تحكم لا خطي

المحاضرة الثالثة (عملي)

تصميم المعوضات

م. زينة أديب علي

قسم الروبوت سنة رابعة-فصل أول

الغاية من الجلسة:

1. استخدام مسار الجذور في تصميم المعوضات باستخدام مسار الجذور والاعتماد على شرط الزاوية وشرط المطال.

مثال1:

لدينا النظام التالي:

$G(s) = \frac{k}{s^2}$ والمطلوب:

تصميم معوض تقديم بحيث نحصل على المواصفات التالية:

$$t_s = 4\,\text{sec} \quad M_p = 20\%$$

الحل:

1. نوجد الأقطاب المرغوبة لذلك نقوم بإيجاد نسبة التخميد والتردد الطبيعي للنظام من المواصفات المرغوبة:

$M_p = e^{\frac{-\pi\varepsilon}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)}}} = 0.2$ ومنه ينتج لدينا:

$$\varepsilon = 0.45$$

$t_s = \frac{4}{\varepsilon w_n} = 4$ ومنه ينتج لدينا:

$$w_n = 2.2\ \frac{rad}{sec}$$

وبحساب الأقطاب المرغوبة من القانون التالي (*)

$$s_{1,2} = -\varepsilon * w_n \pm j w_n\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = -1 \pm j2$$

2. نوجد زاوية النظام عند الأقطاب المرغوبة وذلك بتعويض أحد الأقطاب المرغوبة في دالة النقل:

$$G(s) = \frac{k}{(-1+j2)(-1+j2)}$$

$$\emptyset = 0 - tan^{-1}(-2) - tan^{-1}(-2) = -(-63+180) - (-63+180) = -234$$

القطب لايحقق شرط الزاوية وبالتالي لايقع على مسار الجذور أي نحن بحاجة لإزاحة مسار الجذور ليمر بالأقطاب المرغوبة ويجب أن يساهم المعوض بزاوية $\emptyset_m$

3. نوجد الزاوية التي يجب ان يساهم بها المعوض :

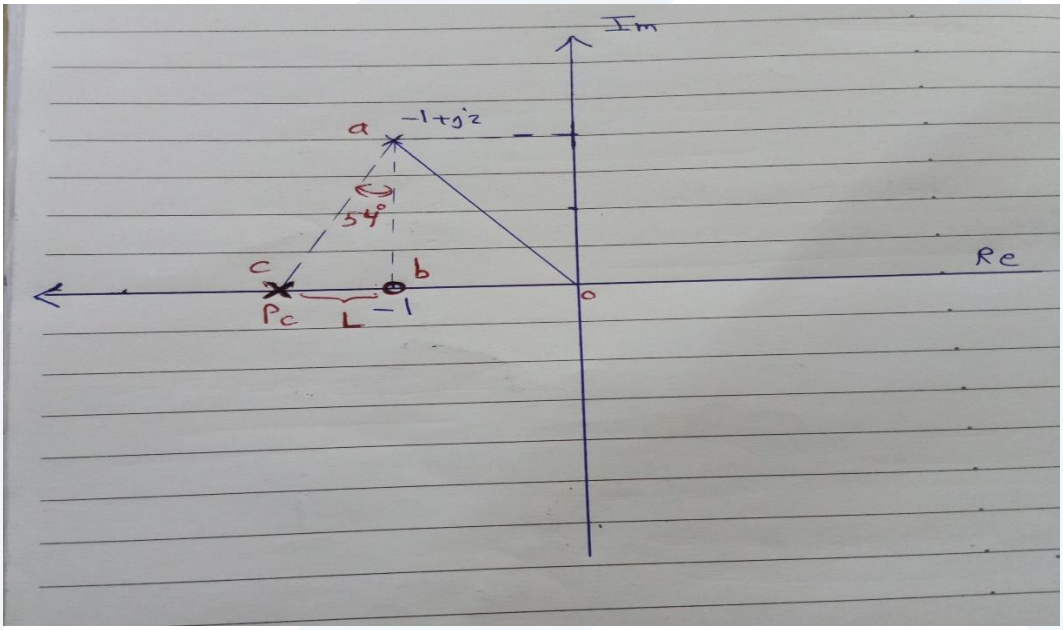
$$\emptyset + \emptyset_m = \pm 180$$
$$\emptyset_m = 234 - 180 = 54$$

أي يجب أن يساهم المعوض بزاوية مقدارها (54) درجة لإزاحة مسار الجذور حتى يمر بالأقطاب المرغوبة.

4. نقوم بإضافة صفر المعوض وفق القواعد المستنتجة سابقاً.

حيث نضيف صفر المعوض في المنطقة أسفل الأقطاب المرغوبة (عند النقطة -1).

ثم نضيف القطب بحيث يصنع زاوية قدارها (54) مع الصفر.



وبحساب إحداثيات القطب:

من المثلث abc :

$\tan 54 = \frac{L}{2}$ ومنه ينتج لدينا $L = 2.56$ وبالتالي تكون إحداثيات القطب هي:

$$p_c = -1 - 2.56 = -3.56$$

أصبح لدينا الآن دالة الانتقال للمعوض:

$$G_c(s) = \frac{k_c(s+1)}{(s+3.56)}$$

5. نقوم بحساب ربح النظام بعد التعويض عند الأقطاب المرغوبة وذلك بتطبيق شرط المقدار:

$$|G_c(s)G(s)H(s)| = 1$$

ونعوض مكان كل (s) أحد الأقطاب المرغوبة:

$$G_c(s)G(s) = \frac{k(-1+j2+1)}{(-1+j2)(-1+j2)(-1+j2+3.56)}$$

وبتطبيق شرط الطويلة ينتج لدينا:

$k = 8.2$ وهو ربح النظام بعد التعويض.

مثال2:

لدينا النظام التالي:

$$G(s) = \frac{k}{s^2(s+1.5)}$$

والمطلوب تعويض النظام للحصول على المواصفات التالية:

$$t_s = 5\ sec \quad M_p = 0.25$$

الحل:

1. نوجد نسبة التخميد من تجاوز الهدف ونوجد التردد الطبيعي للنظام من زمن الاستقرار فينتج لدينا:

$$\varepsilon = 0.45 \quad w_n = 2.2\ rad/sec$$

وبحساب الأقطاب المرغوبة باستخدام القانون (*) ينتج لدينا:

$$s_{1,2} = -\varepsilon * w_n \pm jw_n\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = -1 \pm j2$$

2. نوجد زاوية النظام عند الأقطاب المرغوبة وذلك بتعويض أحد الأقطاب المرغوبة في دالة النقل:

$$G(s) = \frac{k}{(-1+j2)(-1+j2)(-1+j2+1.5)}$$

$$\emptyset = 0 - tan^{-1}(-2) - tan^{-1}(-2) - tan^{-1}\left(\frac{2}{0.5}\right) = -(-63+180) - (-63+180) - 75 = -307$$

القطب لا يحقق شرط الزاوية وبالتالي لا يقع على مسار الجذور أي نحن بحاجة لإزاحة مسار الجذور ليمر بالأقطاب المرغوبة ويجب أن يساهم المعوض بزاوية $\emptyset_m$

3. نوجد الزاوية التي يجب ان يساهم بها المعوض:

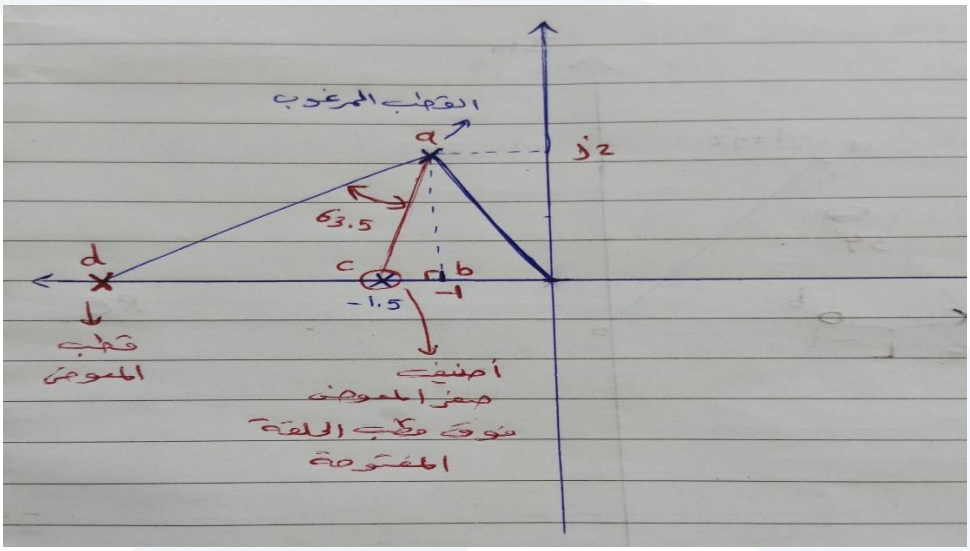
$$\emptyset + \emptyset_m = \pm 180$$

$$\emptyset_m = 307 - 180 = 127$$

عندما تكون زاوية المعوض كبيرة فنحن بحاجة إلى معوض تقديم مضاعف حيث نضيف معوضي تقديم على التسلسل حيث يساهم كل معوض بزاوية مقدارها (63.5). ونتبع القواعد نفسها في تصميم معوض التقديم.

4. نختار الصفر في المنطقة أسفل الأقطاب المرغوبة أي عند النقطة (-1) ولكن يوجد لدينا قطب حلقة مفتوحة في تلك المنطقة عند (-1.5) لذلك نضيف صفر المعوض منه وإلى اليسار (سنختاره عند النقطة -1.5) (يوجد عدد لانهائي من الحلول).

5. نختار قطب المعوض بحيث يصنع زاوية مقدارها (63.5) مع الصفر.



لحساب إحداثيات القطب:

من المثلث (abc) يمكننا حساب الزاوية (a):

$$a = tan^{-1}\left(\frac{0.5}{2}\right) = 14$$

وبالتالي يصبح لدينا في المثلث (abd):

$$a = 63.5 + 14 = 77.5$$

$$\tan 77.5 = \frac{bd}{2}$$

ومنه ينتج لدينا طول (bd):

$bd = 9$ وبالتالي تكون إحداثيات القطب:

$$p_c = -9 - 1 = -10$$

وأصبحت دالة انتقال المعوض:

$G_c(s) = \frac{k_c(s+1.5)}{(s+10)}$ أي سنضيف معوضي تقديم على التسلسل (كل معوض له دالة الانتقال الناتجة).

6. نقوم بحساب ربح النظام بعد التعويض باستخدام شرط الطويلة بعد تعويض أحد الأقطاب المرغوبة مكان كل (s).

$$|\,G_c(s)\mathrm{G(s)H(s)}| = 1$$

$$G_c(s)G(s) = \frac{k(-1+j2+1.5)(-1+j2+1.5)}{(-1+j2)(-1+j2)(-1+j2+1.5)(-1+j2+10)(-1+j2+10)}$$

ومنه ينتج لدينا: $k = 206$. وهو يمثل ربح النظام بعد إضافة المعوضات.

مثال3:

لدينا النظام التالي:

$$G(s) = \frac{k}{s(s+2)}$$

والمطلوب تعويض النظام حتى نحصل على الأقطاب المرغوبة التالية:

$$s_{1,2} = -2 \pm j3.46$$

الحل:

1. نوجد زاوية النظام عند أحد الأقطاب المرغوبة:

$$G(s) = \frac{k}{(-2+j3.46)(-2+j3.46+2)}$$

$$\emptyset = 0 - tan^{-1}\left(\frac{3.46}{-2}\right) - 90 = -(-60 + 180) - 90 = -210$$

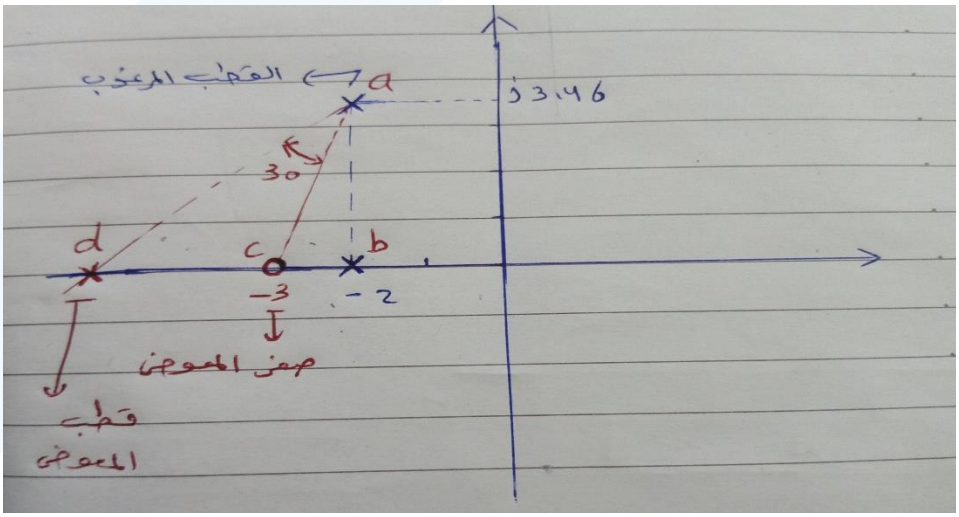
القطب لايحقق شرط الزاوية وبالتالي لايقع على مسار الجذور أي نحن بحاجة لإزاحة مسار الجذور ليمر بالأقطاب المرغوبة ويجب أن يساهم المعوض بزاوية $\emptyset_m$

نقوم بحساب زاوية المعوض:

2. $\emptyset + \emptyset_m = \pm 180$
3. $\emptyset_m = 210 - 180 = 30$
4. نختار صفر المعوض في المنطقة أسفل الأقطاب المرغوبة أي عند النقطة (-2) ولكن يوجد قطب حلقة مفتوحة في تلك المنطقة لذلك يؤخذ منه وإلى اليسار (يوجد عدد لانهائي من الحلول)

(سنأخذه عند النقطة -3).

5. نوجد إحداثيات القطب بحيث يصنع زاوية مقدارها (30) مع الصفر:



حيث لدينا من المثلث (abc) يكون قياس الزاوية (a):

$$a = \tan^{-1}\frac{1}{3.46} = 16$$

وبالتالي أصبح لدينا في المثلث (abd):

$$a = 30 + 16 = 46$$

ومنه يمكن حساب الطول (bd):

$$bd = 3.46 * \tan 46 = 3.6$$

ومنه تكون إحداثيات القطب:

$$p_c = -2 - 3.6 = -5.6$$

وبالتالي تصبح دالة انتقال المعوض:

$G_c(s) = \frac{k_c(s+3)}{(s+5.6)}$ ولحساب ربح النظام بعد التعويض: (نعوض أحد الأقطاب المرغوبة)

$G_c(s)G(s) = \frac{k(-2+j3.46+3)}{(-2+j3.46)(-2+j3.46+5.6)(-2+j3.46+2)}$ ثم نطبق شرط المقدار:

$$|G_c(s)\mathrm{G(s)H(s)}| = 1$$

ومنه ينتج لدينا ربح النظام بعد التعويض:

$$k = 18.7$$

مثال4:

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G_c(s) = \frac{k}{s(s+2)}$$

والمطلوب تعويض النظام للحصول على مواصفات الاستجابة الزمنية التالية:

$$t_s \leq 5\,\mathrm{sec} \quad \varepsilon = 0.707 \quad k_v \geq 4$$

الحل:

يتقاطع مسار الجذور للنظام غير المعوض مع المحور الأفقي في النقطة (-1) وهذا يقابل زمن استقرار مقداره

$$t_s = \frac{4}{\varepsilon w_n} = \frac{4}{1} = 4\ sec$$

أي أن نقاط المحل الهندسي لها جميعاً زمن استقرار أقل من (5 sec). وبحساب قيمة الأقطاب المرغوبة:

$$s_{1,2} = -\varepsilon * w_n \pm jw_n\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = -1 \pm j1$$

تقع الأقطاب المرغوبة على مسار الجذور لأنها تحقق شرط الزاوية.

$$G(s) = \frac{k}{s(s+2)} = \frac{k}{(-1+j1)(-1+j1+2)}$$

$$\emptyset = 0 - \tan^{-1}\left(\frac{1}{-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = -180$$

وبتطبيق شرط المقدار لحساب قيمة (k).

$|G(s)H(s)| = 1$ فينتج لدينا قيمة الربح (k) وهي (k=2). أي أن النظام عند قيمة الربح المحسوبة يحقق المطلوب من مواصفات الاستجابة الزمنية العابرة.

بقي لدينا حساب قيمة k_v :

$k_v = \lim_{s\to 0} s * G(s) * H(s) = \lim_{s\to 0} s * \frac{2}{s(s+2)} = 1$ إذن يلزمنا رفع قيمة معامل الخطأ بنسبة:

$\beta = \frac{k_{v2}}{k_{v1}} = 4$ وطالما مطلوب أن يكون معامل الخطأ أكبر أو يساوي ال (4) نستطيع رفع نسبة الزيادة ولتكن (5).

نأخذ صفر المعوض عند النقطة (-0.1) وبالتالي تكون إحداثيات القطب هي:

$$p_c = \frac{z_c}{\beta} = \frac{-0.1}{5} = -0.02$$

وبالتالي أصبح لدينا دالة انتقال المعوض هي :

$G_c(s) = \frac{(s+0.1)}{(s+0.02)}$ وطالما لا نريد تغيير موقع نقطة العمل ولم يتغير شكل مسار الجذور فإن ربح معوض التأخير دوماً يساوي ال(1) حيث بحساب ربح النظام بعد إضافة المعوض نجد أنه يساوي (2) وهو ربحه قبل التعويض.

نقوم بحساب الزاوية التي يقدمها معوض التأخير ويجب أن تكون صغيرة جداً حتى لا تتسبب بإزاحة مسار الجذور.

$$G_c(s) = \frac{(-1+j*1+0.1)}{(-1+j*1+0.02)} = \frac{-0.9+j*1}{-0.98+j*1}$$

$$\emptyset = tan^{-1}\left(\frac{1}{-0.9}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{-0.98}\right) = (-48 + 180) - (-45.5 + 180) = -2.5$$

مثال:

لدينا النظام التالي:

$G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+4)}$ والمطلوب تصميم معوض ليقابل المواصفات التالية:

$$s_{1,2} = -0.4 \pm j0.7 \qquad k_v = 7$$

الحل:

تقع الأقطاب المرغوبة على مسار الجذور لأنها تحقق شرط الزاوية.

$$G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+4)} = \frac{k}{(-0.4+j0.7)(-0.4+j0.7+1)(-0.4+j0.7+4)}$$

$$\emptyset = 0 - \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{-0.4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{0.6}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{3.6}\right) = -180$$

وبتطبيق شرط المقدار ينتج لدينا قيمة الربح (k).

$|G(s)H(s)| = 1$ فينتج لدينا قيمة الربح (k) وهي (k=2.7).

بقي لدينا حساب قيمة k_v :

$k_v = \lim_{s\to 0} s * G(s) * H(s) = \lim_{s\to 0} s * \frac{2.7}{s(s+1)(s+4)} = 0.675$ إذن يلزمنا رفع قيمة معامل الخطأ بنسبة:

$$\beta = \frac{k_{v2}}{k_{v1}} = \frac{7}{0.675} = 10$$

نأخذ صفر المعوض عند النقطة (-0.1) وبالتالي تكون إحداثيات القطب هي:

$$p_c = \frac{z_c}{\beta} = \frac{-0.1}{10} = -0.01$$

وبالتالي أصبح لدينا دالة انتقال المعوض هي:

$G_c(s) = \frac{(s+0.1)}{(s+0.01)}$ وطالما لا نريد تغيير موقع نقطة العمل ولم يتغير شكل مسار الجذور فإن ربح معوض التأخير دوماً يساوي ال(1) حيث بحساب ربح النظام بعد إضافة المعوض نجد أنه يساوي (2.7) وهو ربحه قبل التعويض.

نقوم بحساب الزاوية التي يقدمها معوض التأخير ويجب أن تكون صغيرة جداً حتى لا تتسبب بإزاحة مسار الجذور.

$$G_c(s) = \frac{(-0.4+j*0.7+0.1)}{(-0.4+j*0.7+0.01)} = \frac{-0.3+j*0.7}{-0.39+j*0.7}$$

$$\emptyset = tan^{-1}\left(\frac{0.7}{-0.3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{0.7}{-0.39}\right) = (-66.8 + 180) - (-60.8 + 180) = 6$$

تصميم معوض (التقديم _ التأخير):

نصمم معوض (التقديم_ التأخير) عندما نحتاج إلى تغيير مواصفات الاستجابة الزمنية العابرة بالإضافة إلى تقليل الخطأ عند الاستقرار.

مثال:

لدينا النظام :

$$G(s) = \frac{4}{s(s+0.5)}$$

والمطلوب:

صمم معوض للحصول على المواصفات التالية:

$$w_n = 5\ rad/\sec\ \varepsilon = 0.5 \quad k_v = 80$$

الحل:

.وبحساب قيمة الأقطاب المرغوبة:

$$s_{1,2} = -\varepsilon * w_n \pm jw_n\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = -2.5 \pm j4.33$$

نختبر إذا كانت الأقطاب المرغوبة تقع على مسار الجذور بتطبيق تحقق شرط الزاوية.

$$G(s) = \frac{k}{s(s+0.5)} = \frac{k}{(-2.5+j4.33)(-2.5+j4.33+0.5)}$$

$$\emptyset = 0 - \tan^{-1}\left(\frac{4.33}{-2.5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{4.33}{-2}\right) = -(-60+180) - (-65+180) = -120 - 115 = -235$$

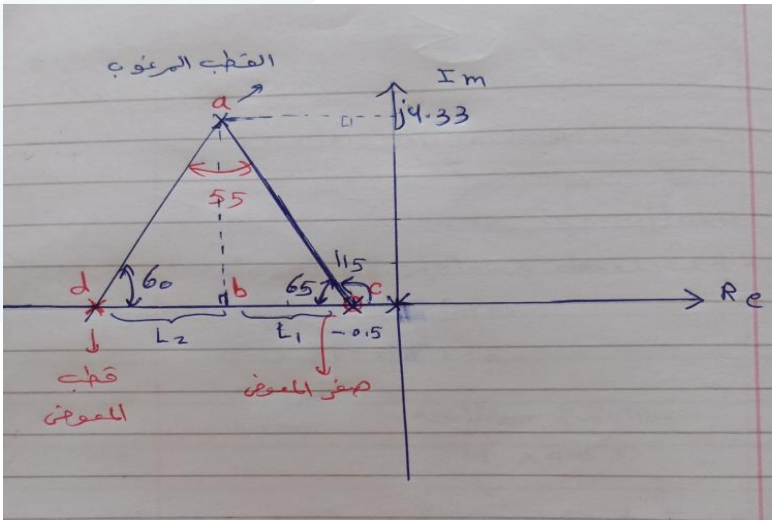
أي يجب إزاحة مسار الجذور ليمر بالأقطاب المرغوبة ويساهم معوض التقديم بزاوية مقدارها:

$$\emptyset + \emptyset_m = \pm 180$$

$$\emptyset_m = 55$$

نضيف صفر المعوض في المنطقة أسفل الأقطاب المرغوبة (عند النقطة 2.5-) وفي حال وجود قطب حلقة مفتوحة نستطيع اختيار الصفر منه وإلى اليسار (هنا لدينا عدد لانهائي من الحلول). سنختار صفر المعوض عند النقطة (0.5-)

ثم نضيف القطب بحيث يصنع زاوية قدارها (55) مع الصفر.



من المثلث abc:

$$L_1 = \frac{4.33}{\tan 65} = 2$$

من المثلث abd:

$$L_2 = \frac{4.33}{\tan 60} = 2.5$$

وبالتالي تكون إحداثيات القطب هي (-5).

أصبح لدينا الآن دالة الانتقال للمعوض:

$$G_c(s) = \frac{k_c(s+0.5)}{(s+5)}$$

نقوم بحساب ربح النظام بعد التعويض عند الأقطاب المرغوبة وذلك بتطبيق شرط المقدار:

$$|G_c(s)G(s)H(s)| = 1$$

ونعوض مكان كل (s) أحد الأقطاب المرغوبة:

$$G_c(s)G(s) = \frac{k(-2.5+j4.33+0.5)}{(-2.5+j4.33)(-2.5+j4.33+0.5)(-2.5+j4.33+5)}$$

وبتطبيق شرط الطويلة ينتج لدينا:

$k = 25$ وهو ربح النظام بعد إضافة معوض التقديم.

نقوم بإضافة معوض التأخير:

نقوم بحساب قيمة k_v :

$k_v = \lim_{s\to 0} s * G(s) * H(s) = \lim_{s\to 0} s * \frac{25}{s(s+5)} = 5$ إذن يلزمنا رفع قيمة معامل الخطأ بنسبة:

$$\beta = \frac{k_{v2}}{k_{v1}} = \frac{80}{5} = 16$$

نأخذ صفر المعوض عند النقطة (0.2-) مثلاً وبالتالي تكون إحداثيات القطب هي (يؤخذ الصفر في نقطة قريبة من المبدأ)

$$p_c = \frac{z_c}{\beta} = \frac{-0.2}{16} = -0.0125$$

وبالتالي أصبح لدينا دالة انتقال معوض التأخير هي:

$G_c(s) = \frac{(s+0.2)}{(s+0.0125)}$ وطالما لا نريد تغيير موقع نقطة العمل ولم يتغير شكل مسار الجذور فإن ربح معوض التأخير دوماً يساوي ال(1) حيث بحساب ربح النظام بعد إضافة المعوض نجد أنه يساوي (25) وهو ربحه قبل التعويض.

نقوم بحساب الزاوية التي يقدمها معوض التأخير ويجب أن تكون صغيرة جداً حتى لا تتسبب بإزاحة مسار الجذور.

$$G_c(s) = \frac{(-2.5+j*4.33+0.2)}{(-2.5+j*4.33+0.0125)} = \frac{-2.3+j*4.33}{-2.4875+j*4.33}$$

$$\emptyset = tan^{-1}\left(\frac{4.33}{-2.3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{4.33}{-2.4875}\right) = (-62 + 180) - (-60 + 180) = -2$$

أصبح لدينا الآن دالة الانتقال للمعوض:

$$G_c(s) = \frac{25(s+0.5)(s+0.2)}{(s+5)(s+0.0125)}$$

أمثلة غير محلولة:

1. لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+8)}$$

والمطلوب:

صمم معوض بحيث تتوضع الأقطاب المرغوبة:

$s_{1,2} = -2 \pm j2\sqrt{3}$ ويكون معامل الخطأ الستاتيكي للسرعة $k_v = 80$

2. لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$ والمطلوب تصميم معوض تقديم بحيث تتوضع الأقطاب المرغوبة عند:

$$s_{1,2} = -1.5 \pm j1.5\sqrt{3}$$

3. لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$G(s) = \frac{10}{s(s+1)(0.2s+1)}$ والمطلوب تصميم معوض بحيث نحصل على المواصفات التالية:

$k_v = 8$ ويكون معامل الخطأ الستاتيكي للسرعة $t_s < 5\ sce$