

الدارات الكهربائية 1

الدكتور المهندس
علاء الدين أحمد حسام الدين

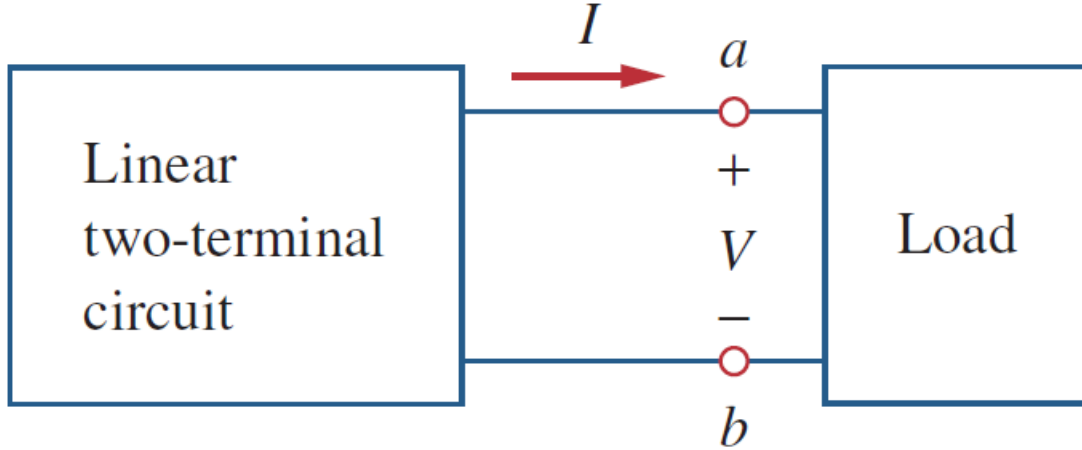
6

طرق تحليل الدارات الكهربائية

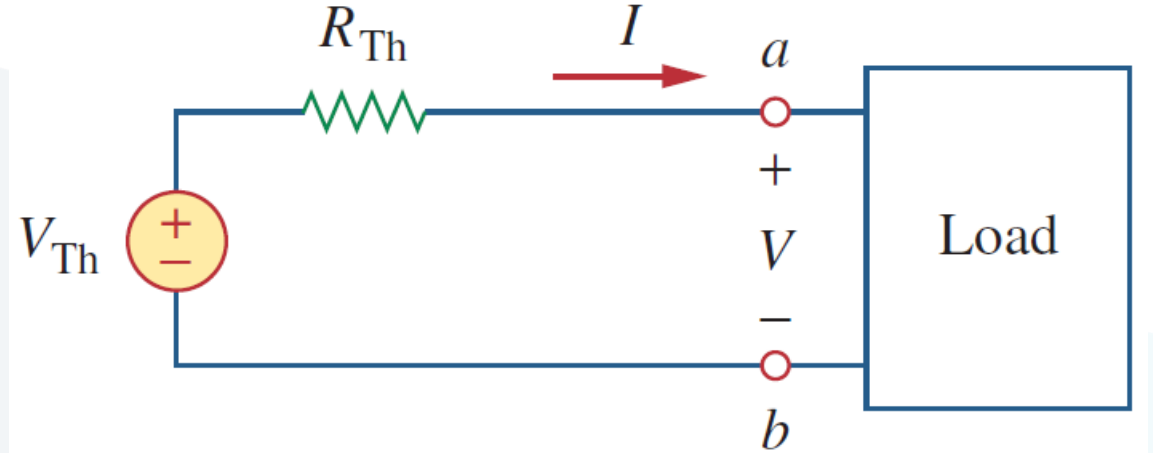
METHODS ANALYSIS OF ELECTRICAL CIRCUITS

نظرية ثيفينين (منبع الجهد المكافئ) :Thevenin's Theorem

يمكن استبدال أي دائرة كهربائية خطية لها نهايتان خارجيتان (a)، (b) بمنبع جهد مكافئ واحد جهده (V_{Th}) ومقاومة واحدة متصلة معه تسلسلياً (R_{Th}). في هذه الحالة تُحسب قيمة منبع الجهد المكافئ (V_{Th}) من حالة الدارة المفتوحة بقياس الجهد على الأقطاب (ab)، وتُحسب قيمة المقاومة المكافئة (R_{Th}) بقصر جميع منابع التغذية (منابع الجهد) بأسلاك عديمة المقاومة (مقاومتها تساوي الصفر)، وفتح الدارة في مكان وجود منابع التيار.



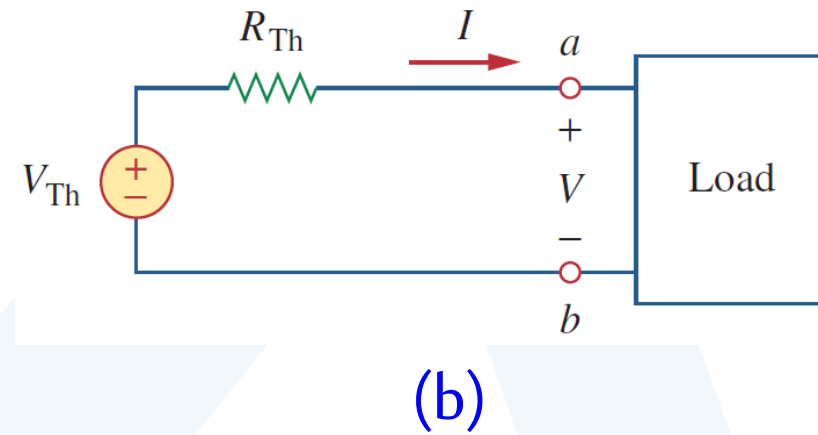
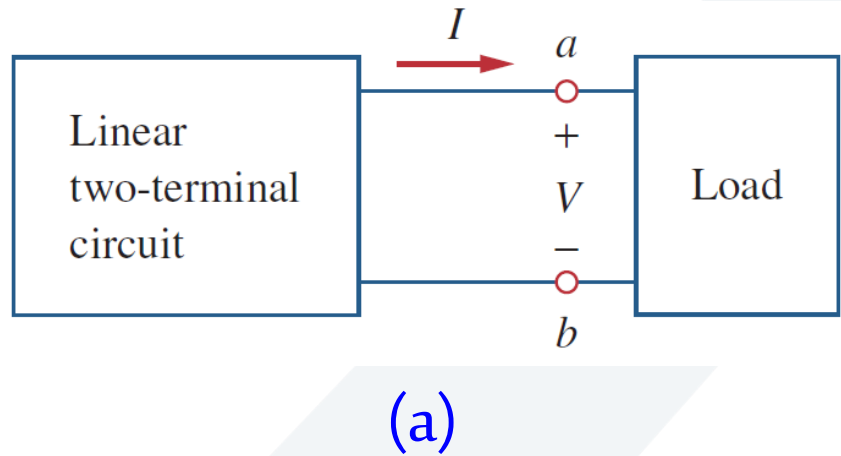
(a)



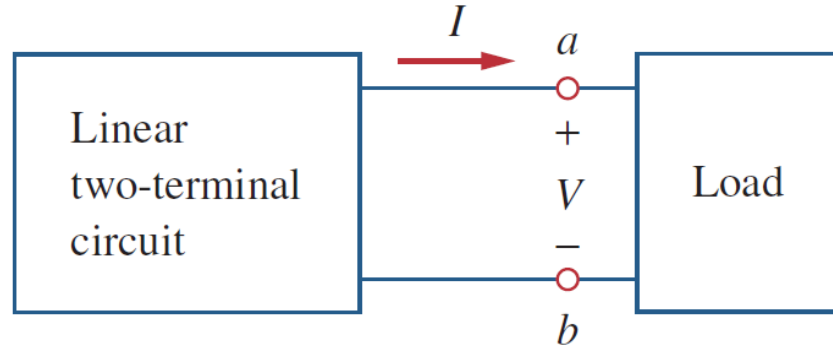
(b)

وفقاً لهذه النظرية يمكن استبدال الدارة الخطية المبينة بالشكل (a) بتلك المبينة بالشكل (b). قد يكون الحمل في الشكل مقاومة، أو دارة، وتسمى الدارة الموجودة على يسار الحمل بدارة ثيفينين المكافئة. وضعت هذه النظرية من قبل المهندس الفرنسي ليون ثيفينين (1857-1926).

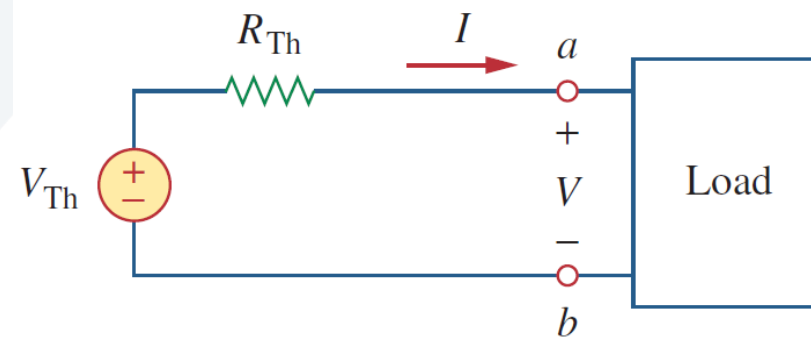
تتلخص المسألة في تحديد قيمة كل من جهد ثيفينين المكافئ V_{Th} ومقاومة ثيفينين R_{Th} .
 للقيام بذلك نفترض أن الدارتين (a) و (b) متكافئتان. يقال عن دارتين أنهما متكافئتان
 إذا كان لهما على نهايتهما نفس علاقة الجهد والتيار. ولنبرهن استناداً لذلك أنهما
 متكافئتان.



إذا كانت أقطاب الدارة (a-b) غير موصولة بحمل (دارة مفتوحة) فلن يسري تيار،
وعندها يكون جهد الدارة المفتوحة بين القطبين a و b في الشكل (a) مساوياً لمنبع جهد
ثيفينين V_{Th} في الشكل (b)، لأن الدارتين متكافئتان.



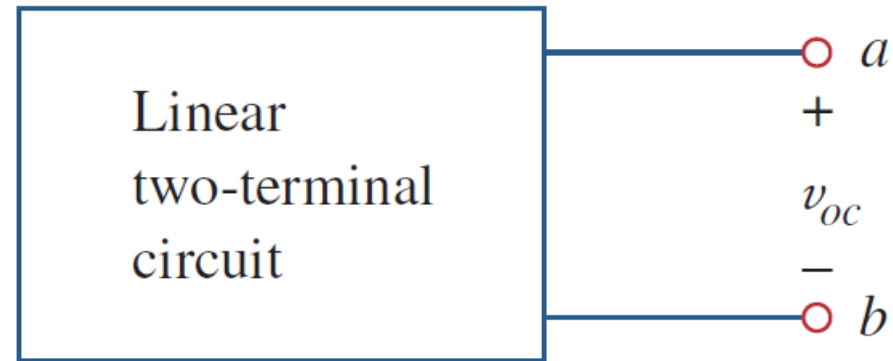
(a)



(b)

وبالتالي فإن V_{Th} هو جهد الدارة المفتوحة عبر الأقطاب a و b في الشكل (c)، أي:

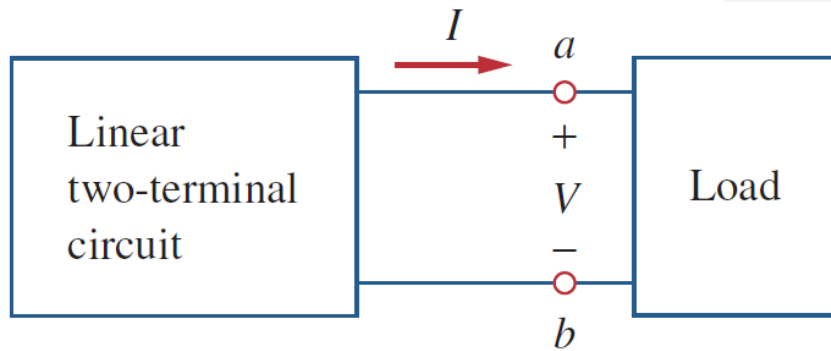
$$v_{Th} = v_{oc}$$



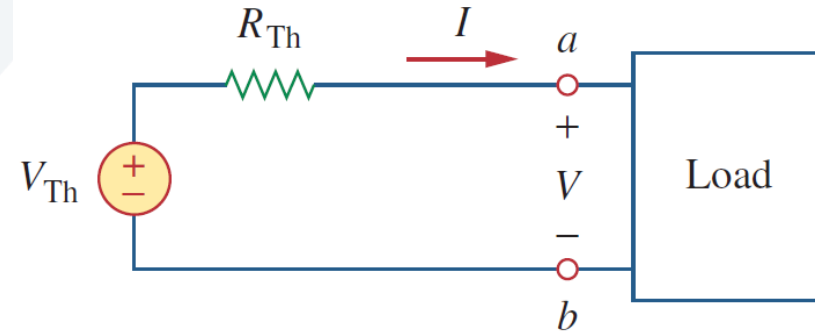
$$V_{Th} = v_{oc}$$

(c)

وبما أن الدارتان متكافئتين، فإنه بفصل الحمل وفتح الدارة بين القطبين **a** و **b** ووقف تشغيل جميع المصادر المستقلة، فستكون المقاومة المكافئة للدارة بالنسبة للقطبين **a** و **b** في الشكل (a) مساوية لها في الشكل (b).



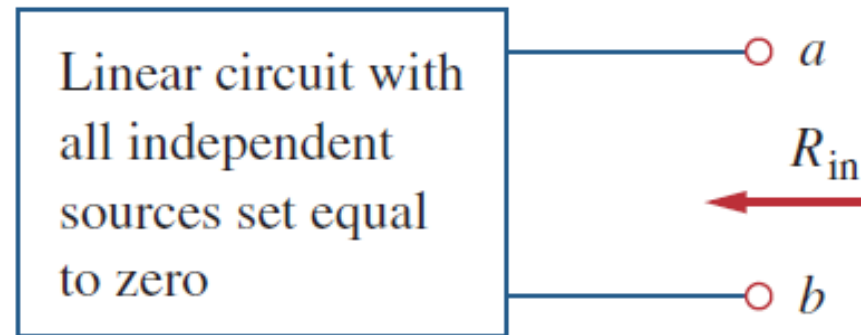
(a)



(b)

وبالتالي تكون مقاومة الدخل بين القطبين **a** و **b** عند وقف تشغيل المصادر المستقلة كما هو مبين في الشكل (d)، أي:

$$R_{Th} = R_{in}$$



$$R_{Th} = R_{in}$$

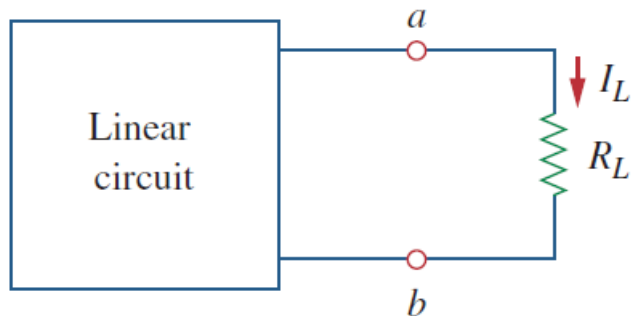
(d)

بعد تحديد وحساب عناصر دارة ثيفينين يتم وصل مقاومة الحمل بين القطبين a و b (المقاومة المراد حساب التيار فيها) (الشكل e)، وتصبح دارة ثيفينين كما هو موضح بالشكل (f)، ويتم حساب قيمة التيار المراد بمقاومة الحمل بالعلاقة:

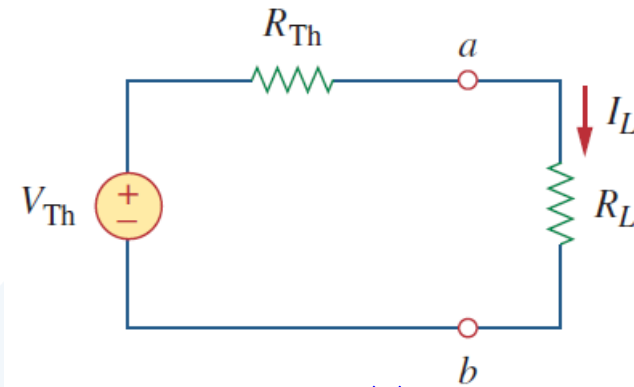
$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$V_L = R_L \cdot I_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th}$$

ويمكن حساب الجهد المطبق على مقاومة الحمل، وفق العلاقات:



(e)



(f)

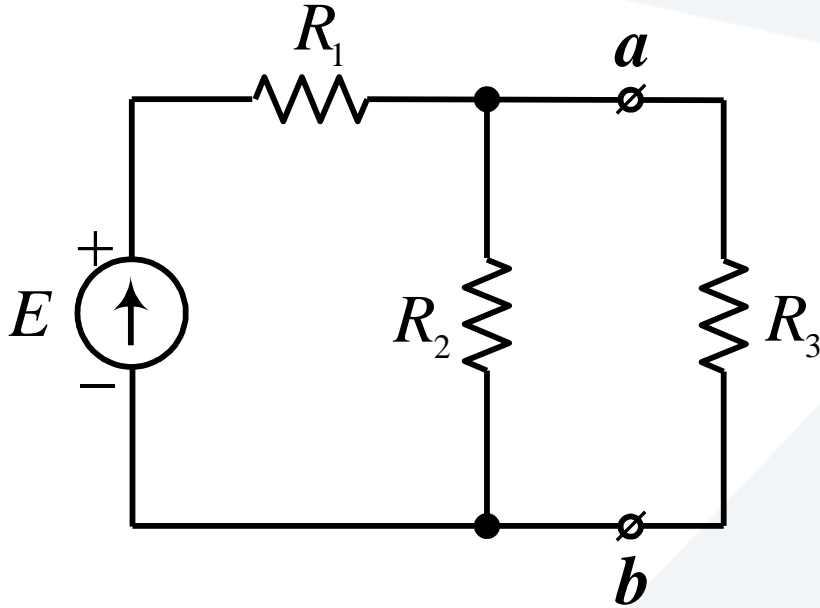
مثال:

لتكن لدينا الدارة المبينة بالشكل، فإذا علمت أن:

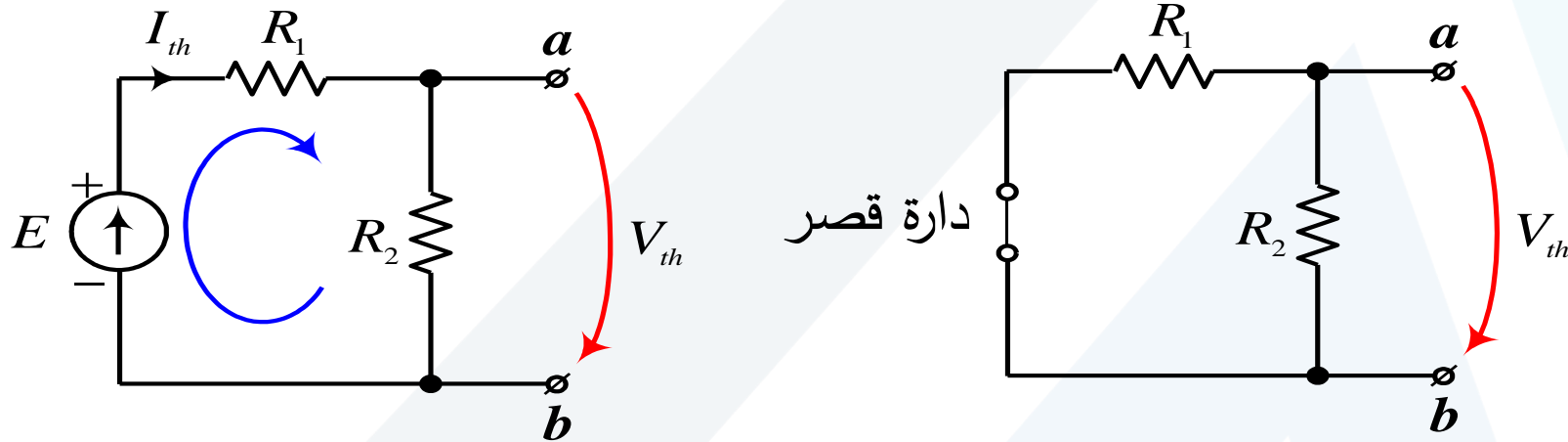
$$E=120 \text{ [V]}, R_1=40 \text{ [\Omega]}, R_2=20 \text{ [\Omega]}, R_3=10 \text{ [\Omega]}$$

المطلوب:

1. احسب قيمة التيار في المقاومة R_3 بتطبيق نظرية ثيفينين.
2. ما هي قيمة هذا التيار إذا أستعويض عن هذه المقاومة بمقاومة قيمتها 30 [\Omega] ؟.

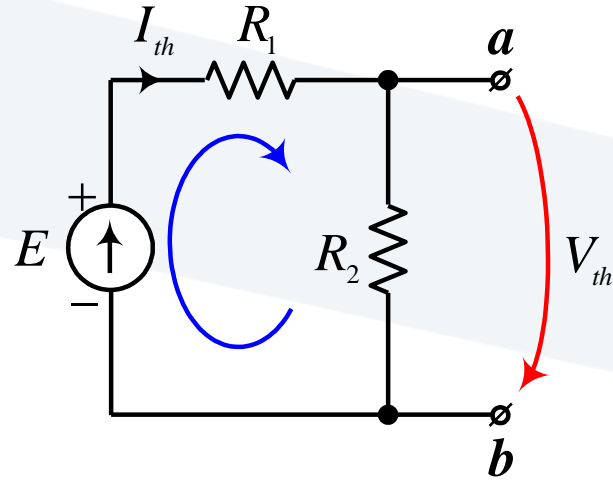


نقوم بعزل الفرع الحاوي على المقاومة R_3 . وحسب نظرية ثيفينين يمكن مكافئة الدارة بدارة مكونة من منبع جهد قيمته تساوي الجهد على الأقطاب a ، b أي جهد الدارة المفتوحة، ومن مقاومة موصولة تسلسلياً معه قيمتها تساوي قيمة المقاومة المكافئة للدارة بعد عدّ القوى المحركة الكهربائية تساوي الصفر، كما في الشكل.



المقاومة المكافئة تُحسب من حالة دائرة القصر الناتجة عن عزل منبع الجهد واستبداله بسلك كما هو مبين بالدائرة السابقة، وبالتالي:

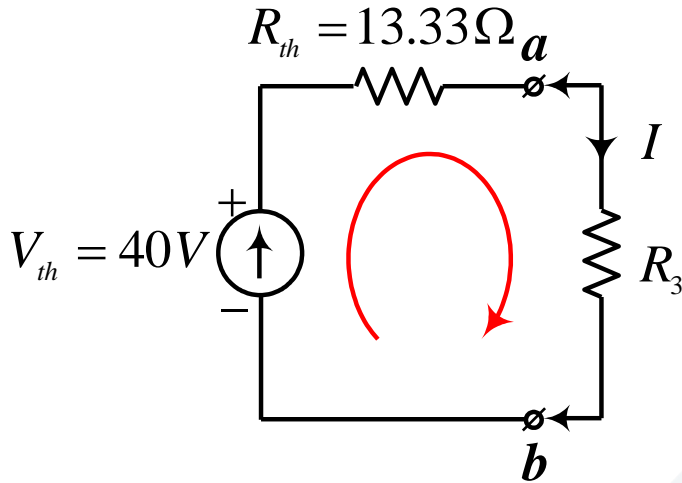
$$R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \times 20}{40 + 20} = 13.33[\Omega]$$



لحساب جهد ثيفينين يجب حساب التيار I_{th} في الحلقة، كون هذا التيار لا يخرج من الحلقة لأن الدارة مفتوحة. فحسب قانون كيرشوف الثاني في الحلقة يكون:

$$I_{th} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{60} = 2[A]$$

وبالتالي جهد ثيفينين: $V_{th} = I_{th} \cdot R_2 = 2 \times 20 = 40[V]$



تصبح دارة ثيفينين المكافئة للدارة الرئيسة كما هو مبين بالشكل جانباً، حيث نعيد المقاومة R_3 إلى الدارة، وعندها يمكن بتطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقة حساب قيمة التيار المار في هذه المقاومة:

$$I = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{40}{13.33 + 10} = 1.714[A]$$

$$I = \frac{40}{13.33 + 30} = 0.92[A]$$

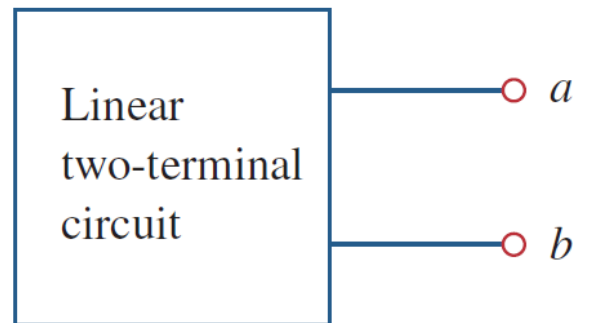
عند تغيير قيمة المقاومة R_3 يكفي أن نغير هذه القيمة في العلاقة السابقة فنحصل على قيمة التيار المطلوب:

نظرية نورتون (منبع التيار المكافئ) :Norton's Theorem

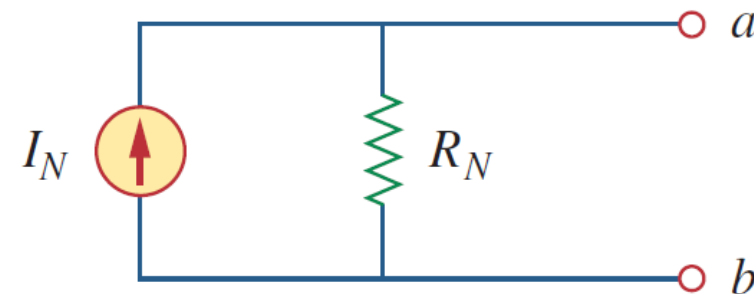
يمكن استبدال أي دائرة كهربائية خطية لها نهايتان خارجيتان (a) ، (b) بمنبع تيار مكافئ واحد تياره (I_N) ومقاومة واحدة متصلة معه تفرعياً (R_N). يتم حساب قيمة منبع نورتون المكافئ (I_N) من خلال قصر الدارة بين الأقطاب (a) و (b) (Short Circuit)، أي هو قيمة التيار المار بين القطبين a و b عند وصلهما بسلك مقاومته معدومة (تيار القصر). أما مقاومة نورتون المكافئة (R_N) فهي قيمة المقاومة المحسوبة بين القطبين (a) و (b) بقصر جميع منابع التغذية الداخلية بأسلاك عديمة المقاومة (مقاومتها تساوي الصفر)، وفتح منابع التيار إن وجدت في الدارة. أي أن المقاومة المكافئة حسب نظريتي ثيفينين ونورتون هي نفسها.

وبالتالي يمكن استبدال الدارة المبينة بالشكل (g) بالدارة المبينة بالشكل (h).

$$R_N = R_{Th}$$



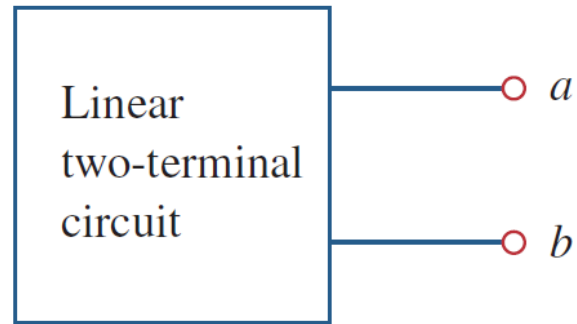
(g)



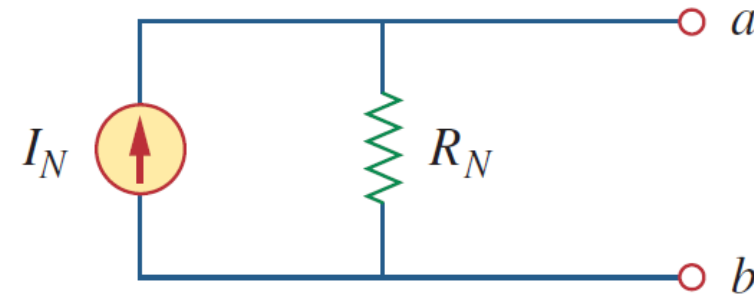
(h)

لإيجاد قيمة تيار نورتون I_N يتم القص بين القطبين a و b بسلك عديم المقاومة، فيكون تيار القصر المار في السلك هو قيمة منبع تيار نورتون I_N .

$$I_N = I_{SC}$$

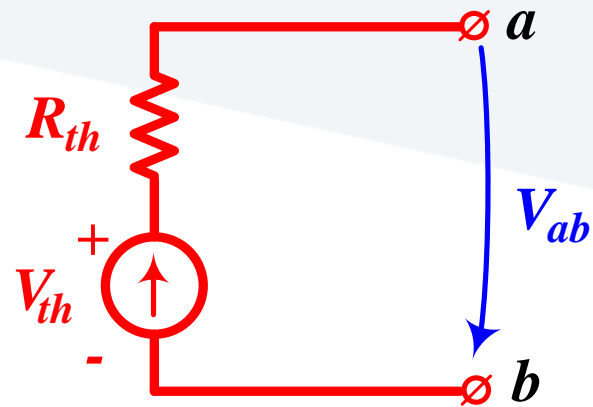


(g)



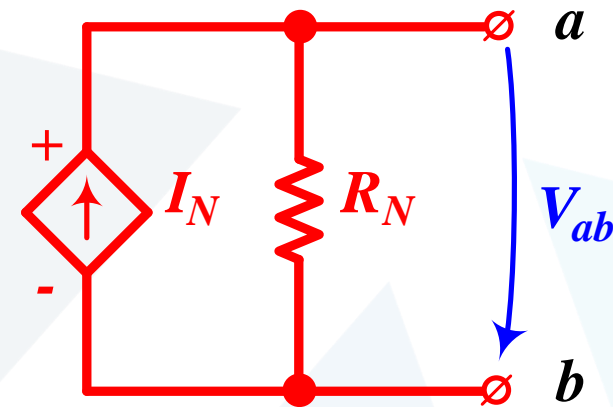
(h)

التكافؤ بين نظريتي ثيفينين ونورتون:



Thevenin

$$V_{ab} = \text{Const.}$$



Norton

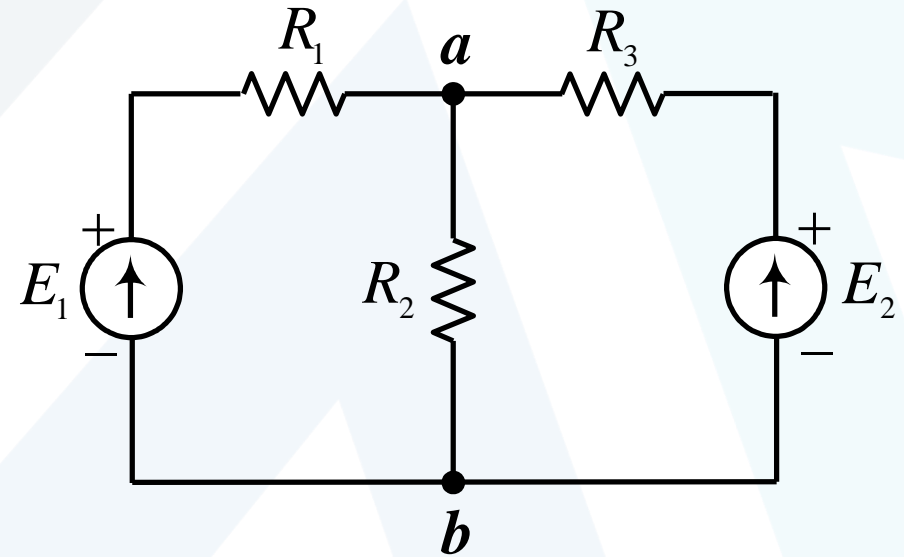
$$\left. \begin{array}{l} \text{Thevenin: } V_{ab} = V_{th} \\ \text{Norton: } V_{ab} = I_N \cdot R_N \end{array} \right\} \Rightarrow V_{th} = I_N \cdot R_N \Rightarrow I_N = \frac{V_{th}}{R_N}$$

$$R_{th} = R_N \Rightarrow I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

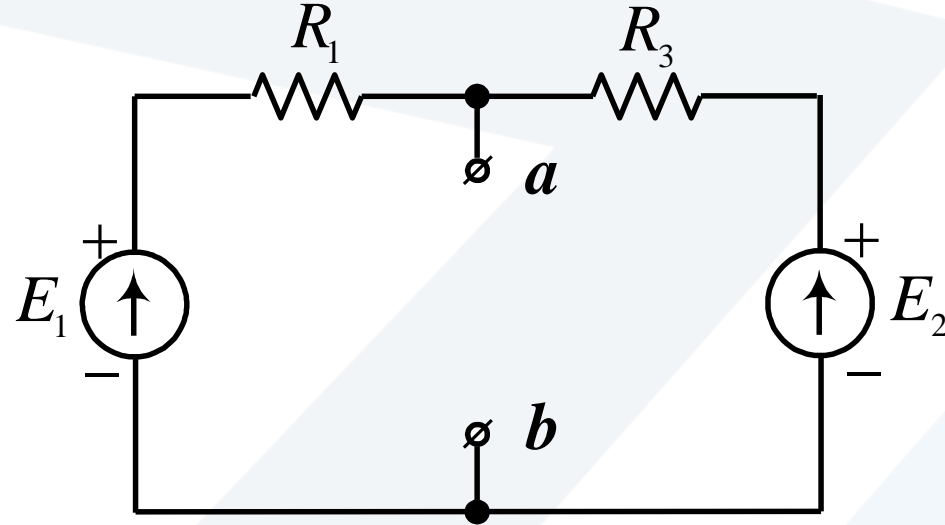
مثال:

أوجد دارة نورتون المكافئة بالنسبة للأقطاب **a** و **b** للدارة المبينة بالشكل، ثم احسب قيمة التيار المار بالمقاومة R_2 ، علماً أن:

$$E_1 = 70[V], \quad E_2 = 20[V]$$
$$R_1 = R_2 = 5[\Omega], \quad R_3 = 15[\Omega]$$



نعزل المقاومة R_2 بين القطبين a و b ، كما في الشكل.



حسب نظرية نورتون: يمكن مكافئة الدارة بدارة مكونة من منبع تيار تُحسب قيمته من قصر الدارة بين القطبين بسلك عديم المقاومة وحساب تيار القصر المار في هذا السلك، ومن مقاومه موصولة تفرعياً مع منبع التيار قيمتها تساوي قيمة المقاومة المكافئة للدارة بعد عَدّ القوى المحركة الكهربائية تساوي الصفر.

حساب قيمة المقاومة المكافئة:

من الدارة المبينة بالشكل نجد أن:

$$R_N = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

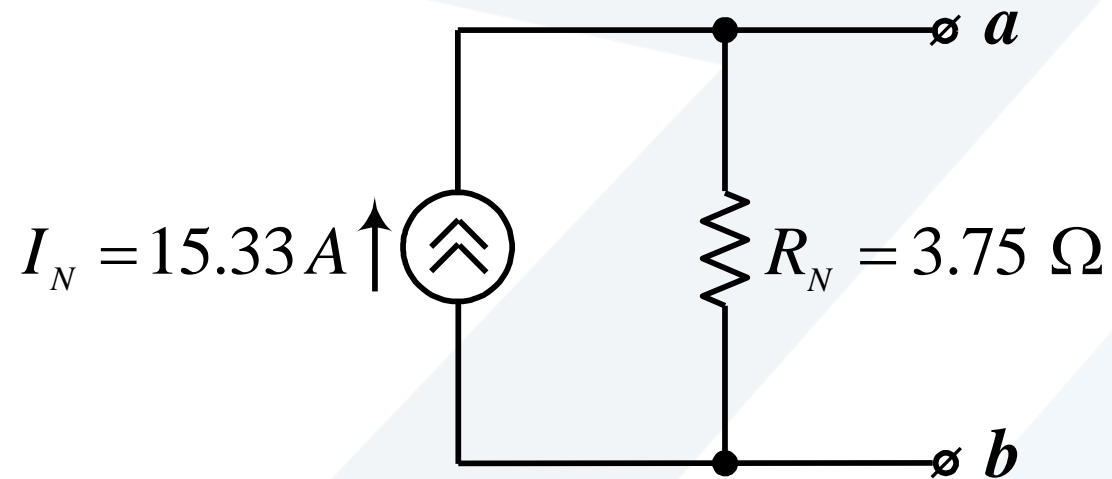
$$R_N = \frac{5 \times 15}{5 + 15} = 3.75 [\Omega]$$

حساب قيمة تيار نورتون:

نقصر بين القطبين **a** و **b** بسلك عديم المقاومة فتصبح الدارة كما في الشكل. وبالتالي وحسب طريقة التيارات الحلقية:

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_3} = \frac{70}{5} + \frac{20}{15} = 14 + 1.33 = 15.33 [A]$$

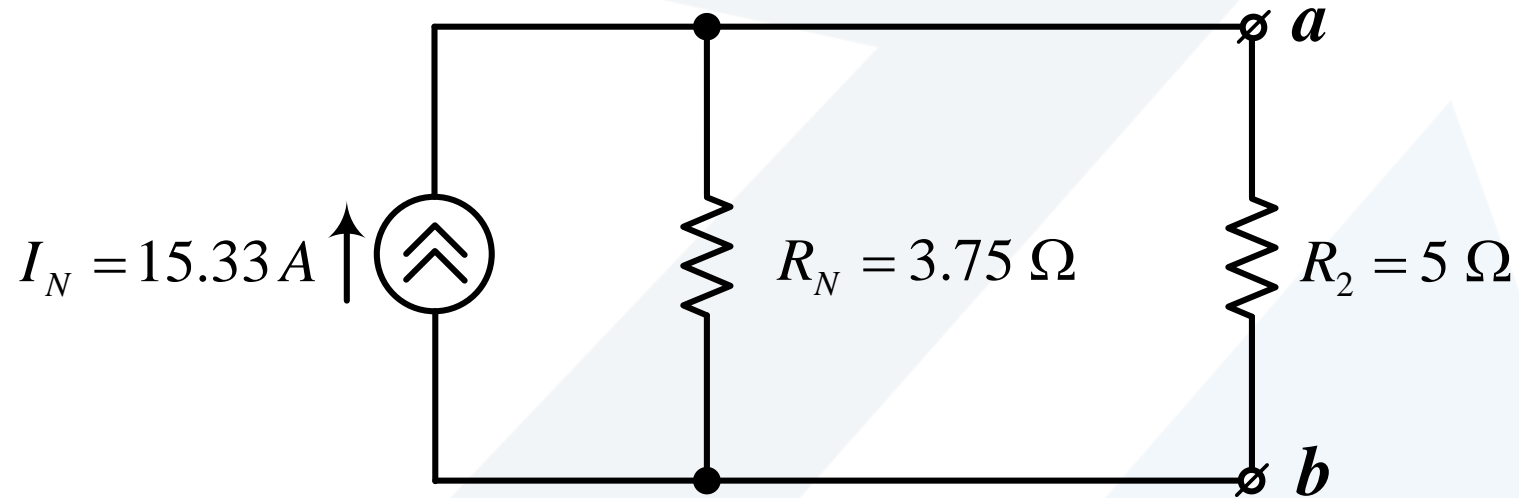
وفقاً لذلك تصبح دائرة نورتون كما في الشكل. يمكن في هذه الحالة حساب قيمة الجهد بين القطبين **a** و **b** كما يأتي:



$$V_{ab} = I_N \cdot R_N$$

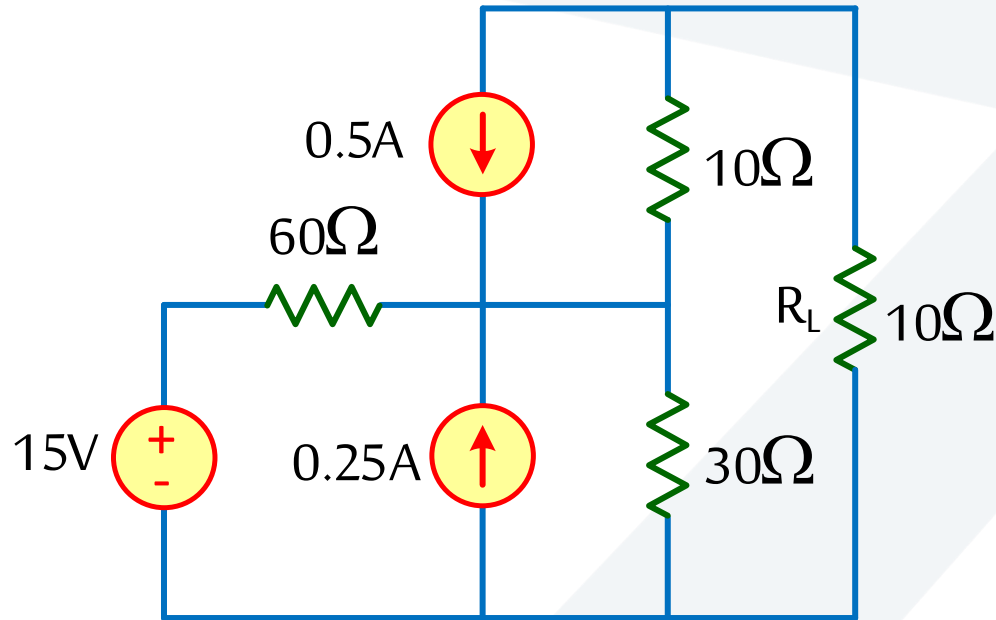
$$V_{ab} = 15.33 \times 3.75 \approx 57.5 [V]$$

لحساب قيمة التيار المار في المقاومة R_2 نعيدها إلى دائرة نورتون بين القطبين a و b . ثم نحسب قيمة التيار حسب قاعدة مجزئ التيار كما يلي:

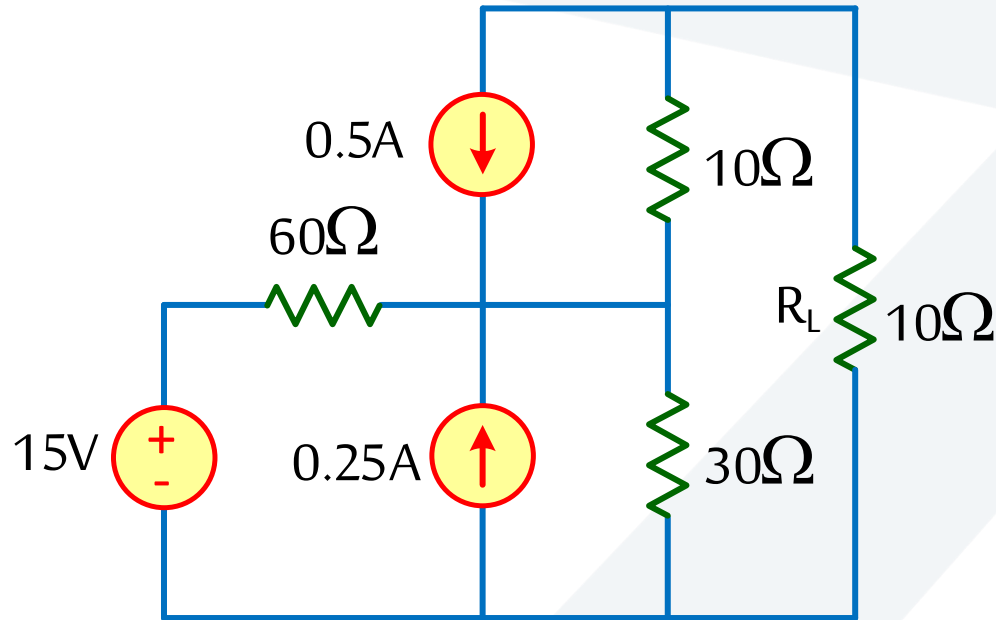


$$I_2 = I_N \cdot \frac{R_N}{R_N + R_2} = 15.33 \times \frac{3.75}{3.75 + 5} = 6.57 [\text{A}]$$

مسائل



1. احسب قيمة التيار المار في المقاومة $R_L=10\Omega$ باستخدام نظرية ثيفينين، ثم استنتج دارة نورتون المكافئة.



2. احسب قيمة التيار المار في المقاومة $R_L=10\Omega$ باستخدام نظرية نورتون، ثم استنتج دارة ثيفينين المكافئة.

