, log_2\left(\frac{1}{P(x_i)}\right)$$

$$H(X) = \frac{2}{8}log_2 8 + \frac{1}{4}log_2 4 + \frac{1}{2}log_2 2 = 1.75\ bit/symbol$$

$$r = \frac{2}{10^{-3}} = 2000\ symbol/sec$$

$$R = r.H(X) = 2000 \times 1.75 = 3500\ bit/sec$$

2.إن قيمة الانتروبيا الأعظمية لمنبع متقطع تساوي $log_2(m)$ حيث **m** هي عدد رموز المنبع.

من أجل قيمة انتروبيا أعظمية تكون قيمة احتمال الدخل: $p(x_i) = \frac{1}{m}$ فتكون:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{n=m} \frac{1}{m} log_2 m = \frac{m}{m} log_2 m = log_2 m$$

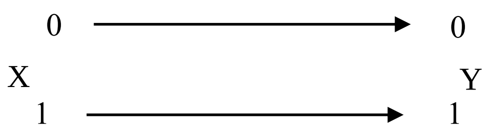
3.لا يمكن استبدال القناة المتقطعة الثنائية الخالية من الضجيج و التي فيها $r = 10^5$ بقناة مستمرة لها المحددات B=8KHZ, $\frac{S}{N} = 31$

سعة القناة المتقطعة= $C_D = rlog_2(\mu) = 10^5 log_2(2) = 10^5 bit/sec$

سعة القناة المستمرة= $C_C = Blog_2\left(1+\frac{S}{N}\right) = 8 \times 10^3 log_2(32) = 4 \times 10^3 bit/sec$

نلاحظ أن $C_C < C_D$ إذاً لا يمكن استبدال القناة المتقطعة الثنائية الخالية من الضجيج بتلك القناة المستمرة

4. سعة قناة ثنائية المتقطعة خالية من الضجيج يساوي 1bit/sec



من أجل القناة الثنائية الخالية من الضجيج لدينا مخطط القناة كالآتي:

نلاحظ أنه في كل مرة يتم إرسال رمز واحد فقط فيكون r=1 bit/sec

أبجدية المنبع هي إما 0 أو 1 فتكون μ=2

$$C = rlog_2(\mu) = 1log_2(2) = 1bit/sec$$

السؤال الثاني : لتكن لدينا قناة اتصال تتميز بمصفوفة الارتباط الآتية:

$$P(X,Y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & ? & ? \\ ? & ? & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

المطلوب :

1. أكمل المصفوفة السابقة مع التعليل.

$$P(X,Y)=\begin{bmatrix}\frac{1}{6} & \frac{2}{6} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}$$

التعليل:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}P(x_i,y_j)=1\Longrightarrow\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=1$$

$$\Rightarrow P(x_1,y_3)=P(x_2,y_4)=P(x_2,y_1)=P(x_2,y_2)=0$$

2. احسب انتروبيا المنبع, إ إذا علمت أن انتروبيا الدخل أعظمية.

طريقة 1: نلاحظ من مصفوفة الارتباط أن أبجدية الدخل مكونة من رمزين x1,x2فتكون m=2

بما أن انتروبيا المنبع أعظمية فيكون: $H(X)=\boldsymbol{log_2(m)}=\boldsymbol{log_2(2)}=\boldsymbol{1bit/symbol}$

طريقة 2: بما أن أنتروبيا الدخل أعظمية هذا يعني أن احتمالات الدخل متساوية فيكون :

$$P(x_1)=P(x_2)=\frac{1}{2}$$

لدينا انتروبيا المنبع تعطى بالعلاقة:

$$H(X)=\sum_{i=1}^{n=2}P(x_i)\,log_2\left(\frac{1}{P(x_i)}\right)=\frac{1}{2}log_2(2)+\frac{1}{2}log_2(2)=log_2(2)$$
$$=1\ bit/symbol$$

3. انتروبيا الخرج.

لدينا انتروبيا الخرج تعطى بالعلاقة:

$$H(Y)=\sum_{j=1}^{m=4}P(y_j)\,log_2\left(\frac{1}{P(y_j)}\right)$$

يلزمنا حساب $P(y_j)$ من فرضيات المسألة و حسب العلاقة :

$$P(y_j)=\sum_{i=1}^{2}P(x_i,y_j)$$

$$P(y_1)=P(x_1,y_1)+P(x_2,y_1)=\frac{1}{6}+0=\frac{1}{6}$$
$$P(y_2)=P(x_1,y_2)+P(x_2,y_2)=\frac{2}{6}+0=\frac{2}{6}$$
$$P(y_3)=P(x_1,y_3)+P(x_2,y_3)=0+\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$
$$P(y_4)=P(x_1,y_4)+P(x_2,y_4)=0+\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$$

للتأكد نلاحظ أن مجموع احتمالات االخرج يساوي واحد.

نعوض قيم احتمالات الخرج في علاقة انتروبيا الخرج:

$$H(Y) = \frac{1}{6}log_2(6) + \frac{2}{6}log_2(3) + \frac{1}{8}log_2(8) + \frac{3}{8}log_2\left(\frac{8}{3}\right)$$
$$= 1.864\ bit/symbol$$

4. احسب انتروبيا النظام.(يمكن حل هذا الطلب بثلاث طرائق مختلفة)

طريقة 1: انتروبيا النظام تحسب من العلاقة العامة :

$$H(X,Y) = \sum_{i=1}^{n=2}\sum_{j=1}^{m=4} P(x_i, y_j)\, log_2\left(\frac{1}{P(x_i, y_j)}\right)$$

بفك العلاقة:

$$\begin{aligned} H(X,Y) = {} & P(x_1,y_1)log_2\left(\frac{1}{P(x_1,y_1)}\right) + P(x_1,y_2)log_2\left(\frac{1}{P(x_1,y_2)}\right) \\ & + P(x_1,y_3)log_2\left(\frac{1}{P(x_1,y_3)}\right) + P(x_1,y_4)log_2\left(\frac{1}{P(x_1,y_4)}\right) \\ & + P(x_2,y_1)log_2\left(\frac{1}{P(x_2,y_1)}\right) + P(x_2,y_2)log_2\left(\frac{1}{P(x_2,y_2)}\right) \\ & + P(x_2,y_3)log_2\left(\frac{1}{P(x_2,y_3)}\right) + P(x_2,y_4)log_2\left(\frac{1}{P(x_2,y_4)}\right) \end{aligned}$$

بالتعويض حسب المصفوفة المعطاة:

$$H(X,Y) = \frac{1}{6}log_2 6 + \frac{2}{6}log_2 3 + 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{8}log_2 8 + \frac{3}{8}log_2\frac{8}{3} = 1.864\ bit$$

طريقة 2:

يمكن الحساب من العلاقة : H(X,Y)=H(X)+H(Y/X)

لدينا من الطلب الثاني H(X)=1 Bit/symbol

يلزمنا حساب H(Y/X) :

$$H(Y/X) = \sum_{i=1}^{n=2}\sum_{j=1}^{m=4} P(x_i, y_j)\, log_2\left(\frac{1}{P(y_j/x_i)}\right)$$

نحتاج إلى حساب $P(Y/X)$ لدينا العلاقة : $P(y/x) = \frac{P(x,y)}{p(x)}$

$$P(Y/X) = \begin{bmatrix} \frac{2}{6} & \frac{4}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{8} & \frac{6}{8} \end{bmatrix}$$

للتحقق من صحة المصفوفة نلاحظ أن مجموع قيم كل سطر =1

نعوض في علاقة H(Y/X):

$$H(Y/X) = \frac{1}{6}log_2(3) + \frac{2}{6}log_2\left(\frac{6}{4}\right) + \frac{1}{8}log_2(4) + \frac{3}{8}log_2\left(\frac{8}{6}\right) = 0.864\ Bit$$

نعوض في علاقة انتروبيا النظام: H(X,Y)=1+0.864=1.864 Bit

طريقة 3: يمكن حساب انتروبيا النظام من العلاقة : H(X,Y)=H(Y)+H(X/Y)

لدينا حساب قيمة H(Y)= 1.864 bit/symbol سابقاً . يلزمنا حساب H(X/Y) من العلاقة:

$$H(X/Y)=\sum_{i=1}^{n=2}\sum_{j=1}^{m=4}P(x_i,y_j)\,log_2\left(\frac{1}{P(x_i/y_j)}\right)$$

نحتاج إلى حساب المصفوفة $P(X/Y)$ اعتماداً على العلاقة : $P(x/y)=\frac{P(x,y)}{p(y)}$

$$P(X/Y)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

للتحقق من صحة المصفوفة نلاحظ أن مجموع قيم كل عمود=1.

بالتعويض في علاقة H(X/Y) يكون:

$$H(Y/X)=\frac{1}{6}log_2(1)+\frac{2}{6}log_2(1)+\frac{1}{8}log_2(1)+\frac{3}{8}log_2(1)=0\ Bit$$

بالتعويض في علاقة انتروبيا النظام:H(X,Y)=1.864+0=1.864 bit
